

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO

TITULO:

“Aplicación de los Software Multisim y Pspice Como Herramientas de Simulación y Verificación Dentro de las Asignaturas Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II”

AUTORES:

Cornejo Zea Bianca Cecilia

Peñaherrera Santos Luis Fernando

TESIS DE GRADO:

Previo a la obtención del título de:

Ingeniero Eléctrico-mecánico con Mención en Gestión Empresarial Industrial

TUTOR:

Ing. Rafael Hidalgo A.

GUAYAQUIL – ECUADOR

2013



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO

CERTIFICACIÓN

Certificamos que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por Cornejo Zea Bianca Cecilia y Peñaherrera Santos Luis Fernando, como requerimiento parcial para obtención del Título de Ingeniero Eléctrico-mecánico con Mención en Gestión Empresarial Industrial.

TUTOR:

.....
Ing. Rafael Hidalgo A.

REVISORES:

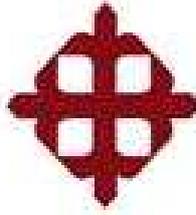
.....
Ing. Jaime Layana Chancay

.....
Ing. Luis Vallejo Samaniego

DIRECTOR DE LA CARRERA:

.....
Ing. Armando Heras S.

Guayaquil, a los 9 del mes de Agosto del año 2013



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO

DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD

Yo, Karla Amanda Chambers Quiros

DECLARO QUE:

El Trabajo de Titulación: “Aplicación de los Software Multisim y Pspice Como Herramientas de Simulación y Verificación Dentro de las Asignaturas Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II” precia a la obtención del Título de Ingeniero Eléctrico-mecánico con Mención en Gestión Empresarial Industrial, ha sido desarrollado en base a una investigación exhaustiva , respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan al pie de las paginas correspondientes, cuyas fuentes se incorporan en la bibliografía. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance científico del Trabajo de Titulación referido.

Guayaquil, a los 9 del mes de Agosto del año 2013

LOS AUTORES:

.....

Bianca Cecilia Cornejo Zea

.....

Peñaherrera Santos Luis Fernando



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO

AUTORIZACIÓN

Yo, Karla Amanda Chambers Quiros

Autorizo a la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, la publicación en la biblioteca de la institución del Trabajo de Titulación: “Aplicación de los Software Multisim y Pspice Como Herramientas de Simulación y Verificación Dentro de las Asignaturas Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II”, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y total autoría.

Guayaquil, a los 9 del mes de Agosto del año 2013

LOS AUTORES:

.....

Bianca Cecilia Cornejo Zea

.....

Peñaherrera Santos Luis Fernando

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Católica Santiago de Guayaquil en la persona del señor Rector, directivos y catedráticos, por los conocimientos, saberes y experiencias compartidas, las que nos permitieron cumplir con nuestros objetivos.

Luis Fernando Peñaherrera Santos

Bianca Cecilia Cornejo Zea

DEDICATORIA

Primeramente agradezco a Dios por haberme brindado la salud y fortaleza para avanzar y sacar mi carrera adelante, estando conmigo en todo momento de mi vida.

Gracias a mi familia por haberme apoyado a lo largo de este camino en especial a mi madre que ha sido siempre mi pilar principal para este logro, a mi abuela que siempre estuvo conmigo, y a mis demás familiares que de una u otra manera me ayudaron a forjar mi carácter.

A las autoridades de la Facultad Técnica para el Desarrollo por brindarnos el apoyo necesario, a nuestros profesores quienes nos impartieron sus conocimientos preparándonos para ser grandes profesionales y en especial a nuestro director de tesis el Ing. Rafael Hidalgo A.

Luis Fernando Peñaherrera Santos

DEDICATORIA

Agradezco en primer lugar a Dios quien me dio la vida y la ha llenado de bendiciones en todo este tiempo, a él que con su infinito amor me ha dado la sabiduría suficiente para culminar mi carrera universitaria.

