



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

TEMA:

**Evaluación de métodos de identificación paramétrica en sistemas de  
control mediante funciones de transferencia**

AUTOR:

López Quiñonez, Marlon Iván

Trabajo de Titulación previo a la obtención del título de  
**INGENIERO ELECTRÓNICO EN CONTROL Y AUTOMATISMO**

TUTOR:

M. Sc. Córdova Rivadeneira, Luis Silvio

Guayaquil, Ecuador

16 de septiembre del 2021



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

**CERTIFICACIÓN**

Certificamos que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr.  
**López Quiñonez, Marlon Iván** como requerimiento para la obtención del  
título de **INGENIERO ELECTRÓNICO EN CONTROL Y AUTOMATISMO**.

TUTOR

---

M. Sc. Córdova Rivadeneira, Luis Silvio

DIRECTOR DE CARRERA

---

M. Sc. Heras Sánchez, Miguel Armando

Guayaquil, a los 16 días del mes de septiembre del año 2021



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

**DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD**

Yo, **López Quiñonez, Marlon Iván**

**DECLARÓ QUE:**

El trabajo de titulación **“Evaluación de métodos de identificación paramétrica en sistemas de control mediante funciones de transferencia”** previo a la obtención del Título de **Ingeniero Electrónico en Control y Automatismo**, ha sido desarrollado respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan en el documento, cuyas fuentes se incorporan en las referencias o bibliografías. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance del Trabajo de Titulación referido.

Guayaquil, a los 16 días del mes de septiembre del año 2021

EL AUTOR

LÓPEZ QUIÑONEZ, MARLON IVÁN



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

**AUTORIZACIÓN**

Yo, **López Quiñonez, Marlon Iván**

Autorizó a la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, la publicación, en la biblioteca de la institución del Trabajo de Titulación: “**Evaluación de métodos de identificación paramétrica en sistemas de control mediante funciones de transferencia**”, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y total autoría.

Guayaquil, a los 16 días del mes de septiembre del año 2021

EL AUTOR

---

LÓPEZ QUIÑONEZ, MARLON IVÁN

# REPORTE DE URKUND

**URKUND** Abrir sesión

<b>Documento</b>	<a href="#">López_Marlon.docx</a> (D114232443)
<b>Presentado</b>	2021-10-04 12:02 (-04:00)
<b>Presentado por</b>	fernandopm23@hotmail.com
<b>Recibido</b>	edwin.palacios.ucsg@analysis.orkund.com
<b>Mensaje</b>	Revisión TT Marlon López <a href="#">Mostrar el mensaje completo</a> 4% de estas 18 páginas, se componen de texto presente en 3 fuentes.

Lista de fuentes	Bloques
Categoría	Enlace/nombre de archivo
>	<a href="http://201.159.223.180/bitstream/3317/162...">http://201.159.223.180/bitstream/3317/162...</a>
	<a href="#">TINGO_JHON_Final.docx</a>
	<a href="http://201.159.223.180/bitstream/3317/155...">http://201.159.223.180/bitstream/3317/155...</a>
	<a href="#">TT-Miguel-Flores-31-08-17.SDA.doc</a>
	<a href="#">Modelado e implementación de sistemas de...</a>
	DETERMINACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTIC...

Reiniciar | Exportar | Compartir

1 Advertencias

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA

ELECTRÓNICA EN CONTROL Y AUTOMATISMO

TEMA:  
Evaluación de métodos de identificación paramétrica en  
sistemas de control mediante funciones de transferencia

AUTOR: López Quiñonez, Marlon Iván

Trabajo de Titulación previo a  
la  
obtención del título de INGENIERO ELECTRÓNICO EN  
CONTROL Y AUTOMATISMO

TUTOR: M. Sc. Córdova Rivadeneira,



## **DEDICATORIA**

Primero a Dios que por sus bendiciones he logrado el propósito de culminar la carrera de Ingeniería Electrónica en Control y Automatismo.

A mis padres que con su apoyo incondicional y económico no hubiera sido posible culminar esta etapa tan hermosa.

**EL AUTOR**

**LÓPEZ QUIÑONEZ, MARLON IVÁN**

## **AGRADECIMIENTO**

A mis amigos que compartieron conmigo las aulas de la FEDT y saben del sacrificio que cada uno pasó en la formación de Ingeniería Electrónica en Control y Automatismo.

A los docentes de la FEDT que de una u otra manera han contribuido en mi formación como ingeniero.

EL AUTOR

LÓPEZ QUIÑONEZ, MARLON IVÁN



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

**TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN**

f. 

**M. Sc. Romero Paz, Manuel de Jesús**  
DECANO

f. 

**M. Sc. Heras Sánchez, Miguel Armando**  
DIRETOR DE CARRERA

f. 

**M. Sc. Palacios Meléndez, Edwin Fernando**  
OPONENTE



## Índice General

Índice de Figuras .....	XI
Resumen .....	XIII
Capítulo 1: Generalidades del trabajo de titulación.....	2
1.1. Introducción.....	2
1.2. Antecedentes. ....	2
1.3. Definición del Problema.....	3
1.4. Justificación del Problema.....	3
1.5. Objetivos del Problema de Investigación.....	3
1.5.1. Objetivo General.....	3
1.5.2. Objetivos Específicos. ....	3
Capítulo 2: Fundamentación teórica. ....	4
2.1. Introducción al modelado matemático en sistemas de control dinámico. .....	4
2.2. Aspectos del modelado matemático.....	5
2.2.1. Análisis compartimental.....	6
2.2.2. Aspectos de un modelo bien planteado. ....	7
2.3. Representación de un sistema dinámico lineal mediante su modelo de estado: Modelo entrada-salida de un circuito RLC en serie. ....	8
2.4. Modelos de función de transferencia.....	10
2.5. Respuestas dinámicas. ....	11
2.6. Modelo de espacio de estado.....	12
2.7. Tipos de sistemas de control.....	15
2.7.1. Sistemas de control de bucle abierto.....	15
2.7.2. Sistemas de control de bucle cerrado.....	16
2.8. Identificación de sistemas de control.....	18

Capítulo 3: Implementación, Simulación y Resultados obtenidos.....	21
3.1. Descripción general de los métodos .....	21
3.2. Estimación paramétrica de un sistema de quinto orden.....	24
Conclusiones.....	38
Recomendaciones.....	39
Bibliografía.....	40

## Índice de Figuras

### Capítulo 2

Figura 2. 1: Diagrama de un sistema de control básico que denota las funciones de transferencia. ....	7
Figura 2. 2: Circuito eléctrico RLC a modelar matemáticamente. ....	9
Figura 2. 3: Representación del modelado matemático de entrada-salida de un circuito RLC en serie. ....	10
Figura 2. 4: Respuesta al escalón de entrada y salida del instrumento. ....	12
Figura 2. 5: Respuesta al escalón del sistema de primer orden. ....	14
Figura 2. 6: Sistema de control de bucle abierto. ....	15
Figura 2. 7: Sistema de control retroalimentado. ....	16
Figura 2. 8: Representación del sistema de control retroalimentado. ....	17
Figura 2. 9: Sistema de control de calefacción. ....	18

### Capítulo 3

Figura 3. 1: Diagrama de bloque del flujo de señales del modelo lineal general. ....	22
Figura 3. 2: Diagrama de bloques del modelo paramétrico ARX. ....	23
Figura 3. 3: Diagrama de bloques del modelo paramétrico ARMAX. ....	23
Figura 3. 4: Diagrama de bloques del modelo paramétrico OE. ....	23
Figura 3. 5: Diagrama de bloques del modelo paramétrico BJ. ....	23
Figura 3. 6: Datos de entrada y modelos de estructuras paramétricas en el SITB. ....	26
Figura 3. 7: Establecer estructura del modelo en este caso ARX. ....	26
Figura 3. 8: Gráfica del análisis residual del modelo ARX. ....	27
Figura 3. 9: Gráfica del análisis residual del modelo ARMAX. ....	27
Figura 3. 10: Gráfica del análisis residual del modelo FIR. ....	28
Figura 3. 11: Gráfica del análisis residual del modelo OE. ....	28

Figura 3. 12: Gráfica del análisis residual del modelo BJ. ....	29
Figura 3. 13: Gráficas comparativas de análisis residual entre los modelos ARX, ARMAX, FIR, OE y BJ.....	29
Figura 3. 14: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica ARX. ....	30
Figura 3. 15: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica ARMAX. ....	30
Figura 3. 16: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica FIR. .	31
Figura 3. 17: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica OE. ...	31
Figura 3. 18: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica BJ. ...	32
Figura 3. 19: Comparativa del ajuste de salida de los modelos de estimación paramétrica ARX, ARMAX, FIR, OE y BJ. ....	32
Figura 3. 20: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación ARX. ....	33
Figura 3. 21: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación ARMAX. ....	33
Figura 3. 22: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación FIR.....	34
Figura 3. 23: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación OE.....	34
Figura 3. 24: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación BJ.....	35
Figura 3. 25: Comparativas de la respuesta al escalón para los modelos ARX, RMAX, FIR, OE y BJ.....	35
Figura 3. 26: Comparativas de las estimaciones paramétricas ARX y ARMAX. ....	36
Figura 3. 27: Comparativas de las estimaciones paramétricas OE y BJ.....	36
Figura 3. 28: Comparativas de las estimaciones FIR y análisis de correlación. ....	37

## Resumen

En el presente documento se presenta el trabajo de titulación denominado “Evaluación de métodos de identificación paramétrica en sistemas de control mediante funciones de transferencia” basados en modelos matemáticos. Por ejemplo, los modelos matemáticos podrían describirse en tres formas: función de transferencia, espacio de estados y diagrama de bloques que podrían presentarse en dos tipos de notaciones: dominio de tiempo continuo y dominio de tiempo discreto usando transformada de Laplace y transformada  $z$ , respectivamente. Estas notaciones podrían resolverse mediante dos métodos: modelado físico y modelado experimental, también conocido como la identificación de sistemas (SYSID). El modelado físico utiliza principios fundamentales como leyes físicas y hechos relevantes para ser entendidos que se divide en lineal y no lineal. Mientras que la SYSID es un modelado que utiliza trabajo experimental para deducir el sistema, por lo tanto, requiere un prototipo o un sistema real. La SYSID se divide en métodos de estimación no paramétricos y paramétricos: no paramétrico es un método de estimación basado en pasos, impulsos y respuesta de frecuencia para estimar el ajuste gráfico correcto de un modelo genérico, mientras que paramétrico es un método de estimación basado en modelos especificados por el usuario para estimar funciones de transferencia y matrices de espacio de estados.

**Palabras claves:** Identificación, Sistemas, Control, Retroalimentación, Paramétrica, Modelado

## **Capítulo 1: Generalidades del trabajo de titulación**

### **1.1. Introducción.**

Los sistemas dinámicos son objeto de un interés creciente desde hace décadas. La simulación es el enfoque preferido para comprender la evolución del comportamiento de un sistema dinámico a nivel global, basándose en la modelización a nivel local de sus componentes y sus interacciones mutuas a través de las relaciones y la dinámica que los rigen.

Un sistema se define como una colección de componentes conectados que producen señales observables que serían inútiles si las señales no fueran observables. El sistema interactuaría con el medio ambiente a través de entradas, salidas y perturbaciones presentes en el sistema y el medio ambiente. El estudio de la evolución de estos sistemas requiere típicamente la integración en el tiempo (y posiblemente en el espacio) de las ecuaciones así construidas; sin embargo, si éstas son a veces fáciles de plantear, su resolución puede derrotar a los métodos de integración analítica y requerir un paso por los métodos numéricos.

Un sistema complejo es un conjunto de un gran número de entidades que interactúan con la capacidad de generar un nuevo tipo de comportamiento colectivo a través de la autoorganización, incluyendo la formación espontánea de estructuras temporales, espaciales o funcionales. El reconocimiento de que el comportamiento del sistema no puede inferirse simplemente a partir del conocimiento del comportamiento de los componentes individuales ha dado lugar a varios conceptos nuevos y a sofisticadas herramientas de modelización matemática que pueden contribuir al estudio de muchos problemas científicos, sociales y tecnológicos, que sólo pueden describirse adecuadamente en términos de complejidad y sistemas complejos.

### **1.2. Antecedentes.**

Se podría presentar una descripción equivalente de cualquier sistema dado en un modelo. La razón principal para usar modelos en comparación con un sistema real radica en el hecho de que un modelo es solo una descripción

de un sistema y no un sistema en sí. Considerando que un sistema puede ser complejo, caro o inaccesible; un modelo correspondiente podría desarrollarse de manera más simple utilizando una técnica de aproximación típica que es menos costosa en comparación con el trabajo experimental y mucho más móvil

### **1.3. Definición del Problema.**

Durante la fase de investigación no se encontraron trabajos de titulación donde se implemente la identificación de sistemas de control utilizando los métodos paramétricos (ARX, ARMAX, OE y BJ). En base a esto surge la necesidad de realizar la evaluación de métodos de identificación paramétrica en sistemas de control mediante funciones de transferencia

### **1.4. Justificación del Problema.**

Gracias a las herramientas tecnológicas cada vez más potentes, ahora es posible modelar y simular con mayor realismo la complejidad de los sistemas que se encuentran tanto en la naturaleza como en el "mundo organizado del hombre".

### **1.5. Objetivos del Problema de Investigación.**

#### **1.5.1. Objetivo General.**

Realizar la evaluación de métodos de identificación paramétrica en sistemas de control mediante funciones de transferencia

#### **1.5.2. Objetivos Específicos.**

- Describir los fundamentos teóricos de sistemas de control y de la identificación de sistemas.
- Implementar los métodos de identificación paramétrica de sistemas de control utilizando la herramienta de identificación de sistemas (SITB) de MatLab.
- Analizar los resultados obtenidos de la identificación de sistemas mediante la señal medida y de estimación paramétrica.

## **Capítulo 2: Fundamentación teórica.**

En el presente capítulo se describen los fundamentos teóricos del modelado matemáticos de los sistemas de control y de la identificación paramétrica.

### **2.1. Introducción al modelado matemático en sistemas de control dinámico.**

El modelado en ingeniería electrónica en control y automatización a menudo conduce al desarrollo o uso de una o más ecuaciones matemáticas que describen el sistema dinámico estudiado. Dependiendo del enfoque del modelado y de los aspectos dinámicos del sistema a los que se refiere el presente trabajo de titulación, estas ecuaciones pueden ser discretas, diferenciales ordinarias o diferenciales parciales, etc.