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento, reconocimiento y cariño a mis padres: Eduardo Cornejo y Cecilia Zea de Cornejo, por todo el esfuerzo que hicieron para darme una profesión y hacer de mí una persona de bien, gracias por los sacrificios y la paciencia que me demostraron todos estos años; gracias a ustedes he llegado donde estoy.

Gracias a mis hermanas. Eliette Cornejo y Gianella Cornejo, quienes han sido mis amigas fieles y sinceras, en las que he podido confiar y apoyarme para seguir adelante. Gracias a todas aquellas personas que de una u otra forma me ayudaron a crecer como persona y como profesional.

Agradezco también de manera especial a mi director de tesis: Ing. Rafael Hidalgo A., quién con sus conocimientos y apoyo supo guiar el desarrollo de la presente tesis desde el inicio hasta su culminación.

“Ahora puedo decir que todo lo que soy es gracias a todos ustedes”

Gracias.

Bianca Cecilia Cornejo Zea

ÍNDICE GENERAL

GENERALIDADES

CAPÍTULO 1. DATOS GENERALES

1.1	Introducción	1
1.2	Planteamiento del problema	1
1.3	Justificación	1
1.4	Hipótesis	2
1.5	Objetivos del proyecto	2
1.5.1	Objetivo general	2
1.5.2	Objetivos específicos	2
1.6	Metodología	3

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

CAPÍTULO 2. COMPONENTES BÁSICOS Y CIRCUITOS ELÉCTRICOS

2.1	Definiciones: Unidades y escalas	4
2.1.1	Potencia en corriente alterna	5
2.1.2	Potencia fluctuante	6
2.1.3	Fuentes de tensión	6
2.1.4	Fuentes de tensión independientes	7
2.1.5	Fuentes de corriente	7
2.1.6	Fuentes de corriente independientes	8
2.1.7	Fuentes dependientes	8
2.1.8	Fuentes de tensión dependiente	9

2.1.9	Fuentes de corriente dependiente	9
2.1.10	Ley de Ohm	9
2.2	Leyes de corriente y tensión	10
2.2.1	Ley de corriente de Kirchhoff	10
2.2.2	Ley de tensión de Kirchhoff	10
2.2.3	El circuito de un par de nodos	10
2.2.4	Fuentes independientes conectadas en serie y en paralelo	11
2.2.5	Resistores en serie	12
2.2.6	Resistores en paralelo	12
2.2.7	División de tensión y corrientes	12
2.2.7.1	Divisor de tensión	12
2.2.7.2	Divisor de corriente	13
2.3	Análisis nodal y de malla básica	13
2.3.1	Análisis de nodos	13
2.3.2	Supernodos	14
2.3.3	Análisis de mallas	14
2.3.4	Supermallas	15
2.4	Técnicas útiles del análisis de circuitos	16
2.4.1	Linealidad y superposición	16
2.4.1.1	Elementos lineales	16
2.4.1.2	Circuitos lineales	16
2.4.1.3	Principio de superposición	17
2.4.2	Transformaciones de fuentes	17

2.4.3	Circuitos equivalentes de Thévenin	18
2.4.4	Circuito equivalente de Norton	18
2.4.5	Aplicación de teoremas de Thévenin y Norton	19
2.4.6	Teorema de transferencia de potencia máxima	19

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE ESTADO SENOIDAL PERMANENTE

3.1	Características de las senoides, conversión de senos en cosenos	21
3.1.1	Onda sinusoidal	22
3.1.2	Respuesta forzada a funciones senoidales	24
3.1.3	Función forzada compleja	26
3.1.4	Relaciones fasoriales para R, L y C	26
3.1.5	Leyes de Kirchhoff con fasores	27
3.1.6	Impedancia en serie y paralelo	28
3.1.7	Admitancia	29
3.2	Análisis de potencia en circuitos de corriente alterna	30
3.2.1	Potencia instantánea: potencia debida a excitación senoidal	31
3.2.2	Potencia promedio [P] (KW) activa y potencia reactiva [Q] (KVAR)	31
3.2.2.1	Potencia activa	31
3.2.2.2	Potencia reactiva	32
3.2.3	Potencia aparente y factor de potencia	32
3.2.3.1	Potencia aparente	32
3.2.3.2	Factor de potencia	33
3.2.4	Potencia compleja	34

3.2.5	Triángulo de potencia	34
3.2.6	Mejoramiento o corrección del factor de potencia	35
3.3	Circuitos polifásicos	36
3.3.1	Sistemas polifásicos	36
3.3.2	Sistemas monofásicos de tres hilos	37
3.3.3	Sistema trifásico	37
3.3.4	Conexión delta [Δ]	37
3.3.5	Conexión estrella [Y]	38
3.3.6	Potencia eléctrica en sistemas trifásicos	39
3.4	Circuitos acoplados magnéticamente	39
3.4.1	Auto inductancia	40
3.4.2	Inductancia mutua	40
3.4.3	El transformador lineal	40
3.4.4	El transformador ideal	40
CAPÍTULO 4. CIRCUITOS ELECTRONICOS II		
4.1	Circuitos RC Básicos	41
4.1.1	Carga de un condensador	42
4.1.2	Descarga de un condensador	42
4.1.3	Utilidad	42
4.1.3.1	Filtro paso bajo	43
4.1.3.2	Filtro paso alto	44
4.2	Circuitos RL Básicos	44

4.3	Circuitos RLC	45
4.3.1	Circuito RLC en paralelo sin fuentes	46
4.3.2	Amortiguamiento crítico	48
4.3.3	Circuito RLC en paralelo subamortiguado	49
4.3.4	Circuito RLC en serie sin fuentes	50
4.4	Redes de dos puertos	51
4.4.1	Parámetros de Red	51
4.4.1.1	Parámetros impedancia Z	51
4.4.1.2	Parámetro admitancia Y	52
4.4.1.3	Parámetro híbrido H	53
4.4.1.4	Parámetros de transmisión T	54
4.4.2	Redes en cascada	55
4.4.3	Ejercicio de aplicación de redes de dos puertos	57
4.5	Frecuencia compleja y la transformada de Laplace	58
4.5.1	Frecuencia compleja	58
4.5.2	Transformada de Laplace	59
4.5.2.1	Propiedades de la transformada de Laplace	60
4.5.2.2	Tabla de las transformadas de Laplace	63
4.5.3	Transformada inversa	67
4.5.4	Teorema de Heaviside	67
4.5.5	Teorema del valor inicial	68
4.5.6	Teorema del valor final	68

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN EL DOMINIO S

5.1	Análisis de circuitos en el dominio S	71
5.1.1	Análisis $Z(s)$ y $Y(s)$	71
5.1.2	Función de transferencia $H(s)$	72
5.1.3	Respuesta natural en el plano S	73
5.2	Respuesta de frecuencia	74
5.2.1	Factor de calidad Q	75
5.2.2	Resonancia en Paralelo	76
5.2.3	Diagrama de Bode	77
5.2.3.1	Diagrama de Bode de funciones de transferencia elementales	78

DESCRIPCIÓN TÉCNICA DEL PROCESO

CAPÍTULO 6. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DE LOS SOFTWARE MULTISIM Y PSPICE Y EL USO DE LOS EQUIPOS MIMIO WIRELESS Y PAD

6.1	Software Multisim	90
6.1.1	Características generales del software Multisim	90
6.1.2	¿Dónde se usa Multisim?	91
6.1.3	Pantalla principal del software Multisim	93
6.1.4	Menú del software Multisim	93
6.1.5	Barra de herramientas del software Multisim	94
6.1.6	Barra de instrumentos del software Multisim	94
6.1.7	Nuevos análisis e instrumentos personalizados para Multisim	95
6.2	Software Pspice	96