En los sistemas de control dinámicos aplicados a la carrera de ingeniería de control y automatización se interesa en sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Estos sistemas pueden calificarse como autónomos o no autónomos, incluso lineales o no lineales o incluso híbridos dependiendo de la naturaleza de las relaciones entre sus variables. En este capítulo, se presenta el enfoque de modelado matemático, particularmente el del análisis compartimental; y dilucidar estas diferentes nociones, así como las herramientas matemáticas asociadas para caracterizar y verificar la calidad de un modelo.

Para abordar un problema de sistemas dinámicos, existen varios enfoques (estocásticos, deterministas, etc.) de modelado matemático. En todos los casos, es muy importante comenzar con una pregunta, seguida de discusiones entre ingenieros y modeladores matemáticos y además recurrir a una búsqueda bibliográfica.

Este enfoque multidisciplinario permite superar mejor los problemas vinculados a la diferencia de conceptos, terminología, métodos, pero sobre todo a la traducción de fenómenos biológicos complejos en ecuaciones



matemáticas relativamente simples en el estudio y volver a la pregunta planteada en las conclusiones matemáticas.

## 2.2. Aspectos del modelado matemático.

En esta sección se presentan los principales aspectos de un modelado matemático, en particular los del análisis compartimental que nos permitirá luego acercarnos al modelado de sistemas de control, así como los aspectos teóricos de un modelo matemático bien planteado. Para proponer mejor una descripción matemática adecuada de un fenómeno del mundo real o artificial, se conservan las siguientes definiciones de modelización y de modelo.

✚ **Definición 1:** la modelización es el proceso por el que un problema del mundo real se interpreta y representa en términos de símbolos abstractos. Cuando la descripción abstracta implica una formulación matemática, se denomina modelización matemática.

✚ **Definición 2:** un modelo es cualquier construcción simplificada que pretende reproducir un proceso (físico, biológico, entre otros), con la finalidad de extraer información que no es fácilmente accesible (por observación o experimentación) en la realidad.

Por ello, el estudio de un modelo matemático puede ayudar, entre otras cosas, a comprender mejor el fenómeno considerado (en este caso dinámico para identificación paramétrica), a contribuir a su gestión óptima o a hacer predicciones sobre su comportamiento. Sin embargo, cualquier ecuación matemática resultante de un intento de modelar un fenómeno no es necesariamente un modelo matemático. En efecto, un modelo matemático debe necesariamente verificar ciertas propiedades:

(a) las relaciones matemáticas son consistentes,

(b) las variables del sistema son directamente interpretables, es decir, estas variables son de tipo cuantitativo, de concentración, entre otras.


(c) en el caso habitual de un sistema de entrada-salida, la entrada del sistema puede interpretarse como información sobre el sistema real considerado; la salida se considera información sobre el sistema considerado.

En otras palabras, un modelo es sólo una representación aproximada de la realidad. En este caso, se pueden utilizar varios objetos matemáticos para aproximar un fenómeno real o artificial. En particular, cualquier sistema dinámico o biológico puede ser representado por diferentes modelos procedentes de un enfoque de modelización entre los que se elige, además de las propiedades mencionadas, el más sencillo siempre que sea compatible con todos los datos del sistema. El presente trabajo se interesa en los enfoques de modelización denominado análisis compartimental y en la siguiente sección se presentan algunos de sus aspectos.

### 2.2.1. Análisis compartimental

El análisis compartimental es una técnica de modelización que ya se ha utilizado en el estudio de sistemas dinámicos, biológicos, entre otras. En el proceso, son necesarios varios pasos para desarrollar un modelo compartimental de un sistema dinámico. Estos incluyen la definición de la entidad dinámica a estudiar, sus diferentes compartimentos (que son de hecho clases de equivalencia) a considerar, la determinación de la naturaleza y proporción de los intercambios entre compartimentos y la evaluación de la variación en cada compartimento dado por el principio por medio de una ecuación diferencial".

La técnica de modelización compartimentada se basa en el siguiente diseño de un compartimento.

 **Definición 3:** un compartimento puede definirse como un depósito hipotético que no necesita corresponder a un volumen físico o a un espacio fisiológico. Se caracteriza por una cantidad de materia cinética homogénea. En concreto, cualquier cantidad entrante se mezcla instantáneamente con el resto.

Para apoyar el enfoque del análisis compartimental con un ejemplo, se considera un compartimento,  $X$ , que contiene una cantidad  $x_0$  en el momento inicial  $t_0 = 0$ . Suponiendo que no admite ningún flujo entrante y que el tiempo de residencia en el compartimento se distribuye exponencialmente de forma que la tasa de salida por unidad de tiempo es constante y se denota como

$y(t) = \alpha$  (véase la figura 2.1). La figura 2.1 muestra el diagrama de un sistema de control de bucle abierto, con variable de control (entrada)  $U(t)$  y de salida  $Y(t)$ . (Jurado Jaramillo, 2019). La relación que se obtiene a partir de la figura 2.1 se denomina “función de transferencia”.

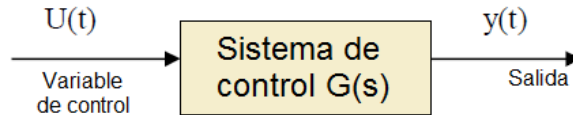


Figura 2. 1: Diagrama de un sistema de control básico que denota las funciones de transferencia.

Fuente:

Utilizando el principio de conservación, la evaluación del cambio en la cantidad, denotada  $x$ , en el compartimento  $X$  a lo largo de un pequeño período  $dt > 0$  que comienza en el tiempo  $t$  viene dada por,

$$x(t + dt) - x(t) = -\alpha x dt$$

$$-\alpha x = \frac{x(t + dt) - x(t)}{dt}$$

Por lo tanto, haciendo que  $dt$  tienda a 0, se obtiene,

$$-\alpha x = \lim_{dt > 0} \frac{x(t + dt) - x(t)}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha x \quad (2.1)$$

Esta ecuación diferencial, junto con la condición inicial  $x(0) = x_0$ , nos permite describir la dinámica de la cantidad en el compartimento  $X$ .

### 2.2.2. Aspectos de un modelo bien planteado.

En general, la aplicación del enfoque compartimental a un fenómeno físico o biológico esquematizado por al menos  $n$  compartimentos (donde  $n$  es un número entero positivo) puede conducir a la elaboración de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (abreviadamente EDO) de la forma general,

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x) \quad (2.2)$$

donde  $x$  es un vector de números reales con  $n$  componentes que representan el estado del sistema y  $f$  es una función del tiempo  $t$  y del estado

$x$  que relaciona tanto las  $n$  componentes de  $x$  como los parámetros del sistema (por ejemplo,  $f(t, x) = -\alpha x$  en la ecuación (2.1)).

Si se considera ahora un sistema de EDO (ecuación 2.2) asociado a un vector de estado inicial  $x(0) = x_0$  con  $n$  componentes que describen un proceso de control de velocidad de un motor DC. Se dice que este es un modelo matemático bien planteado cuando su espacio de estados está necesariamente incluido en  $\mathbb{R}_+^n$ , su variable temporal  $t$  pertenece a  $\mathbb{R}_+$  por una simple traslación y es verificada con las dos condiciones siguientes:

- (i) dado un vector de estado inicial, el modelo admite una solución en el espacio de estados,
- (ii) la solución es única,
- (iii) la solución depende de los datos continuamente dentro de una topología razonable.

Estas condiciones (i) a (iii) son importantes en el sentido de que el uso de un modelo para hacer predicciones sobre un fenómeno debe estar garantizado por la prueba de que el modelo admite al menos una solución y que esta solución es única para una condición inicial dada. La dependencia de la solución con respecto a los parámetros y los datos garantiza que los pequeños errores en las mediciones no provoquen grandes errores en las predicciones propuestas por el modelo.

En la siguiente sección se presentan algunas aplicaciones prácticas en el modelado matemático relacionadas con la naturaleza de las relaciones entre las variables y los parámetros del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ecuación 2.2) que pueden abordar la cuestión del modelo bien planteado.

### **2.3. Representación de un sistema dinámico lineal mediante su modelo de estado: Modelo entrada-salida de un circuito RLC en serie.**

Se considera el siguiente circuito eléctrico (ver figura 2.2): suponiendo que los parámetros  $R$ ,  $L$  y  $C$  son constantes, la relación matemática entre el

voltaje de salida  $u_s(t)$  al voltaje de entrada  $u_e(t)$  se puede encontrar escribiendo la ecuación diferencial que gobierna el circuito RLC,

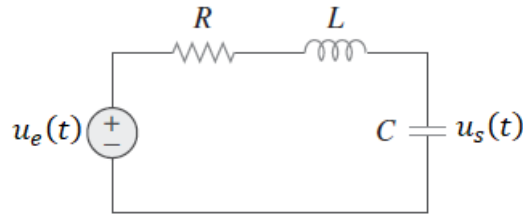


Figura 2. 2: Circuito eléctrico RLC a modelar matemáticamente.  
Fuente: (Alexander et al., 2018)

$$u_e(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$

Observando que,

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_s}{dt}$$

donde,  $q(t)$  es la carga instantánea del condensador, y

$$u_s(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$

la ecuación diferencial de segundo orden se convierte en,

$$u_e(t) = RC \frac{du_s}{dt} + LC \frac{d^2u_s}{dt^2} + u_s(t)$$

o bien,

$$\frac{d^2u_s}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_s}{dt} + \frac{1}{LC} u_s(t) = \frac{1}{LC} u_e(t)$$

Su resolución proporciona la relación deseada entre, la entrada  $u_e(t)$  y la salida  $u_s(t)$  del sistema que se muestra en la figura 2.3. En el caso de condiciones iniciales nulas, se puede extraer la función de transferencia definida por,

$$G(s) = \frac{U_s(s)}{U_e(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

Se trata de nuevo de una relación entrada-salida en la que no interviene ninguna de las magnitudes internas del circuito, aunque su conocimiento puede ser importante; uno piensa en particular en:

- la corriente  $i(t)$ ;
- el flujo eléctrico total  $\varphi(t) = L \cdot i(t)$ ;
- la carga instantánea del condensador  $q(t)$ ;
- el campo eléctrico  $E(t)$  entre las placas del condensador.

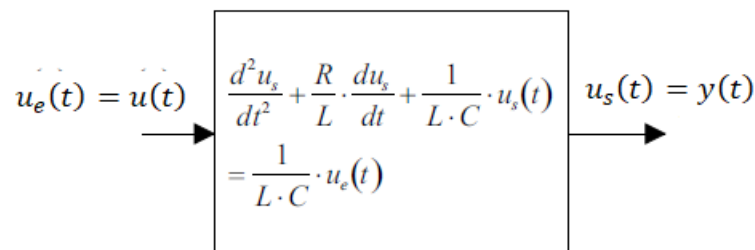


Figura 2. 3: Representación del modelado matemático de entrada-salida de un circuito RLC en serie.  
Elaborado por: Autor.

Una corriente  $i(t)$  demasiado elevada puede provocar una saturación magnética, que se observa directamente en el flujo total  $\varphi(t)$ , mientras que un condensador sobrecargado puede generar un campo eléctrico  $E$  mayor que el campo de ruptura. En cualquier caso, se desmienten los supuestos de linealidad, pero ninguna de estas cantidades aparece en ninguno de los modelos de entrada-salida (ecuación diferencial de segundo orden y función de transferencia) obtenidos.

#### 2.4. Modelos de función de transferencia.

Dos de las formas más potentes (y comunes) de representar sistemas son la forma de función de transferencia y la forma de espacio de estados. Esta sección describe cómo transformar una función de transferencia en una representación del espacio de estados, y viceversa. La conversión de la forma de espacio de estados a una función de transferencia es sencilla porque la forma de la función de transferencia es única. La conversión de una función de transferencia a un espacio de estados es más complicada, sobre todo porque hay muchas formas de espacio de estados para describir un sistema.

Una función de transferencia se expresa en el dominio de la frecuencia mediante la aplicación de la transformada de Laplace y que representa la relación entrada-salida de un sistema, definida por:

$$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\} = \int_{0^-}^{\infty} x(t) e^{-st} dt$$

En consecuencia, la FT está definida como,

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} = K \frac{(s - z_1) \dots (s - z_n)}{(s - p_1) \dots (s - p_n)}$$

Donde,  $z_i$  son los ceros de la FT y  $p_i$  son los polos de la FT, K es la ganancia del sistema. Aunque, en general en la FT se sabe que  $n \geq m$ . A continuación, se expresan las formas de la FT en Matlab/Simulink.

```
num=[bm, ..., b0];
den=[an, ..., a0];
sys=tf(num, den);
zeros=[z1, ..., zm];
poles=[p1, ..., pn];
sys=zpk(zeros, poles, k);
```

El entorno de simulación Matlab permite la opción de pasar de una descripción a otra. Entonces, si un sistema se define en forma de TF, el comando zpk (sys) permite visualizar la ganancia del sistema. A continuación, se presentan los comandos en MatLab que permiten generar la FT, los polos y ceros de la FT (siempre que se conozca numerador y denominador).

```
[num, den]=zp2tf (z, p, k);
[z, p, k]=tf2zp (num, den);
pole(sys);
zero(sys);
[w, z, p]=damp(sys);
pzmap(sys);
```

## 2.5. Respuestas dinámicas.

La forma tradicional de investigar la respuesta dinámica de un instrumento es considerar la ecuación diferencial que describe la salida. Suponiendo que la respuesta del instrumento puede modelarse mediante una ecuación diferencial ordinaria lineal con coeficientes constantes, definida por:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = bx(t)$$

Donde  $y$  es la salida del instrumento,  $x$  es la entrada, y  $n$  es el orden del

instrumento. Se analizará la respuesta del instrumento a tres entradas diferentes: (1) escalon, (2) rampa, y (3) sinusoidal. En general los sistemas de control utilizan respuestas al escalón, tal como se muestra en la figura 2.4.

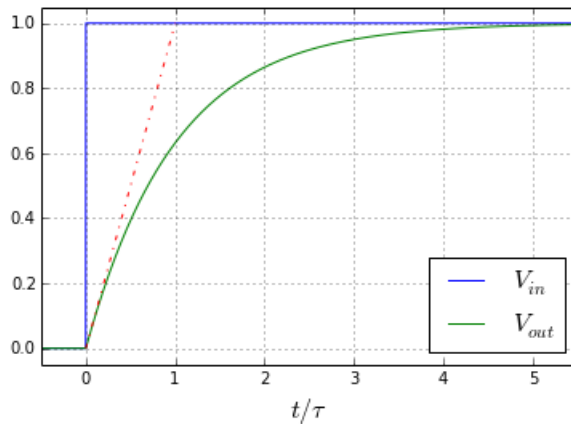


Figura 2. 4: Respuesta al escalón de entrada y salida del instrumento.  
Fuente: (Coleman et al., 2009; Coleman & Steele, 2018; Schweber, 2021).

Los siguientes comandos se utilizan siempre en MatLab para visualizar las respuestas al escalón e impulsiva de sistemas de control.

```

step(sys)
step(sys, Tfinal)
time t=Tfinal
step(sys, t)
data=stepinfo('sys')
[v,t]=step(sys)
impulse(sys)
impulse(sys, Tfinal)
impulse(sys, t)
[v,t]=impulse(sys)
lsim(sys, u, t)
lsim(sys, u, t, x0)
v=lsim(sys, u, t)

```

## 2.6. Modelo de espacio de estado

El modelo de espacio de estados ofrece una alternativa al modelo de entrada-salida al proponer un modelo que relaciona no sólo las señales de entrada y salida de un sistema dinámico, sino que mantiene "a la vista" algunas magnitudes internas esenciales, las variables de estado. Para obtenerlo, basta con describir el sistema dinámico mediante  $n$  ecuaciones diferenciales de orden 1 en lugar de una única ecuación diferencial de orden  $n$ . Para el circuito eléctrico (véase figura 2.2) considerado en la sección 2.3, se podría escribir,



$$\begin{cases} u_e(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} q(t) \\ i(t) = \frac{dq}{dt} \end{cases}$$

donde  $q(t)$  es la carga eléctrica instantánea del condensador. Colocando las primeras derivadas en los miembros de la izquierda y formateando, tenemos,

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{1}{LC}q(t) + \frac{1}{L}u_e(t) \\ \frac{dq}{dt} = i(t) \end{cases}$$

Estas dos ecuaciones, puestas en forma canónica, modelan el comportamiento dinámico del circuito eléctrico RLC denominadas también como las ecuaciones de estado del sistema. La expresión de la tensión de salida  $u_s(t)$  es entonces simplemente,

$$u_s(t) = \frac{1}{C} q(t)$$

que se denomina ecuación de observación. Aprovechando la notación matricial, las tres últimas ecuaciones pueden presentarse de forma compacta, como:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{LC} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u_e \\ u_s &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ q \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La resolución de la primera de estas ecuaciones (es decir, la ecuación de estado) proporciona la corriente  $i(t)$  y la carga  $q(t)$  en función del voltaje de entrada  $u_e(t)$ . El cálculo del voltaje de salida  $u_s(t)$  es entonces una simple formalidad (combinación lineal de los estados  $i(t)$  y  $q(t)$ ) utilizando la segunda ecuación, es decir, la ecuación de observación. Las variables de estado del sistema son  $i(t)$  y  $q(t)$ , se han combinado en el vector de estado, definido como,

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} i \\ q \end{bmatrix}$$

Por ejemplo, para la constante de tiempo cuyo factor es  $\frac{1}{a}$ , conocida como el tiempo requerido para la respuesta al escalón llegue al 63% del valor final. Por tanto, los tiempos de retardo, subida y estabilización del sistema de 1er orden son definidos como,

$$T_d = \frac{0.6931}{a}, T_r = \frac{2.1972}{a}, T_s = \frac{3.912}{a}$$

Se puede ver, que las expresiones de tiempo dependen de 'a'. A continuación, se presenta un pequeño ejemplo en MatLab para observar los cambios que tendrá la respuesta al escalón si el parámetro 'a' varía entre 1 y 4. En la figura 2.5 se muestran las diferentes respuestas al escalón para valores de  $1 \leq a \leq 4$ .

```
figure(1)
a1=1; sys1=zpk([],-a1,a1); hold on; grid on
step(sys1)
a2=2; sys2=zpk([],-a2,a2); hold on; grid on
step(sys2)
a3=3; sys3=zpk([],-a3,a3); hold on; grid on
step(sys3)
a4=4; sys4=zpk([],-a4,a4); hold on; grid on
step(sys4)
legend ('Para a=1', 'Para a=2', 'Para a=3', 'Para a=4')
```

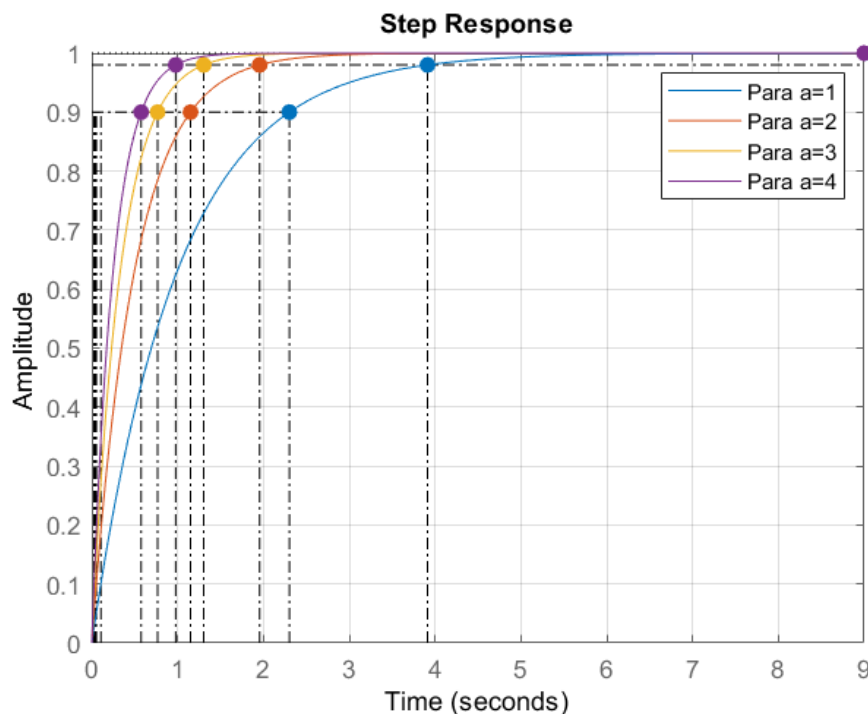


Figura 2. 5: Respuesta al escalón del sistema de primer orden.  
Elaborado por: Autor.

De la figura 2.5 se observa como disminuye los tiempos de subida y estabilización de la respuesta al escalón. Es decir, que se aproximan más apresuradamente al estado estable siempre que la variable de “a” se desplace a la izquierda del plano complejo.

## 2.7. Tipos de sistemas de control.

En esta sección se describen brevemente los tipos de sistemas de control de bucle abierto y cerrado.

### 2.7.1. Sistemas de control de bucle abierto.

En el sistema de control en bucle abierto, la salida no afecta a la acción de control del sistema. En otras palabras, el sistema cuyo funcionamiento depende del tiempo se denomina sistema de control en bucle abierto, tal como se muestra en la figura 2.6. El sistema de bucle abierto no tiene retroalimentación.



Figura 2. 6: Sistema de control de bucle abierto.  
Fuente: (Bolton, 2021; Khatri, 2010; Nise, 2015)

Por ejemplo, la secadora de ropa cuya acción de control es realizada manualmente por el operador. Dependiendo del contenido de humedad de la ropa, suponga que el operario ajusta el temporizador para 30 minutos. Después de 30 minutos, el temporizador se detiene incluso cuando la ropa está mojada. La secadora deja de funcionar, aunque no se obtenga la salida. Esto demuestra que el sistema no tiene retroalimentación. Aquí la secadora es el ejemplo del sistema de bucle abierto y el temporizador es el controlador del sistema.

Otro ejemplo de sistema de control de bucle abierto sería la lavadora automática en el cual el operario ajusta manualmente el tiempo de funcionamiento de la máquina. La máquina deja de funcionar después del tiempo establecido, incluso si no se logra la limpieza deseada de la ropa. Esto se debe a que la máquina no tiene un sistema de retroalimentación que señale

la acción de control del sistema para la salida deseada. El sistema de bucle abierto es sencillo y requiere menos mantenimiento. Además, su funcionamiento es rápido y muy económico. Pero la precisión del sistema es menor y su fiabilidad también.

### 2.7.2. Sistemas de control de bucle cerrado.

. El sistema de control de bucle cerrado también conocido como retroalimentado significa que la salida del sistema depende de su entrada. El sistema tiene uno o más bucles de retroalimentación entre su salida y su entrada. El sistema de bucle cerrado está diseñado para proporcionar automáticamente la salida deseada comparándola con la entrada real. El sistema de bucle cerrado genera la señal de error que es la diferencia entre la entrada y la salida, tal como se muestra en la figura 2.7.

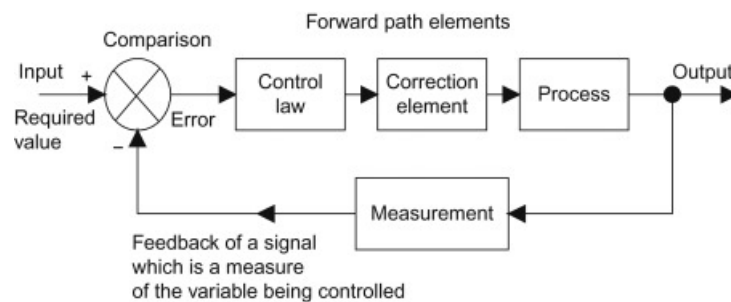


Figura 2. 7: Sistema de control retroalimentado.  
Fuente: (Bolton, 2021; Khatri, 2010; Nise, 2015)

A diferencia de los sistemas de control de bucle abierto, un sistema de control de bucle cerrado (véase la figura 2.7) utiliza una medida adicional (señal de retroalimentación) de la salida real para comparar la salida real con la respuesta de salida deseada (referencia o comando). Por razones obvias, un sistema de control de bucle cerrado se suele denominar sistema de control de retroalimentación. Así, un sistema de control de retroalimentación tiende a mantener una relación prescrita de una variable del sistema con otra variable, comparando funciones de estas variables y utilizando la diferencia como medio de control. (Mahmoud, 2018)

Por ejemplo, el sistema de calefacción de una casa (ver figura 2.3), donde la habitación se encuentra bien aislada, la temperatura podría subir a un nivel incómodo y el calor podría haber sido apagado por alguien que

detecta la temperatura de la habitación. A continuación, se presenta un ejemplo práctico de cómo obtener la función de transferencia de un sistema de control retroalimentado mostrado por la figura 2.8.

$$C(s) = G(s)E(s) \quad (2.1)$$

$$B(s) = H(s)C(s) \quad (2.2)$$

$$E(s) = R(s) - B(s) \quad (2.3)$$

Reemplazando las ecuaciones 2.1 y 2.2 en 2.3, lo que nos queda sería la función de transferencia del sistema de control retroalimentado.

$$C(s) = G(s)[R(s) - H(s)C(s)]$$

$$C(s) = G(s)R(s) - G(s)H(s)C(s)$$

$$C(s)[1 + G(s)H(s)] = G(s)R(s)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.4)$$

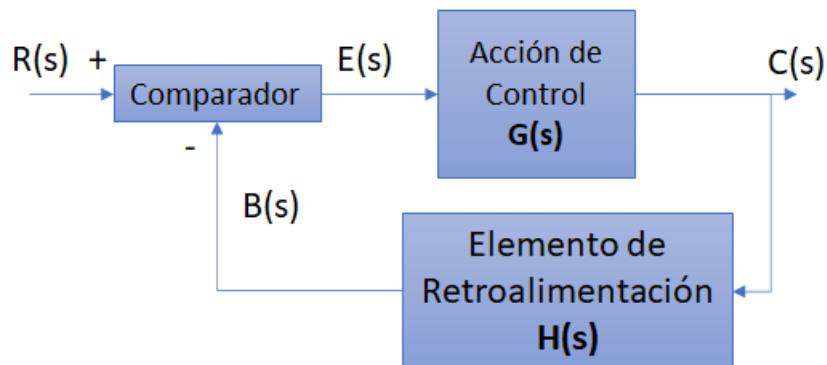


Figura 2. 8: Representación del sistema de control retroalimentado.  
Elaborado por: Autor.

Suponiendo que, en el ejemplo anterior de una secadora de ropa, ahora se utiliza el transductor que detecta la sequedad de la ropa y proporciona la señal de retroalimentación al controlador sobre la sequedad. Aquí, la sequedad es la salida del sistema. El sensor actúa como retroalimentación del sistema. El sensor envía la señal al controlador de la máquina y, por tanto, el secador proporciona la salida deseada.

El aire acondicionado es un ejemplo de sistema de bucle cerrado. El acondicionador de aire regula la temperatura comparándola con la

temperatura ambiente. La comparación de temperaturas se realiza mediante el termostato. Cuando la corriente alterna proporciona la señal de error correspondiente a la diferencia entre la temperatura ambiente y la temperatura de la habitación, los termostatos conectan o desconectan el compresor.

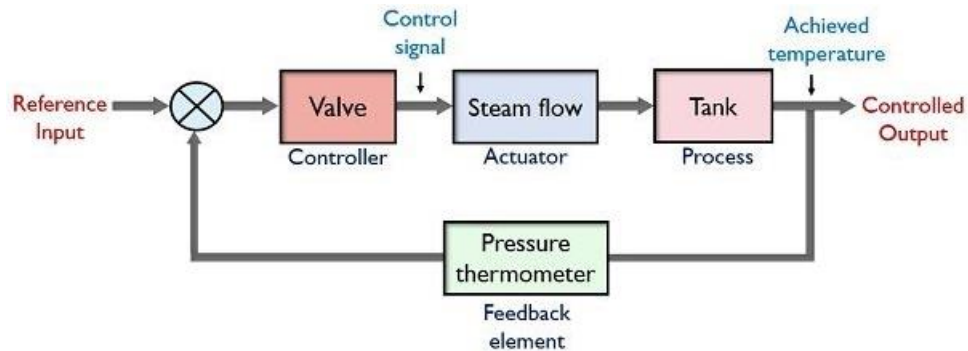


Figura 2. 9: Sistema de control de calefacción.  
Fuente: (Electronics, 2019).