6.2.1	Componentes del Pspice	97
6.2.2	Creación y análisis de circuito del Pspice	98
6.2.3	Archivos creados durante el proceso de simulación del Pspice	99
6.2.4	Características de análisis de circuitos utilizando Pspice	99
6.2.5	Pantalla principal del programa Pspice	100
6.2.6	Creación del circuito en Pspice	101
6.3	Relacion de los software Multisim y Pspice con la teoría de circuito eléctricos	103
6.4	Mimio	106
6.4.1	Mimio interactivo	106
6.4.2	Funcionamiento Mimio interactivo	106
6.4.3	Mimio pad	107
6.4.4	Características técnicas de Mimio pad	109
6.5	Mimio wireless	110
6.5.1	Guía de configuración del Mimio wireless	111
6.5.1.1	Indicador de estado de enlace	111
6.5.1.2	Indicador de transmisión de datos	111
6.5.1.3	Enlazar un modulo inalámbrico y un adaptador USB	112
6.5.1.4	Inalámbrico para una comodidad mayor	114
CAPÍTULO 7. EJERCICIOS USANDO EL SOFTWARE MULTISIM Y PSPICE		
7.1	Ejercicios resueltos usando el software Multisim	115
7.2	Ejercicios resueltos usando el software Pspice	144

CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1 Conclusiones	166
8.2 Recomendaciones	167
RECURSOS DISPONIBLES	168
PRESUPUESTO	168
BIBLIOGRAFÍA	169

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1	Elementos básicos en circuitos eléctricos.	5
Tabla 3.1	Relaciones fasoriales	27
Tabla 4.1	Relaciones entre parámetros.	58
Tabla 4.2	Tabla de las transformadas de Laplace más comunes.	64

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura 2.1	Fuentes de tensión independientes DC y AC	7
Figura 2.2	Fuentes de corriente independientes DC y AC	8
Figura 2.3	Diagrama de fuente dependiente	9
Figura 2.4	Fuentes de tensión dependiente	9
Figura 2.5	Fuentes de corriente dependiente	9
Figura 2.6	Circuito con un solo par de nodos	11
Figura 2.7	Fuentes independiente en serie	11
Figura 2.8	Fuentes independiente en paralelo	12
Figura 2.9	Circuito de divisor de tensión	13
Figura 2.10	Circuito de divisor de corriente	13
Figura 2.11	Diagrama de análisis de nodos	13
Figura 2.12	Diagrama de supernodos	14
Figura 2.13	Circuito y ecuación simple usando análisis de mallas	15
Figura 2.14	Circuito y ecuación de supermallas	15
Figura 2.15	Circuito de elementos lineales	16
Figura 2.16	Circuito de principio de superposición	17
Figura 2.17	Circuito de transformaciones de fuentes	18
Figura 2.18	Circuito Thévenin equivalente a un circuito Norton	18
Figura 2.19	Circuito equivalente de Norton	19
Figura 2.20	Circuito equivalente de el teorema de transferencia de potencia máxima	20
Figura 3.1	Características de las ondas senoidales	21

Figura 3.2	Parámetros características de una onda sinusoidal	22
Figura 3.3	Circuito de respuesta forzada a funciones senoidales	24
Figura 3.4	Circuito de función forzada senoidal	26
Figura 3.5	Demostración de potencia instantánea	31
Figura 3.6	Relación entre potencia activa, aparente y reactiva	33
Figura 3.7	Demostración del triangulo de potencia	34
Figura 3.8	Triangulo de mejoramiento del factor de potencia	36
Figura 3.9	Demostración de los diagramas de fasores de tensión	38
Figura 3.10	Dos posibilidades de distintas secuencias de fase	39
Figura 3.11	Ecuación de una sistema trifásico equilibrado	39
Figura 3.12	Demostración de un transformador ideal	40
Figura 4.1	Representación equivalente de circuito RC	41
Figura 4.2	Representación física de circuito RC	41
Figura 4.3	Circuito de filtro paso bajo	43
Figura 4.4	Circuito de filtro paso alto	44
Figura 4.5	Representación de un circuito RL	44
Figura 4.6	Teorema de Pitágoras	51
Figura 4.7	Circuito de parámetro admitancia Y	52
Figura 4.8	Demostración de los parámetros de transmisión	54
Figura 4.9	Ecuación de la red	55
Figura 4.10	Conexión en paralelo de dos redes de dos puertos	55
Figura 4.11	Conexión en serie de dos redes de los dos puertos	56
Figura 4.12	Conexión en cascada de dos redes de dos puertos	57