## 2.8. Identificación de sistemas de control.

La identificación de sistemas de control es un proceso basado en datos, que permite obtener representaciones analíticas de sistemas dinámicos a partir de observaciones experimentales. El tema de la identificación de sistemas se refiere a los medios y técnicas para estudiar un proceso o sistema a través de datos observados o experimentales, principalmente para desarrollar una descripción (matemática) adecuada de ese sistema. Aquí se presentan los procedimientos generales de identificación de sistemas que se utilizan habitualmente. El procedimiento de identificación del sistema contiene principalmente cinco pasos.

1. Generación y adquisición de datos: los conjuntos de datos de entrada-salida pueden generarse y registrarse mediante la realización de experimentos de identificación del sistema específicamente diseñados. Cuando se diseñan experimentos de identificación del sistema, las entradas son de gran relevancia (deben diseñarse tan detalladas como sea posible para que la salida pueda reflejar toda la información del sistema).
2. Preprocesamiento de datos: normalmente, los datos brutos recogidos durante los experimentos no pueden utilizarse directamente para la estimación del modelo. Por lo tanto, antes de presentarlos a los algoritmos de estimación de modelos, se deben aplicar los pasos de

comprobación de calidad y preprocesamiento. Los ruidos pueden ser un factor obvio que influye en la calidad de los datos. Además, los valores atípicos, es decir, los datos que no se ajustan a otras partes de los datos debido a la avería de los sensores y/o a las excursiones bruscas y breves del proceso, también afectarán a la calidad de los datos. Por lo tanto, el preprocesamiento de los datos será útil para preparar datos más limpios para los siguientes pasos.

3. Visualización de los datos: es otro paso previo al desarrollo del modelo. Es un paso importante para la extracción de información y el análisis de las señales, que puede dar primero una confirmación cualitativa de la calidad de los datos desde el punto de vista de la identificación. También puede proporcionar información primaria sobre la ganancia, el retardo y la dinámica del sistema. Además, visualizar los datos del dominio del tiempo en un dominio transformado como el de la frecuencia también puede ser beneficioso, ya que el espectro o los periodogramas son métodos muy buenos para el análisis de señales.
4. Desarrollo de modelos: es el objetivo central de la identificación de sistemas. Para cada sistema, puede haber un número variado de modelos candidatos. Al desarrollar estos modelos candidatos, primero se especifica la estructura y el orden del modelo, y luego se estiman los parámetros del modelo. En la práctica, algunas cajas de herramientas de estimación de modelos asociadas a software de procesamiento de datos, como Matlab, pueden mejorar en gran medida la eficacia del desarrollo de modelos.
5. Evaluación y validación de los modelos: con muchos modelos candidatos, se tiene que determinar el mejor modelo guiados por los datos. Los criterios deben seguirse o establecerse para evaluar el mejor modelo entre los candidatos

En la práctica, existen principalmente dos tipos de métodos de identificación de sistemas. Un tipo de métodos pretende utilizar técnicas directas para determinar las funciones de transferencia de un sistema lineal invariante en el tiempo, en lugar de seleccionar primero un conjunto limitado

de modelos posibles. Estos métodos se denominan métodos no paramétricos, ya que se basan en los datos y no utilizan explícitamente los parámetros para la descripción. En cambio, si se estiman los parámetros y se construyen modelos para la identificación del sistema, los métodos se denominan paramétricos. El enfoque principal de este trabajo de titulación es aplicar la teoría de la identificación de sistemas mediante métodos paramétricos.



### Capítulo 3: Implementación, Simulación y Resultados obtenidos.

El presente capítulo se implementan dos aplicaciones prácticas de identificación de sistemas mediante métodos paramétricos utilizando el entorno de simulación MatLab R2018a.

#### 3.1. Descripción general de los métodos

En la siguiente sección se describen las estructuras subyacentes sobre los modelos paramétricos de la identificación de sistemas (SYSID), las diferentes representaciones de los modelos paramétricos, las razones para elegir una representación en lugar de otra y cómo validar los modelos estimados para los sistemas de control de correlación. Un sistema de correlación podría describirse mediante el siguiente modelo, (Tangirala, 2015)

$$y(n) = q^{-k}G(q^{-1}, \theta)u(n) + H(q^{-1}, \theta)e(n)$$

donde,  $u(n)$  e  $y(n)$  son la entrada y la salida del sistema, respectivamente, mientras que  $e(n)$  es el ruido blanco de media cero o la perturbación del sistema. El ruido blanco es una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas de media y varianza cero,  $\lambda^2$ .  $G(q^{-1}, \theta)$  es la función de transferencia de la parte determinista del sistema, mientras que  $H(q^{-1}, \theta)$  es la función de transferencia de la parte estocástica del sistema, respectivamente.

La función de transferencia determinista “G” especifica la relación entre la salida y la señal de entrada, mientras que la función de transferencia estocástica “H” especifica cómo afecta a la salida la perturbación. Algunas literaturas se refieren a las partes determinista y estocástica como dinámica del sistema y estocástica, respectivamente. El término es el operador de desplazamiento hacia atrás que se define mediante la siguiente ecuación,

$$q^{-1}x(n) = x(n - 1)$$

donde,  $q^{-k}$  define el número de muestras de retardo entre la entrada y la salida. Mientras que  $G(q^{-1}, \theta)$  y  $H(q^{-1}, \theta)$  son polinomios racionales definidos por las siguientes ecuaciones,

$$G(q^{-1}, \theta) = \frac{B(q, \theta)}{A(q, \theta)F(q, \theta)} \quad H(q^{-1}, \theta) = \frac{C(q, \theta)}{A(q, \theta)D(q, \theta)}$$

donde, el vector  $\theta$  es el conjunto de parámetros del modelo. Las ecuaciones de las siguientes secciones no mostrarán  $\theta$  para que las ecuaciones sean más sencillas y fáciles de leer. Las siguientes ecuaciones definen  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $D(q)$  y  $F(q)$ .

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b-1}q^{-(n_b-1)}$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c}$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-2} + \dots + d_{n_d}q^{-n_d}$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + f_2q^{-2} + \dots + f_{n_f}q^{-n_f}$$

donde  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_c$ ,  $n_d$  y  $n_f$  son los ordenes de los modelos. La figura 3.1 representa el flujo de señales de un modelo lineal general.

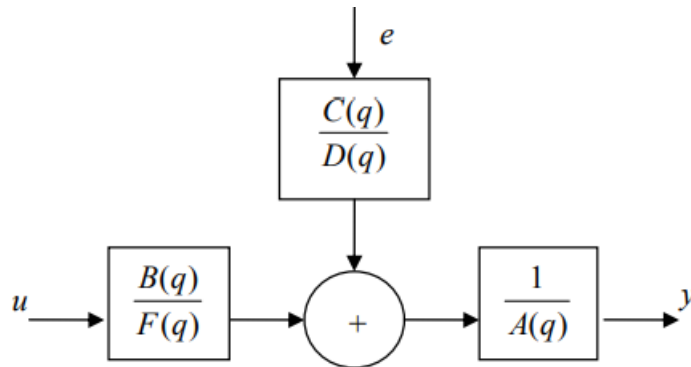


Figura 3. 1: Diagrama de bloque del flujo de señales del modelo lineal general.  
Elaborado por: Autor.

Un modelo general-lineal proporcionaría flexibilidad tanto para la dinámica del sistema como para la dinámica estocástica. Sin embargo, se requiere un método de optimización no lineal para calcular la estimación del modelo general-lineal. El modelo requiere un cálculo intensivo que no garantiza de convergencia total. Estableciendo uno o más de  $A$ ,  $C$ ,  $D$  y  $F$  igual a 1, se podría desarrollar un modelo más simple como el modelo ARX (véase la figura 3.2), ARMAX (véase la figura 3.3), OE (véase la figura 3.4) y BJ (véase la figura 3.5) que serán implementados en las secciones 3.2 y 3.3.

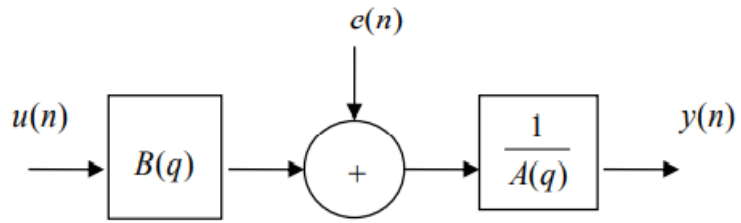


Figura 3. 2: Diagrama de bloques del modelo paramétrico ARX.  
Elaborado por: Autor.

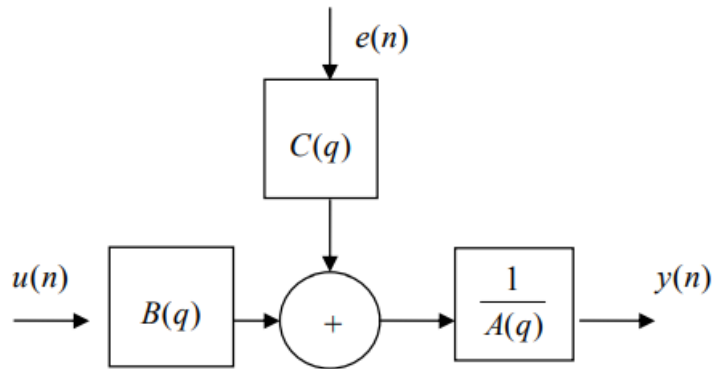


Figura 3. 3: Diagrama de bloques del modelo paramétrico ARMAX.  
Elaborado por: Autor.

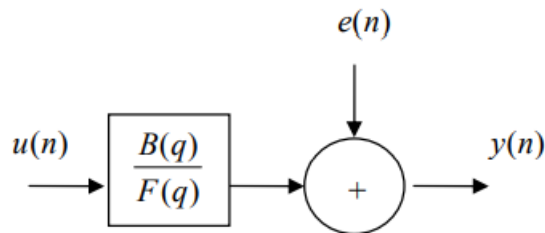


Figura 3. 4: Diagrama de bloques del modelo paramétrico OE.  
Elaborado por: Autor.

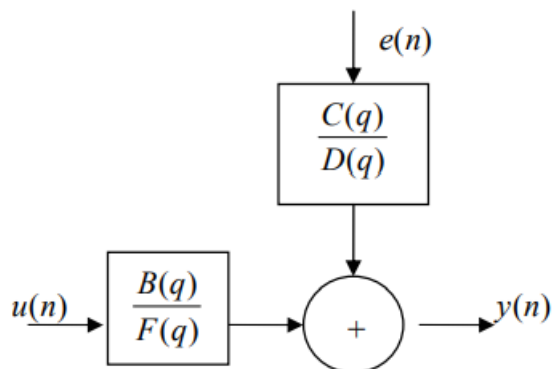


Figura 3. 5: Diagrama de bloques del modelo paramétrico BJ.  
Elaborado por: Autor.

### 3.2. Estimación paramétrica de un sistema de quinto orden.

En esta aplicación práctica se utiliza la herramienta de identificación de sistemas (SITB) de MatLab para evaluar los métodos de identificación paramétrica descritos en la sección 3.1. En esta parte se trabaja con los datos proporcionados por el tutor para identificar una función de transferencia para un sistema de quinto orden. La tabla 3.1 proporciona los datos de los modelos de estimación paramétrica con sus respectivos parámetros de orden polinomial.

Tabla 3. 1: Órdenes de los modelos de estimación paramétrica.

Modelo	$n_a$	$n_b$	$n_c$	$n_d$	$n_f$	$n_k$
ARX	9	10	-	-	-	2
ARMAX	2	2	2	0	0	1
FIR	-	7	-	-	0	1
OE (Error de salida)	-	2	-	-	2	2
BJ (Box-Jenkins)	-	2	1	1	2	1

Elaborado por: Autor.

A continuación, se presentan los modelos de tiempo discreto para cada modelo de estimación paramétrica escogido y sus respectivos parámetros de orden polinomial y número de coeficientes libres.

#### ARX

Discrete-time ARX model:  $A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t)$

$$A(z) = 1 - 0.1638 z^{-1} - 0.2967 z^{-2} - 0.1427 z^{-3} - 0.2113 z^{-4} - 0.1693 z^{-5} - 0.01825 z^{-6} + 0.05883 z^{-7} - 0.0347 z^{-8} + 0.04676 z^{-9}$$

$$B(z) = 0.1934 z^{-2} + 0.1113 z^{-3} + 0.09626 z^{-4} + 0.07134 z^{-5} - 0.007534 z^{-6} - 0.0924 z^{-7} - 0.09655 z^{-8} - 0.06929 z^{-9} - 0.02295 z^{-10} - 0.09585 z^{-11}$$

Name: arx9102

Sample time: 1 seconds

Parameterization:

Polynomial orders:  $n_a=9$   $n_b=10$   $n_k=2$

Number of free coefficients: 19

Use "polydata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

## ARMAX

Discrete-time ARMAX model:  $A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t)$

$$A(z) = 1 - 1.335 z^{-1} + 0.4532 z^{-2}$$

$$B(z) = 0.02891 z^{-1} + 0.1145 z^{-2}$$

$$C(z) = 1 - 1.084 z^{-1} + 0.4977 z^{-2}$$

Name: amx2221

Sample time: 1 seconds

Parameterization:

Polynomial orders: na=2 nb=2 nc=2 nk=1

Number of free coefficients: 6

Use "polydata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

## OE (Error de Salida)

Discrete-time OE model:  $y(t) = [B(z)/F(z)]u(t) + e(t)$

$$B(z) = 0.1796 z^{-2} - 0.02485 z^{-3}$$

$$F(z) = 1 - 1.286 z^{-1} + 0.4181 z^{-2}$$

Name: oe222

Sample time: 1 seconds

Parameterization:

Polynomial orders: nb=2 nf=2 nk=2

Number of free coefficients: 4

Use "polydata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

## BJ (Box-Jenkins)

Discrete-time BJ model:  $y(t) = [B(z)/F(z)]u(t) + [C(z)/D(z)]e(t)$

$$B(z) = 0.02723 z^{-1} + 0.1153 z^{-2}$$

$$C(z) = 1 - 0.7243 z^{-1}$$

$$D(z) = 1 - 0.9939 z^{-1}$$

$$F(z) = 1 - 1.329 z^{-1} + 0.467 z^{-2}$$

Name: bj21121

Sample time: 1 seconds

Parameterization:

Polynomial orders: nb=2 nc=1 nd=1 nf=2 nk=1

Number of free coefficients: 6

Use "polydata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

En la figura 3.6 se muestra la SITB para el archivo de datos "practica1.sid" en la que realizan las operaciones de eliminación de medias (means) y tendencias (trends) de los datos entregados por el tutor.