Figura 4.13 Demostración de frecuencia compleja	59
Figura 4.14 Representación de la transformada de Laplace	60
Figura 4.15 Método para hallar la transformada de Laplace inversa	67
Figura 4.16 Función escalón unitario o Heaviside	68
Figura 5.1 Análisis de circuito en el dominio S	71
Figura 5.2 Circuito RLC en paralelo en el estado de la resonancia	76
Figura 5.3 Diagrama de Bode de una ganancia	79
Figura 5.4 Diagrama de Bode de un retraso	80
Figura 5.5 Diagrama de Bode de un integrador	81
Figura 5.6 Diagrama de Bode de un derivador	82
Figura 5.7 Diagrama de Bode de un polo	83
Figura 5.8 Diagrama de Bode de un cero	84
Figura 5.9 Diagrama de Bode de un polo doble	85
Figura 5.10 Diagrama de Bode de un polo doble variado el amortiguamiento	86
Figura 5.11 Diagrama de Bode de un cero doble	87
Figura 5.12 Diagrama de Bode de un polo con parte real positiva	88
Figura 5.13 Diagrama de Bode de un cero con parte real positiva	89
Figura 6.1 Pantalla principal del software Multisim	93
Figura 6.2 Herramientas principales del software Multisim	93
Figura 6.3 Botones de herramientas del software Multisim	94
Figura 6.4 Barra de instrumentos de software Multisim	94
Figura 6.5 Ejemplo de ejercicio del software Multisim	95
Figura 6.6 Análisis e instrumentos personalizados para Multisim	96

Figura 6.7 Archivos creados por Pspice a/d	99
Figura 6.8 Pantalla principal para el Pspice	100
Figura 6.9 Forma de acceder al programa para el Pspice	101
Figura 6.10 Acceso al Pspice desde Design Manager	102
Figura 6.11 Pantalla del Pspice	103
Figura 6.12 Barra Mimio USB + lápiz interactivo	107
Figura 6.13 Guía de bloc Mimio pad	108
Figura 6.14 Mimio pad wireless tablet	110
Figura 6.15 Modulo Mimio Wireless + receptor	111

RESUMEN:

Multisim y Pspice son herramientas informáticas que nos ayudan para el diseño de circuitos eléctricos, permitiendo visualizar una simulación dinámica de los mismos. El software Pspice es un nuevo programa que nosotros lo estamos implementando para que los estudiantes de las asignaturas de Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II lo utilicen como herramienta de estudio. Los dos software serán utilizados como aplicaciones de apoyo en la resolución de ejercicios planteados en las asignaturas destinadas, obteniendo resultados más exactos y precisos, de forma que los métodos manuales utilizados para resolver los circuitos eléctricos tendrán la manera de verificar mediante estos simuladores si los resultados obtenidos son los correctos.

ABSTRACT:

Multisim and Pspice are tools for electrical circuit design allowing a dynamic simulation view thereof. Pspice software is a new program that we are implementing for students of the subjects of Electric Circuits I and Electric Circuits II to use it as a study tool. The two software applications will be used as support in the resolution of exercises in the subjects intended, obtaining more accurate and precise results, so that the manual methods used to solve electrical circuits will have a way to verify through these simulators if the results obtained are the correct.