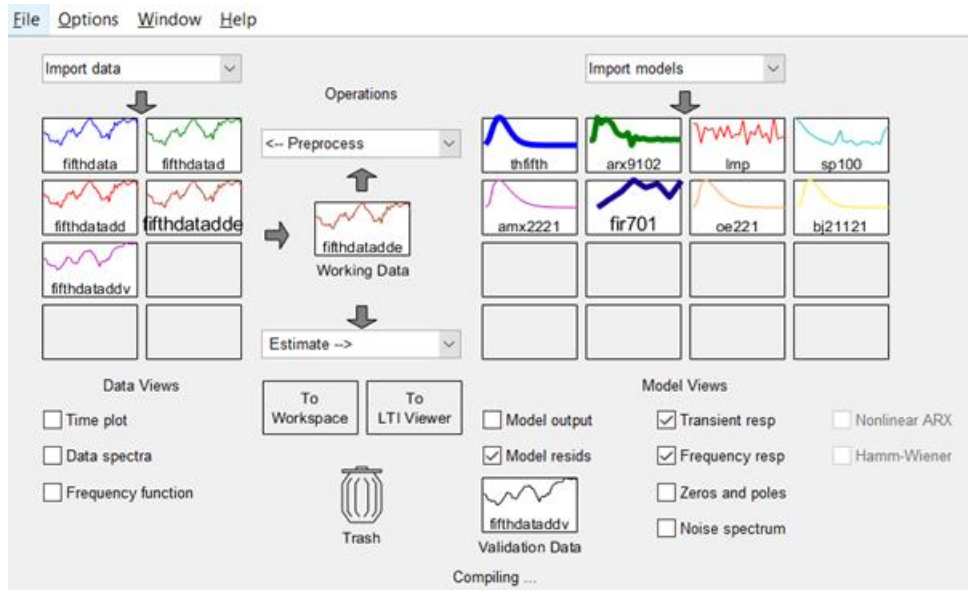


Figura 3. 6: Datos de entrada y modelos de estructuras paramétricas en el SITB.  
Elaborado por: Autor.

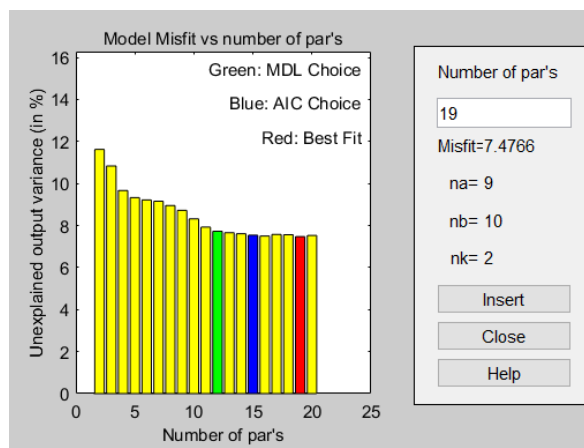


Figura 3. 7: Establecer estructura del modelo en este caso ARX.  
Elaborado por: Autor.

Después de esto y de acuerdo con las indicaciones de la práctica se procede con la generación de las gráficas de análisis residual. La figura 3.8 muestra la gráfica de análisis residual de autocorrelación y correlación cruzada para el modelo de estimación ARX. De manera similar al modelo ARX, la figura 3.9 muestra la gráfica de análisis residual de autocorrelación y correlación cruzada para el modelo de estimación ARMAX. La figura 3.10 muestra el análisis residual de autocorrelación y correlación cruzada para el modelo de estimación FIR. La figura 3.11 muestra el análisis residual de autocorrelación y correlación cruzada para el modelo de estimación error de salida (OE).

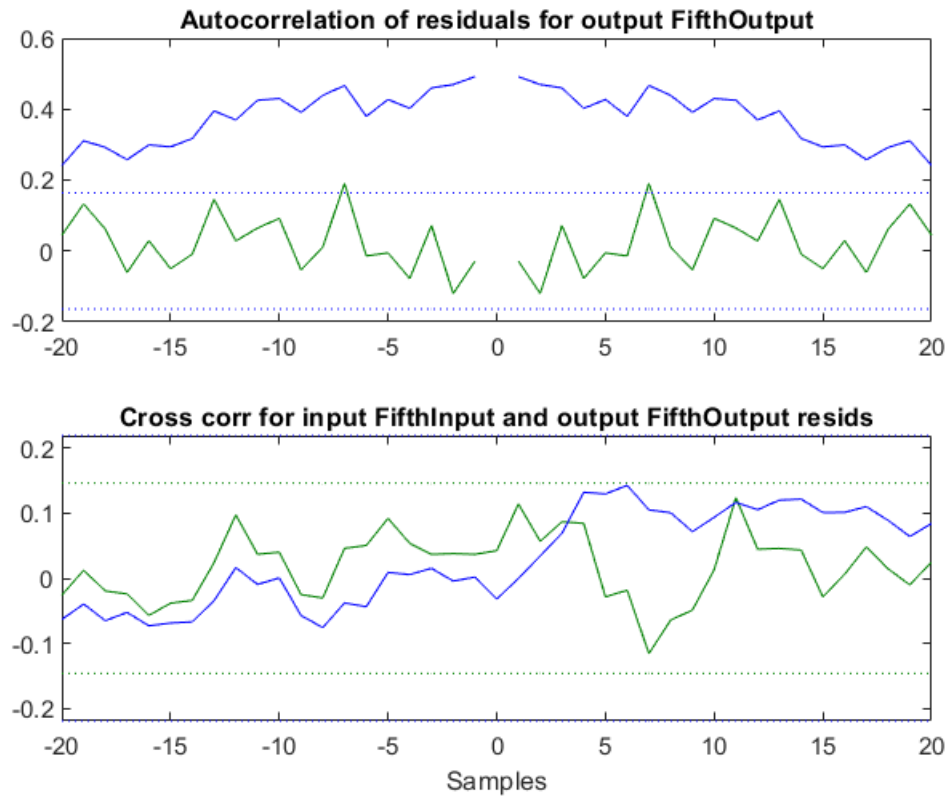


Figura 3. 8: Gráfica del análisis residual del modelo ARX.  
Elaborado por: Autor.

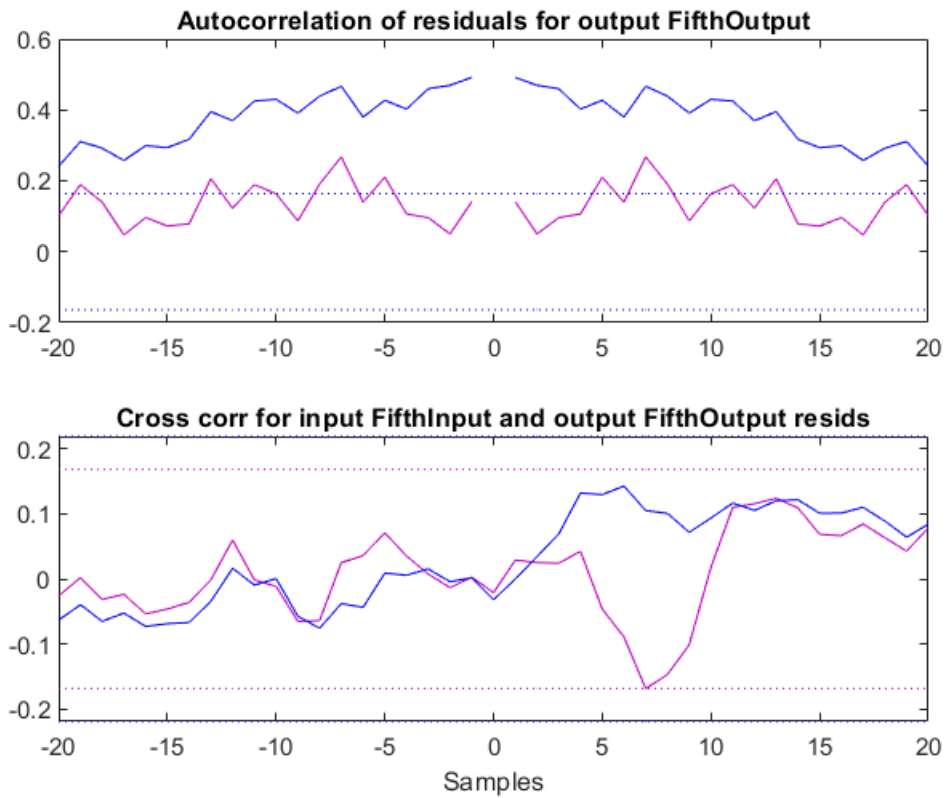


Figura 3. 9: Gráfica del análisis residual del modelo ARMAX.  
Elaborado por: Autor.

La figura 3.12 muestra el análisis residual de autocorrelación y correlación cruzada para el modelo de estimación Box-Jenkins.

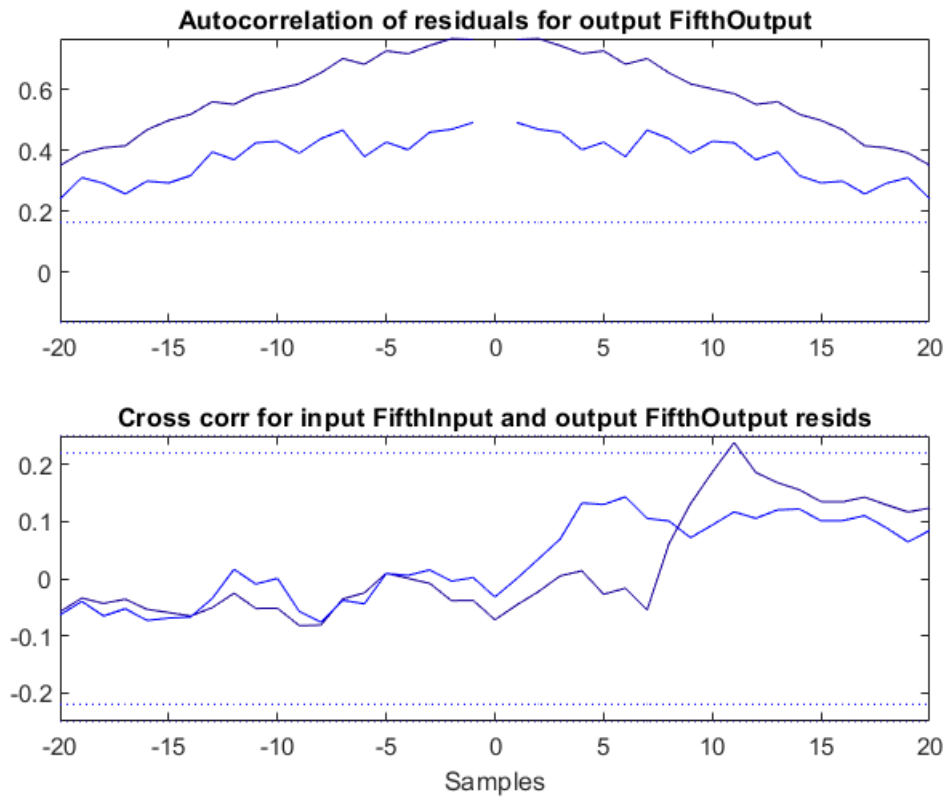


Figura 3. 10: Gráfica del análisis residual del modelo FIR.  
Elaborado por: Autor.

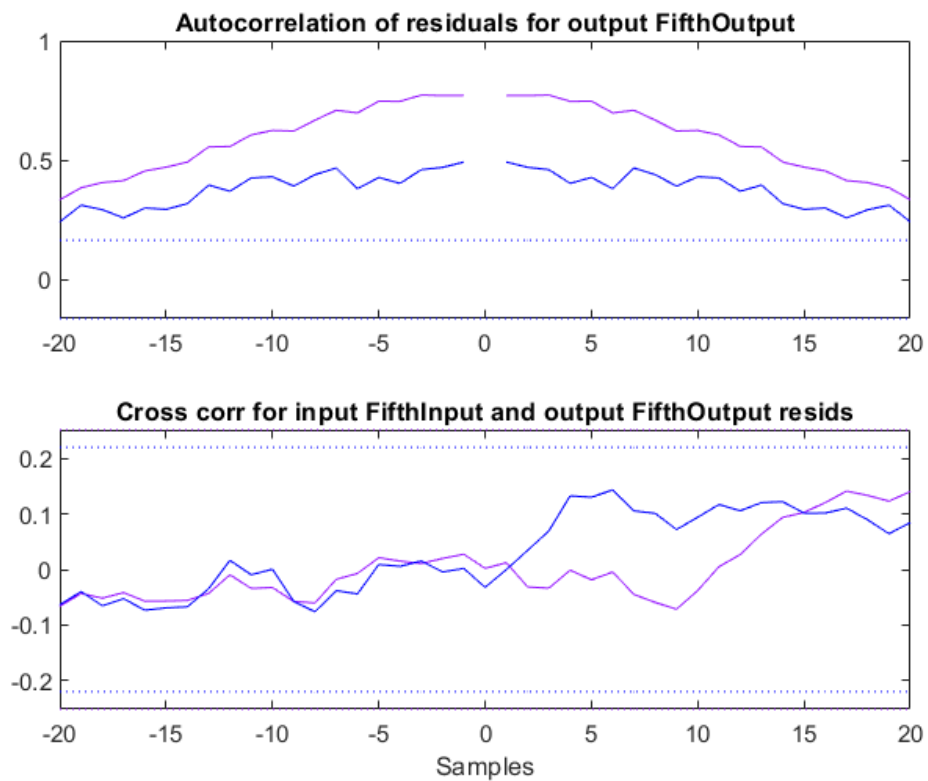


Figura 3. 11: Gráfica del análisis residual del modelo OE.  
Elaborado por: Autor.