Palabras Claves: Software Multisim y Pspice; Circuitos Electrónicos; simuladores; ejercicios resueltos; herramientas de estudio; Mimio.

GENERALIDADES

CAPÍTULO 1. DATOS GENERALES

1.1 Introducción

La aplicación del software Multisim y Pspice permitirá entregar un sistema de resolución y verificación de ejercicios en las asignaturas de Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II, que será de gran aporte para los estudiantes ya que tendrán una herramienta donde pueden desarrollar los circuitos eléctricos y obtener resultados más acertados y confiables.

1.2 Planteamiento del problema

En las asignaturas de Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II, se aplican y resuelven ejercicios de acuerdo a la malla de estudio de cada nivel, esta resolución de ejercicios siempre se realizó de manera manual con lo cual no había una garantía para el estudiante de que el ejercicio se está desarrollando y solucionando de la manera más acertada, por lo cual se está buscando la implementación de herramientas informáticas tales como Multisim y Pspice con el fin de verificar con estos programas si los resultados obtenidos manualmente coinciden con los simulados. Estos simuladores de circuitos eléctricos servirán como una forma dinámica para la resolución y verificación de los ejercicios planteados en las asignaturas indicadas ya que en semestres pasados no se aplicaban dichos software como respaldo en el aprendizaje de los estudiantes.

1.3 Justificación

Este trabajo aplicado se pretende establecer un manual de fácil consulta para los estudiantes acerca del software utilizados dentro de las asignaturas de Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II.

En esta tesis se busca resolver circuitos eléctricos utilizando herramientas informáticas tales como: Multisim y Pspice, las cuales servirán como referencia para la comparación de los

resultados con los métodos de resolución manuales utilizando las leyes y teoremas que se emplean para la resolución de circuitos eléctricos.

Con este trabajo se pretende ayudar a los estudiantes que se inician en el estudio de los fenómenos eléctricos y magnéticos. Este método integrado de desarrollo y verificación de resultados será de tipo aplicado mediante los simuladores presentados, de tal manera que los estudiantes encontraran en estos software una fuente de apoyo dinámica y confiable que les permitirá obtener datos reales y precisos de los circuitos eléctricos que se desean constatar.

1.4 Hipótesis

Esta tesis se la realiza con el propósito de que los estudiantes conozcan herramientas informáticas formas más efectivas para la verificación y presentación de los ejercicios que le plantean en tales asignaturas, por lo cual se recomienda la utilización de los software ya mencionados con el fin de desarrollar los problemas de manera más rápida y acertada. Se aplicará estas herramientas para verificar las leyes básicas de la electricidad, los principales teoremas de circuitos eléctricos, y los métodos de resolución de circuitos eléctricos.

1.5 Objetivos del proyecto

1.5.1 Objetivo general

Aplicar programas informáticos tales como Multisim y Pspice como herramientas para la simulación, resolución y verificación de los ejercicios dentro de las asignaturas de Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II.

1.5.2 Objetivos específicos

Mediante la aplicación de los programas Multisim y Pspice:

- Verificar las leyes básicas que gobiernan a los circuitos eléctricos.
- Verificar los teoremas fundamentales del análisis de los circuitos eléctricos.
- Verificar los métodos de resolución de circuitos eléctricos.

- Reforzar los conocimientos adquiridos en las asignaturas de Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II.
- Realizar un análisis comparativo con universidades de prestigio locales e internacionales en lo que respecta al contenido de los programas vigentes en la facultad de Educación Técnica para el Desarrollo en las asignaturas de Circuito Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II.

1.6 Metodología

Para alcanzar los objetivos propuestos se seleccionan los siguientes métodos de investigación:

- Método de análisis y compilación, se revisa por separado. Se los estudia y examina, para ver las relaciones entre los mismos.
- Método comparativo y descriptivo de los software utilizados con el fin de comparar sus sistemas de estudio en las asignaturas.
- Método de comprobación y observación, se obtienen resultados de la pruebas realizadas con los simuladores y los objetivos planteados.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.