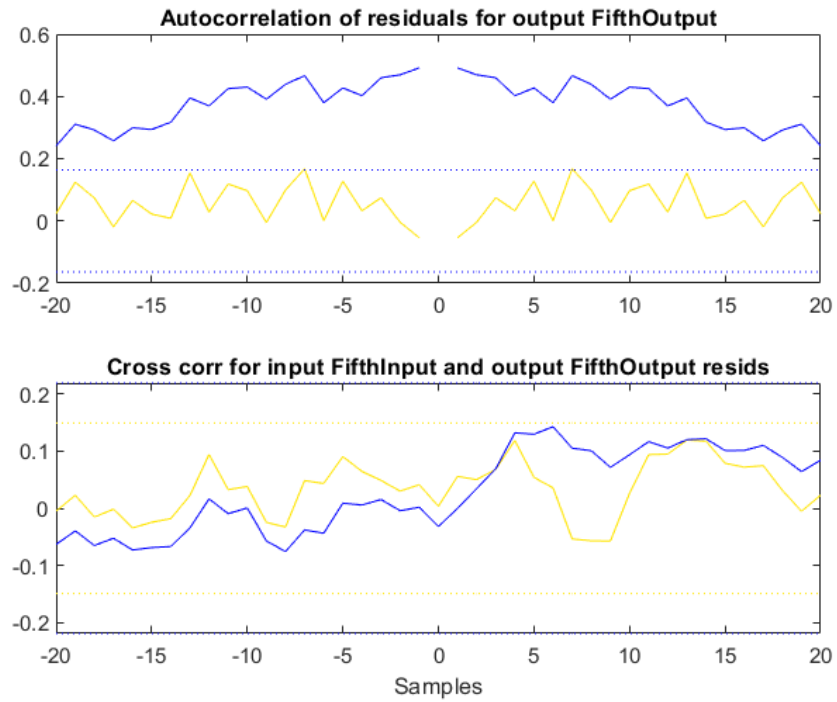


Figura 3. 12: Gráfica del análisis residual del modelo BJ.  
Elaborado por: Autor.

Finalmente, la figura 3.13 muestra la gráfica del análisis residual para cada uno de los modelos de estimación paramétrica, ARX, ARMAX, FIR, Orden de Error y Box Jenkins.

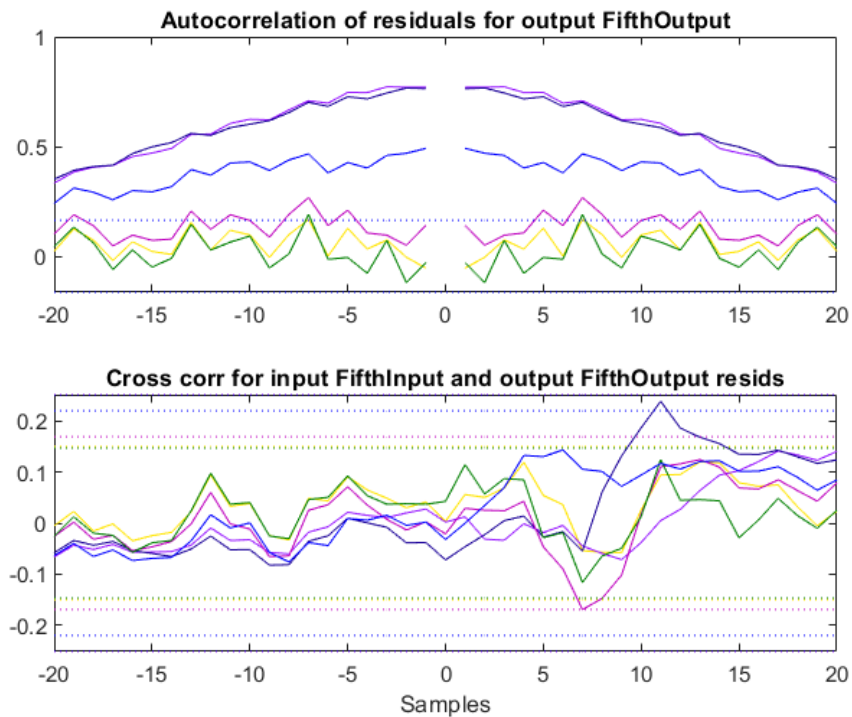


Figura 3. 13: Gráficas comparativas de análisis residual entre los modelos ARX, ARMAX, FIR, OE y BJ.  
Elaborado por: Autor.

Ahora, se procede a realizar la simulación libre de ruido con el ajuste (fit) porcentual estimado (Model output). En la figura 3.14 se muestra el mejor fit para la salida del modelo ARX medido y simulado. En la figura 3.15 se muestra el mejor fit para la salida del modelo ARMAX medido y simulado. En la figura 3.16 se muestra el mejor fit para la salida del modelo FIR medido y simulado.

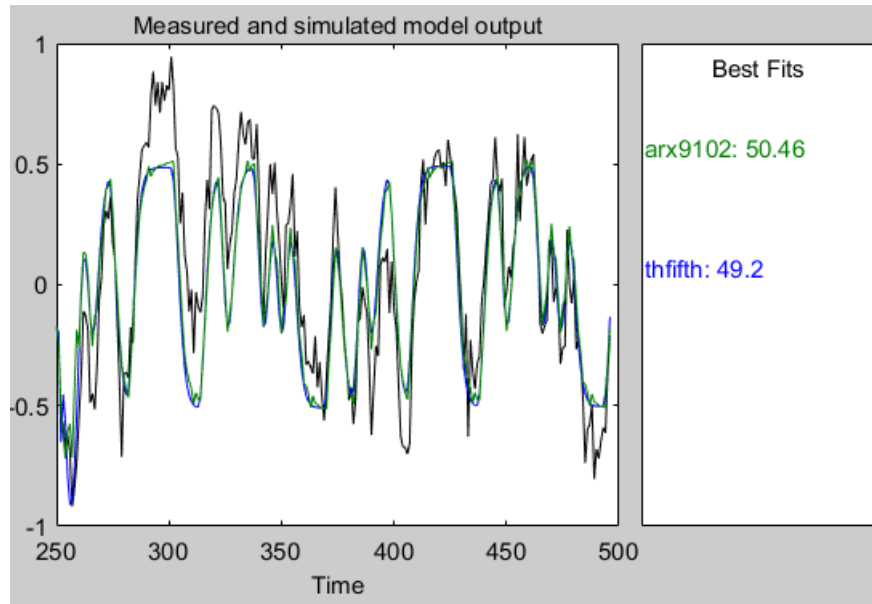


Figura 3. 14: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica ARX.  
Elaborado por: Autor.

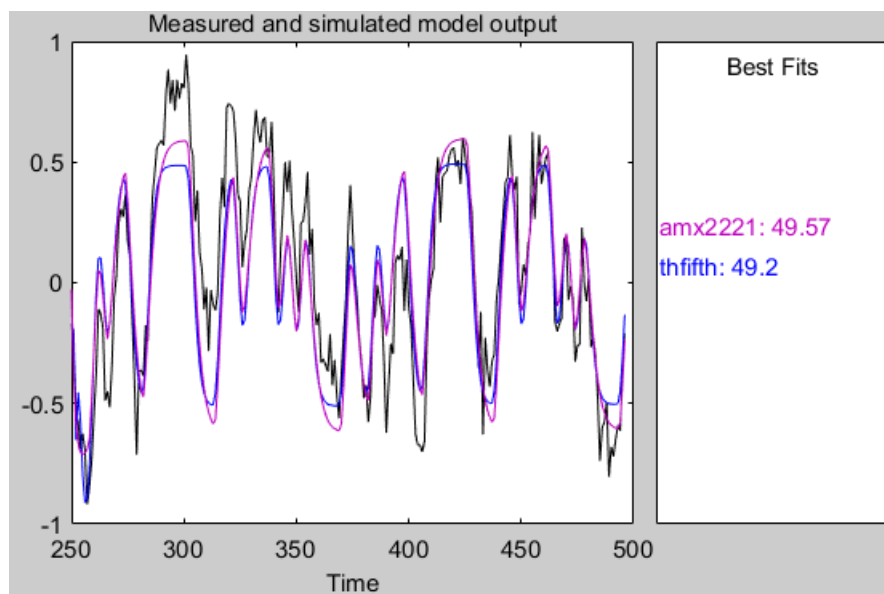


Figura 3. 15: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica ARMAX.  
Elaborado por: Autor.

En la figura 3.17 se muestra el mejor fit para la salida del modelo error de salida (OE) medido y simulado. En la figura 3.18 se muestra el mejor fit

para la salida del modelo Box-Jenkins (BJ) medido y simulado. Finalmente, la figura 3.19 se muestra el mejor fit para la salida de todos los modelos medidos y simulados.

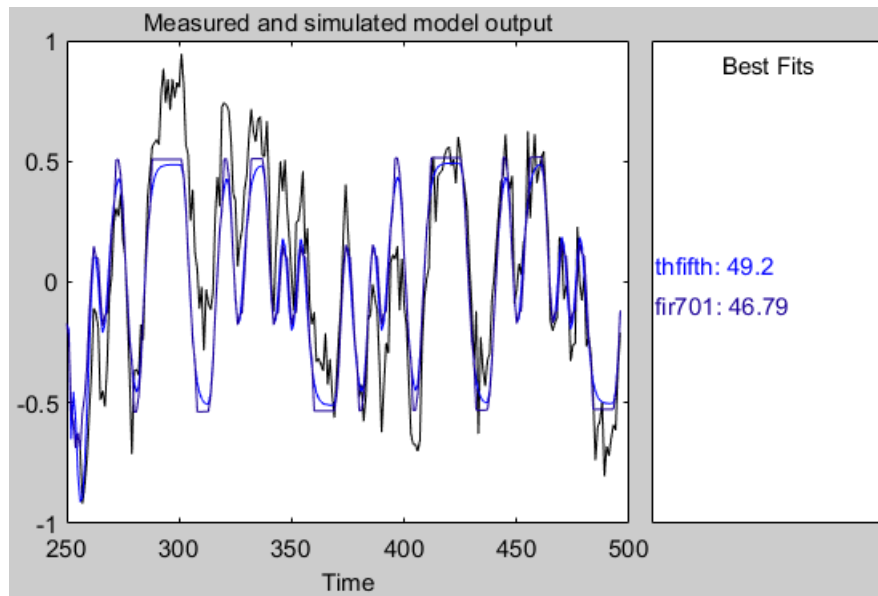


Figura 3. 16: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica FIR.  
Elaborado por: Autor.

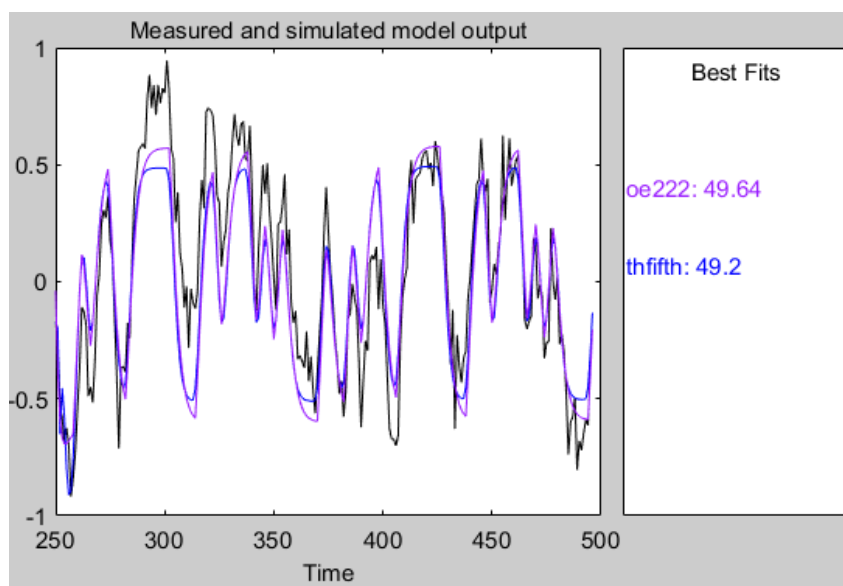


Figura 3. 17: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica OE.  
Elaborado por: Autor.

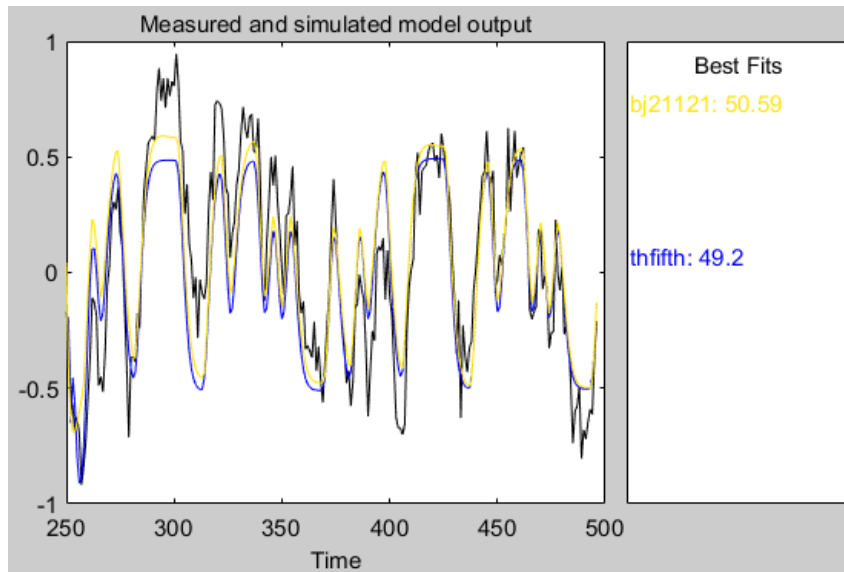


Figura 3. 18: Ajuste de salida del modelo de estimación paramétrica BJ.  
Elaborado por: Autor.

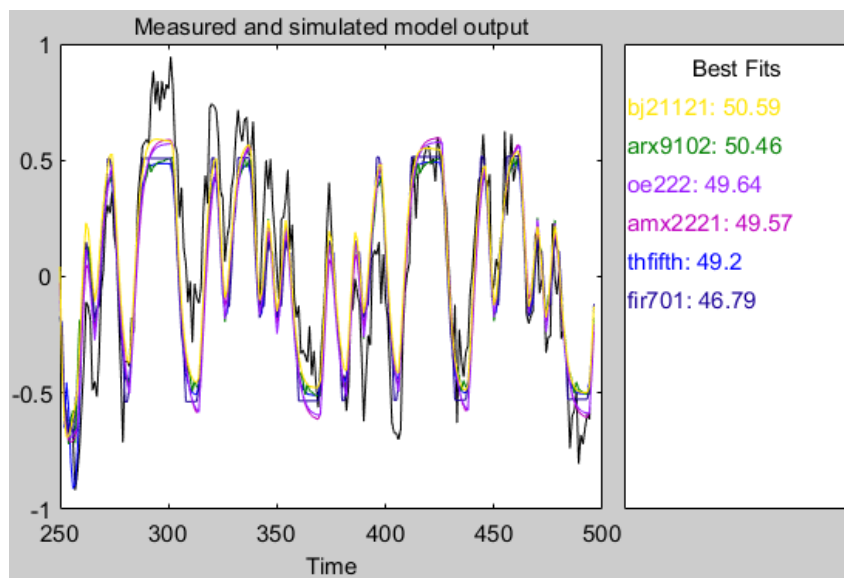


Figura 3. 19: Comparativa del ajuste de salida de los modelos de estimación paramétrica ARX, ARMAX, FIR, OE y BJ.  
Elaborado por: Autor.

A continuación, se muestran las respuestas al escalón para cada modelo (en comparación con la generada a partir del análisis de correlación y la respuesta verdadera; transient resp). En las figuras 3.20 a 3.25 se muestran las respuestas al escalón para cada modelo de estimación paramétrica ARX, ARMAX, FIR, OE y BJ, respectivamente en comparación con el análisis de correlación.

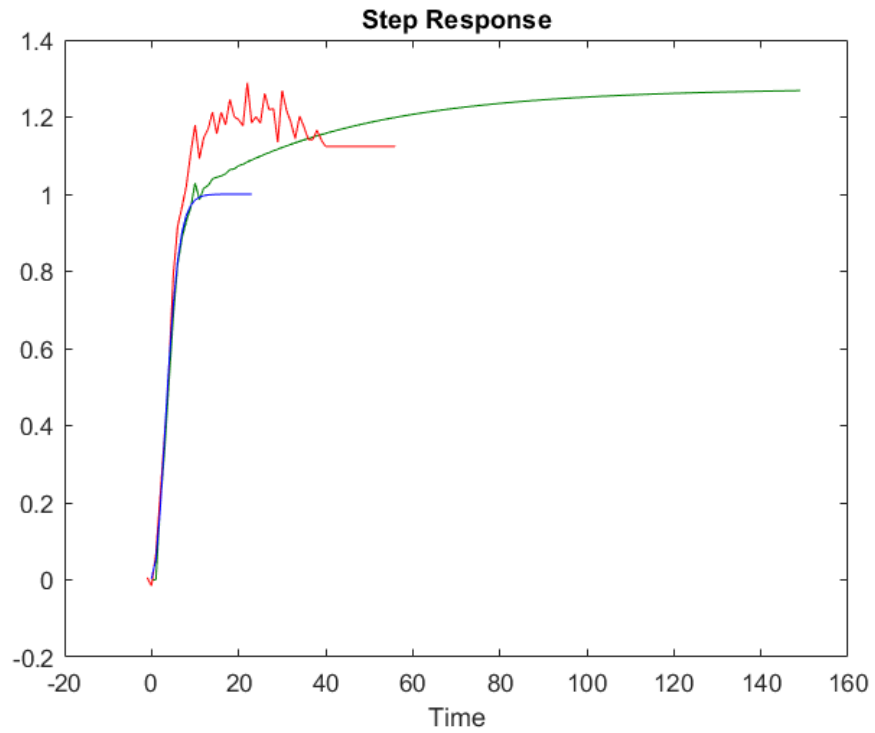


Figura 3. 20: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación ARX.

Elaborado por: Autor.

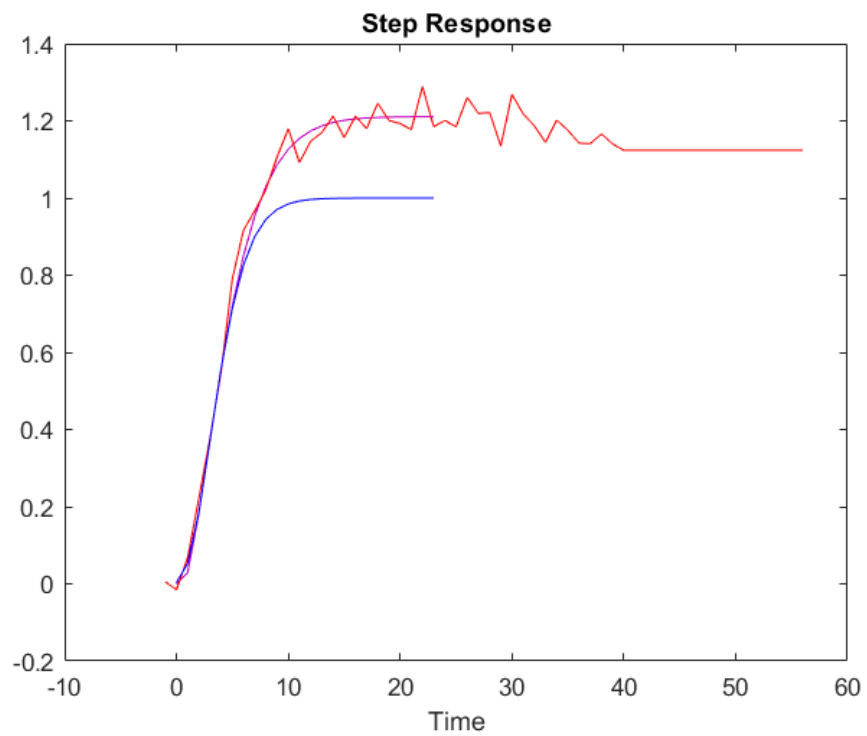


Figura 3. 21: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación ARMAX.

Elaborado por: Autor.

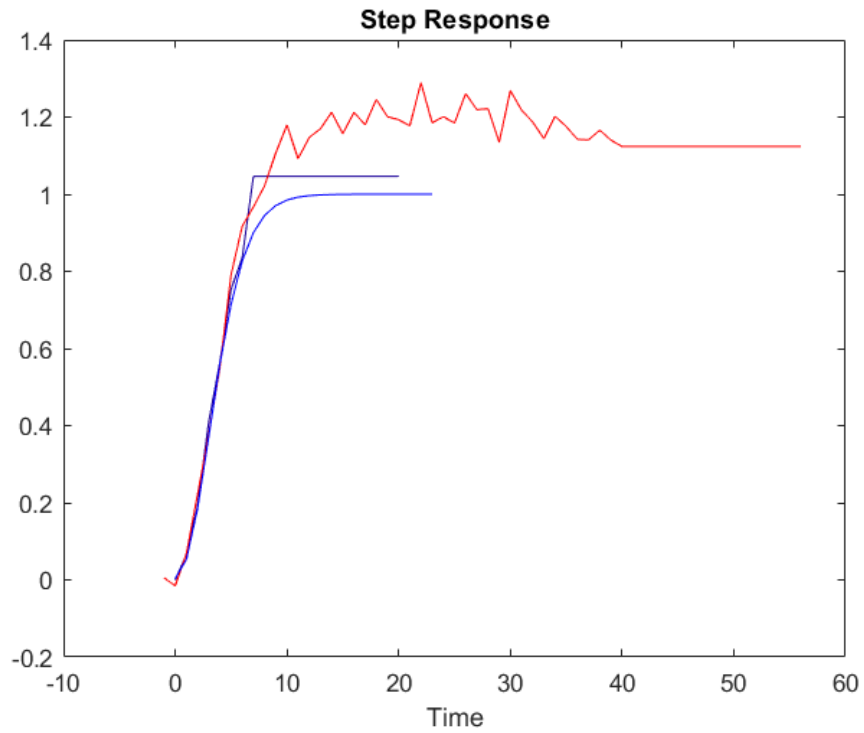


Figura 3. 22: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación FIR.

Elaborado por: Autor.

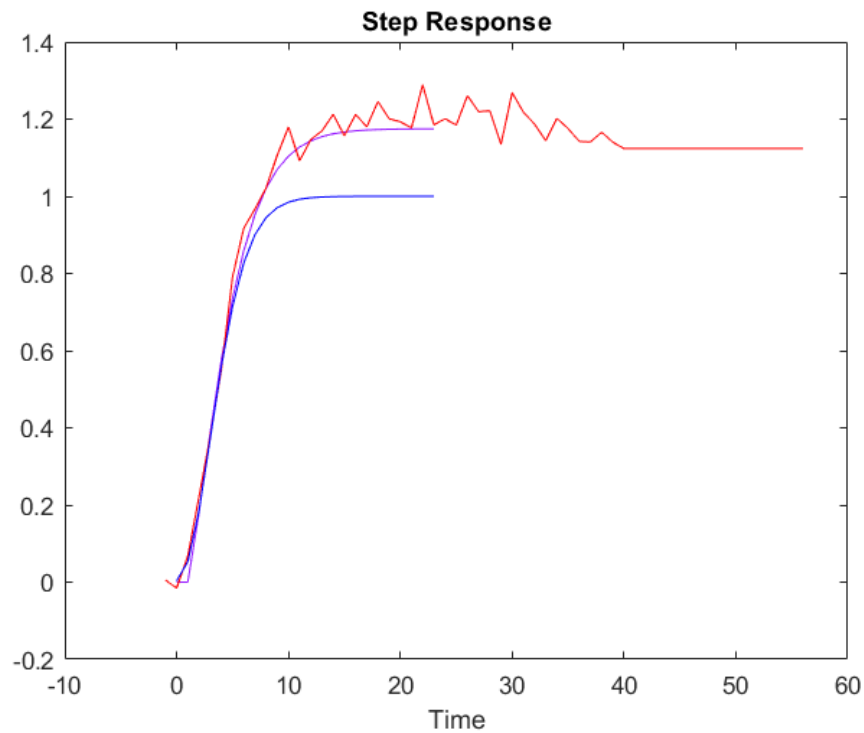


Figura 3. 23: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación OE.

Elaborado por: Autor.

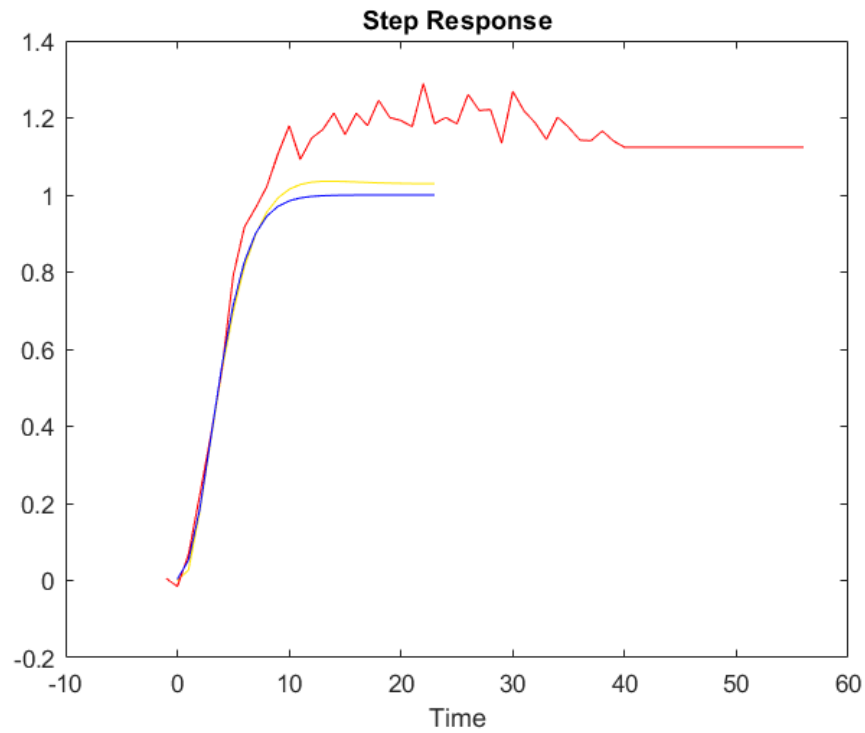


Figura 3. 24: Comparativa de la respuesta al escalón para el modelo de estimación BJ.

Elaborado por: Autor.

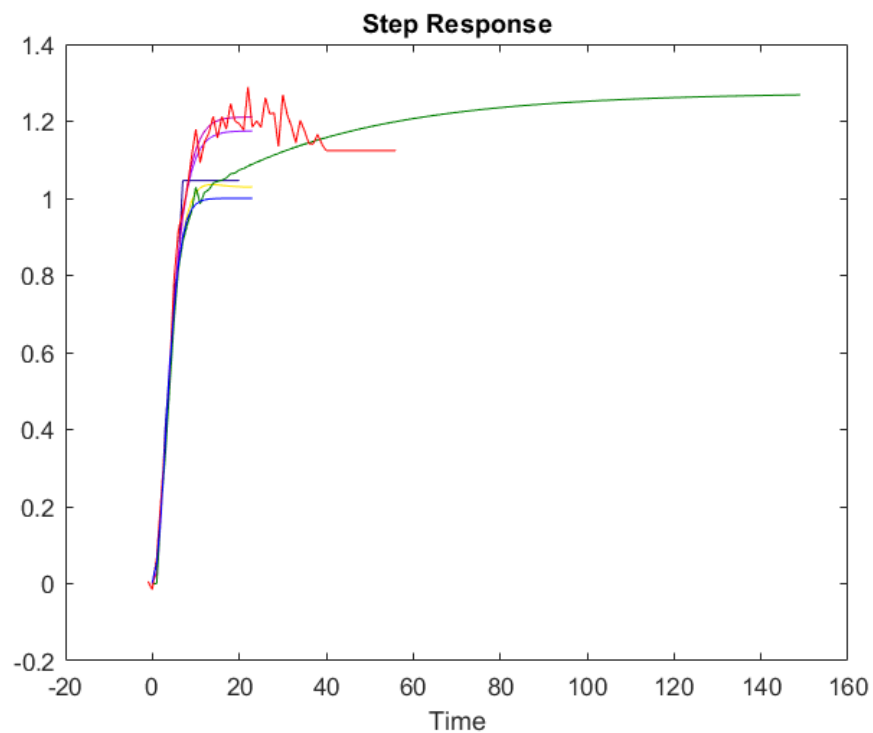


Figura 3. 25: Comparativas de la respuesta al escalón para los modelos ARX, RMAX, FIR, OE y BJ.