CAPÍTULO 2. COMPONENTES BÁSICOS Y CIRCUITOS ELÉCTRICOS

2.1 Definiciones: Unidades y escalas

El circuito eléctrico es uno de los modelos empleados para estudiar los fenómenos físicos asociados con la carga eléctrica y con su movimiento, se puede observar en la tabla 2.1.

Un circuito eléctrico es la interconexión arbitraria de puertos que contienen al menos una trayectoria cerrada o una que eventualmente se puede cerrar. Una puerta es el resultado de concentrar los fenómenos de almacenamiento de energía en los campos eléctrico y magnético, conversión de energía eléctrica en calor, conversión de cualquier tipo de energía en energía eléctrica y la transferencia de energía de un lugar a otro dentro del dispositivo o a su inmediata vecindad mediante un campo magnético.

Los circuitos eléctricos se clasifican de la siguiente forma:

Según el tipo de
señal

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Corriente directa} \\ \text{Corriente alterna} \end{array} \right.$$

Según el tipo de
régimen

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Corriente periódica} \\ \text{Corriente transitoria} \\ \text{Permanente} \end{array} \right.$$

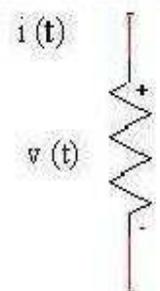
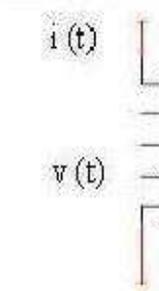
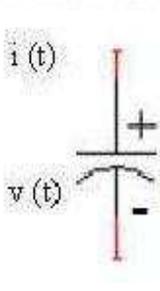
	Resistencia	Bobina	Condensador
SÍMBOLO DE ELEMENTO			
VOLTAJE	$v(t) = R \cdot i(t)$	$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$v(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + v(t_0)$
IMPEDANCIA (Z)	R	$j\omega L$	$-j \frac{1}{\omega C}$

Tabla 2.1: Elementos básicos en circuitos eléctricos. (jplatas, 2009)

Referencia: <http://www.jplatas.webs.ull.es>

2.1.1 Potencia en corriente alterna

Cuando se trata de corriente alterna (AC) sinusoidal, el promedio de potencia eléctrica desarrollada por un dispositivo de dos terminales es una función de los valores eficaces o valores cuadráticos medios, de la diferencia de potencial entre los terminales y de la intensidad de corriente que pasa a través del dispositivo.

En el caso de un circuito de carácter inductivo (caso más común) al que se aplica una tensión sinusoidal $v(t)$ con velocidad angular ω y valor de pico V_0 resulta:

$$v(t) = V_0 \cdot \sin(\omega t)$$

Esto provocará una corriente $i(t)$ retrasada un ángulo ϕ respecto de la tensión aplicada:

$$i(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t - \phi)$$

La potencia instantánea vendrá dada como el producto de las expresiones anteriores:

$$p(t) = V_0 \cdot I_0 \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t - \phi)$$

Mediante trigonometría, la anterior expresión puede transformarse en la siguiente:

$$p(t) = V_0 \cdot I_0 \cdot \frac{\cos(\phi) - \cos(2\omega t - \phi)}{2}$$

Y sustituyendo los valores de pico por los eficaces:

$$P(t) = V \cdot I \cos(\phi) + V \cdot I \cos(2\omega t - \phi)$$

Se obtiene así para la potencia un valor constante, $V I \cos(\phi)$ y otro variable con el tiempo, $V I \cos(2\omega t - \phi)$. Al primer valor se le denomina potencia activa y al segundo potencia fluctuante.