Elaborado por: Autor.

Ahora se procede a mostrar los resultados comparativos aprovechando el SITB para condensar los resultados obtenidos.

### 1) Estimación paramétrica ARX vs ARMAX.

La figura 3.26 muestra la comparativa entre los modelos ARX y ARMAX muestra claramente que, entre estas dos estimaciones, tienen fits idénticos. Pero, cuando se comparan con la señal de entrada escalonada, se observa que la respuesta de las señales ARX y ARMAX son a menudo mayores que 1.

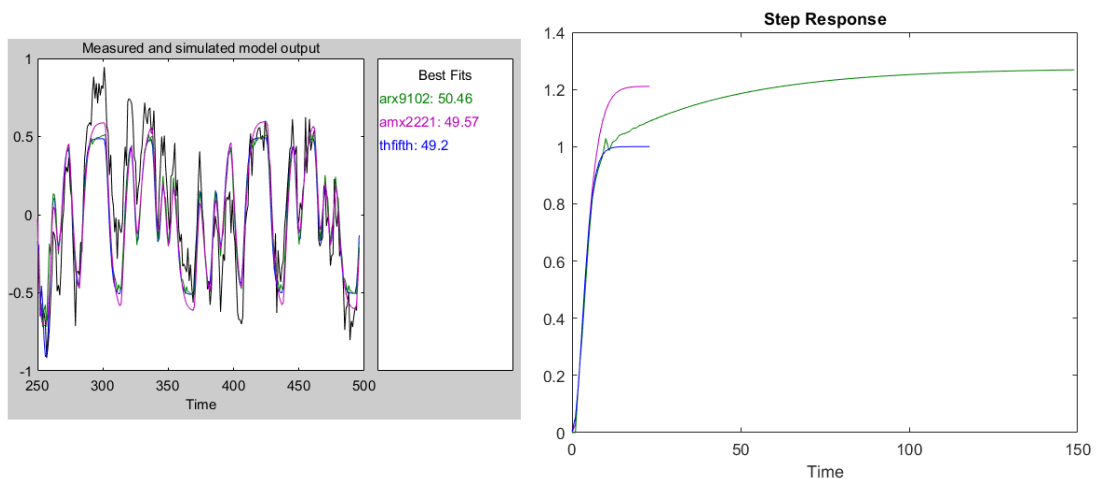


Figura 3. 26: Comparativas de las estimaciones paramétricas ARX y ARMAX.  
Elaborado por: Autor.

### 2) Estimación paramétrica OE vs Box-Jenkins.

La figura 3.27 muestra la comparativa entre los modelos OE y Box-Jenkins muestra claramente que el uso de la estimación del modelo Box-Jenkins establecida en 50.59 puede ajustar mejor la respuesta al escalón.

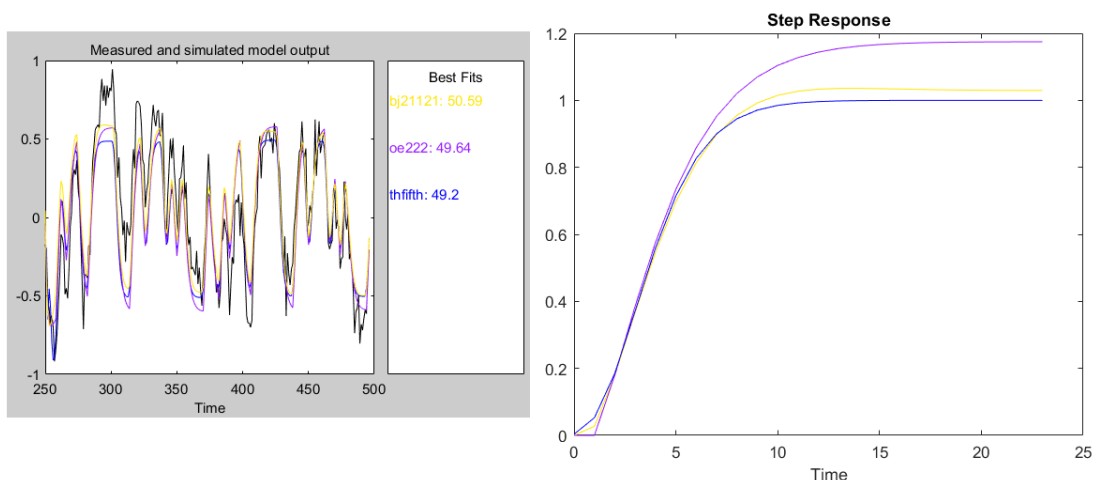


Figura 3. 27: Comparativas de las estimaciones paramétricas OE y BJ.  
Elaborado por: Autor.



### 3) FIR vs análisis de correlación.

La figura 3.28 muestra la comparativa entre el modelo FIR y análisis de correlación, y se observa claramente que la estimación FIR tiene una mejor respuesta a la entrada del paso, aunque tiene un menor grado de ajuste en el análisis de correlación y puede considerarse aceptable.

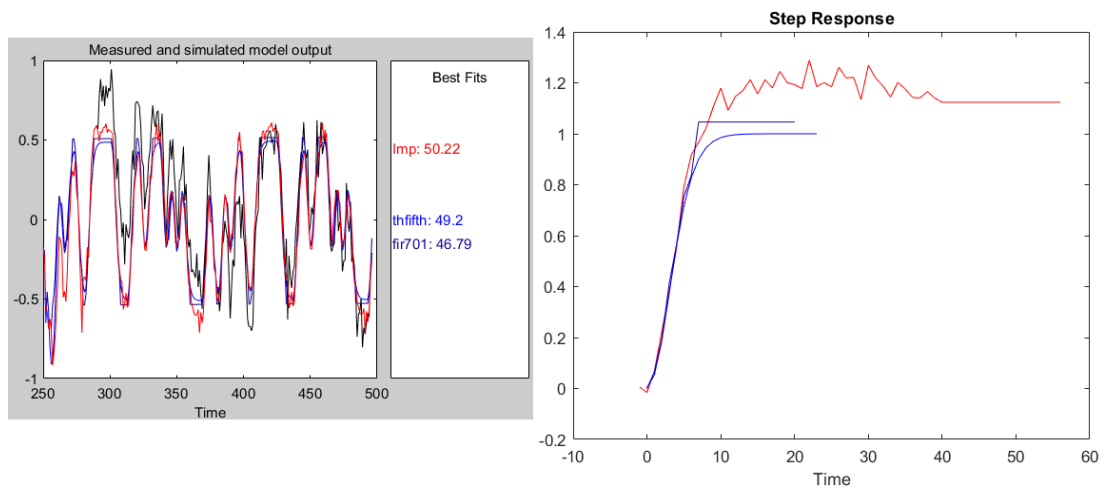


Figura 3. 28: Comparativas de las estimaciones FIR y análisis de correlación.  
Elaborado por: Autor.

## Conclusiones.

- Un modelo puede construirse de tres formas: intuitiva o verbal, gráficas o tablas y forma matemática. Las aplicaciones resueltas por lógica difusa y red neuronal son ejemplos de modelo intuitivo o verbal, las aplicaciones resueltas por diagramas de Bode y respuestas de pasos son ejemplos de modelos de gráficos y tablas, mientras que las aplicaciones resueltas por ecuaciones diferenciales (continuas) y en diferencias (discretas) son ejemplos de modelo matemático.
- Si un sistema no está disponible, se podría utilizar un modelo matemático para optimizar dicho sistema sin requerir la presencia de un sistema físico. Se pueden probar diferentes estimaciones paramétricas y enfoques en el modelo, lo que lo hace mucho más flexible que un sistema real.
- Además, el modelo matemático también es más seguro que cualquier sistema peligroso, por lo que sería posible realizar escenarios de formación para operadores en condiciones extremas sin correr ningún riesgo.

## **Recomendaciones.**

- Promover el uso de herramientas de simulación para la identificación de sistemas de control con diferentes aplicaciones con datos de plantas reales.
- Implementar la identificación de un sistema de control termodinámico utilizando SITB.

## Bibliografía

- Alexander, C. K., Sadiku, M. N. O., Cordero Pedraza, C. R., & López Caudana, E. O. (2018). *Fundamentos de circuitos eléctricos*.
- Bolton, W. (2021). Control Systems. En *Instrumentation and Control Systems* (pp. 85–102). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823471-6.00004-6>
- Coleman, H. W., & Steele, W. G. (2018). *Experimentation, Validation, and Uncertainty Analysis for Engineers* (1a ed.). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781119417989>
- Coleman, H. W., Steele, W. G., & Coleman, H. W. (2009). *Experimentation, validation, and uncertainty analysis for engineers* (3rd ed). John Wiley & Sons.
- Electronics. (2019, diciembre 21). Examples of Closed-Loop Control System. *Electronics Coach*. <https://electronicscoach.com/examples-of-closed-loop-control-system.html>
- Jurado Jaramillo, J. L. (2019). *Control adaptativo para control de velocidad y ángulo en motores DC para robots móviles* [Trabajo de Titulación]. Universidad Católica de Santiago de Guayaquil.
- Khatri, G. (2010). *Toroidal Equilibrium Feedback Control at EXTRAP T2R* [Master Thesis].
- Mahmoud, M. S. (2018). Introduction. En *Advanced Control Design with Application to Electromechanical Systems* (pp. 1–41). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-814543-2.00001-1>
- Nise, N. S. (2015). *Control systems engineering* (Seventh edition). Wiley.
- Schweber, B. (2021, agosto 27). *An overview of filters and their parameters, Part 4: Time and phase issues*. Electrical Engineering News and

Products. <https://www.analogictips.com/an-overview-of-filters-and-their-parameters-part-4-time-and-phase-issues/>

Tangirala, A. K. (2015). *Principles of system identification: Theory and practice*. CRC Press/ Taylor & Francis Group.



## DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN

Yo, **López Quiñonez, Marlon Iván** con C.C: # 095348812-9 autor del Trabajo de Titulación: **Evaluación de métodos de identificación paramétrica en sistemas de control mediante funciones de transferencia** previo a la obtención del título de **INGENIERO ELECTRÓNICO EN CONTROL Y AUTOMATISMO** en la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil.

1.- Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tienen las instituciones de educación superior, de conformidad con el Artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de titulación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.

2.- Autorizo a la SENESCYT a tener una copia del referido trabajo de titulación, con el propósito de generar un repositorio que democratice la información, respetando las políticas de propiedad intelectual vigentes.

Guayaquil, 16 de septiembre de 2021

f. \_\_\_\_\_

Nombre: López Quiñonez, Marlon Iván

C.C: 095348812-9

## **REPOSITORIO NACIONAL EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

### **FICHA DE REGISTRO DE TESIS/TRABAJO DE TITULACIÓN**

<b>TÍTULO Y SUBTÍTULO:</b>	Evaluación de métodos de identificación paramétrica en sistemas de control mediante funciones de transferencia		
<b>AUTOR(ES)</b>	López Quiñonez, Marlon Iván		
<b>REVISOR(ES)/TUTOR(ES)</b>	M. Sc. Córdova Rivadeneira, Luis Silvio		
<b>INSTITUCIÓN:</b>	Universidad Católica de Santiago de Guayaquil		
<b>FACULTAD:</b>	Facultad de Educación Técnica para el Desarrollo		
<b>CARRERA:</b>	Ingeniería Electrónica en Control y Automatismo		
<b>TÍTULO OBTENIDO:</b>	Ingeniero Electrónico en Control y Automatismo		
<b>FECHA DE PUBLICACIÓN:</b>	16 de septiembre de 2021	<b>No. DE PÁGINAS:</b>	41
<b>ÁREAS TEMÁTICAS:</b>	Modelado Matemático y Sistemas de Control		
<b>PALABRAS CLAVES/ KEYWORDS:</b>	Identificación, Sistemas, Control, Retroalimentación, Paramétrica, Modelado		
<b>RESUMEN/ABSTRACT</b> (150-250 palabras):			
<p>En el presente documento se presenta el trabajo de titulación denominado “Evaluación de métodos de identificación paramétrica en sistemas de control mediante funciones de transferencia” basados en modelos matemáticos. Por ejemplo, los modelos matemáticos podrían describirse en tres formas: función de transferencia, espacio de estados y diagrama de bloques que podrían presentarse en dos tipos de notaciones: dominio de tiempo continuo y dominio de tiempo discreto usando transformada de Laplace y transformada z, respectivamente. Estas notaciones podrían resolverse mediante dos métodos: modelado físico y modelado experimental, también conocido como la identificación de sistemas (SYSID). El modelado físico utiliza principios fundamentales como leyes físicas y hechos relevantes para ser entendidos que se divide en lineal y no lineal. Mientras que la SYSID es un modelado que utiliza trabajo experimental para deducir el sistema, por lo tanto, requiere un prototipo o un sistema real. La SYSID se divide en métodos de estimación no paramétricos y paramétricos: no paramétrico es un método de estimación basado en pasos, impulsos y respuesta de frecuencia para estimar el ajuste gráfico correcto de un modelo genérico, mientras que paramétrico es un método de estimación basado en modelos especificados por el usuario para estimar funciones de transferencia y matrices de espacio de estados.</p>			
<b>ADJUNTO PDF:</b>	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO	
<b>CONTACTO CON AUTOR/ES:</b>	<b>Teléfono:</b> +593-9-88193113	<b>E-mail:</b> <a href="mailto:mlopez_97@live.com">mlopez_97@live.com</a>	
<b>CONTACTO CON LA INSTITUCIÓN: COORDINADOR DEL PROCESO DE UTE</b>	<b>Nombre:</b> Palacios Meléndez, Edwin Fernando		
	<b>Teléfono:</b> +593-9-67608298		
	<b>E-mail:</b> <a href="mailto:edwin.palacios@cu.ucsg.edu.ec">edwin.palacios@cu.ucsg.edu.ec</a>		
<b>SECCIÓN PARA USO DE BIBLIOTECA</b>			
<b>Nº. DE REGISTRO (en base a datos):</b>			
<b>Nº. DE CLASIFICACIÓN:</b>			
<b>DIRECCIÓN URL (tesis en la web):</b>			