2.1.2 Potencia fluctuante

Al ser la potencia fluctuante de forma senoidal, su valor medio será cero. Para entender mejor qué es la potencia fluctuante, imaginemos un circuito que sólo tuviera una potencia de este tipo. Ello sólo es posible si $\phi = \pi / 2$, quedando:

$$p(t) = V \cdot I \cdot \cos(\pi/2) + V \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \pi/2) = V \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \pi/2)$$

caso que corresponde a un circuito inductivo puro o capacitivo puro. Por lo tanto la potencia fluctuante es debida a un solenoide o a un condensador. Tales elementos no consumen energía sino que la almacenan en forma de campo magnético y campo eléctrico.

2.1.3 Fuentes de tensión

Una fuente de tensión real se puede considerar como una fuente de tensión ideal, por ejemplo, en serie con una resistencia R_g , a la que se denomina resistencia interna de la fuente. En circuito abierto, la tensión entre los bornes A y B (V_{AB}) es igual a E_g ($V_{AB}=E_g$), pero si entre los mencionados bornes se conecta una carga, R_L , la tensión pasa a ser:

$$V_{AB} = \frac{E_g * R_L}{R_L + R_g}$$

Como puede observarse depende de la carga conectada. En la práctica las cargas deberán ser mucho mayores que la resistencia interna de la fuente (al menos diez veces) para conseguir que el valor en sus bornes no difiera mucho del valor en circuito abierto.

La potencia que entrega o consume una fuente se determina multiplicando su fem o voltaje por la corriente que la atraviesa $P = V I$. Si esta corriente atraviesa a la fuente desde el terminal negativo hacia el positivo entonces diremos que la fuente entrega energía. Si dicha corriente atraviesa a la fuente desde el terminal positivo hacia el negativo entonces la fuente consume energía.

2.1.4 Fuentes de tensión independientes

Es un elemento de dos terminales, como una batería o un generador, que mantiene un voltaje específico entre sus terminales, independiente de lo que está conectado a él.

El voltaje es completamente independiente de la corriente a través del circuito. Se conoce también como fuente de tensión ideal, sus representaciones pueden observarse en la figura 2.1.



Figura 2.1: Fuentes de tensión independientes DC y AC. (valorms.blogspot, 2012)

Referencia: <http://www.valorms.blogspot.com>

2.1.5 Fuentes de corriente

Un circuito de AC se compone de elementos de circuito de un generador que brinda la corriente alterna. El principio básico del generador de AC es una consecuencia directa de la ley de inducción de Faraday. Cuando una bobina se hace girar en un campo magnético a frecuencia angular constante ω , un voltaje sinusoidal (FEM) se induce en la bobina, este voltaje instantáneo es: $V = V_{\max} \cdot \text{Sen } \omega t$, donde V_{\max} es el voltaje de salida máximo del generador de CA, o la amplitud de voltaje, la frecuencia angular está dada por:

$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, donde f es la frecuencia de la fuente y T es el periodo. Las plantas de generación eléctrica en nuestro país usan una frecuencia de 60 Hz lo que corresponde a una frecuencia angular de 377 rad/s.

Con el propósito de simplificar el análisis de circuitos que contienen dos o más elementos, se emplean construcciones gráficas conocidas como diagramas de fasoriales. La longitud del fasor representa la amplitud o el valor efectivo (valor máximo) de la cantidad.

2.1.6 Fuentes de corriente independientes

Es un elemento de dos terminales a través de la cual fluye una corriente especificada. El valor de esta corriente está dado por la fuente y la dirección de la referencia de la función fuente por la flecha dentro de la fuente. Se conoce como fuente de corriente ideal, sus representaciones pueden observarse en la figura 2.2.



Figura 2.2: Fuentes de corriente independientes DC y AC. (gemini.udistrital, 2006)

Referencia: <http://www.gemini.udistrital.edu.co>

2.1.7 Fuentes dependientes

Una fuente dependiente es una fuente de corriente o de tensión que depende de la tensión o de la corriente en otro elemento del circuito.

Cuando una fuente dependiente está en una malla esencial, la fuente dependiente debería ser tratada como una fuente normal. Después de que se haya planteado la ecuación de malla, se necesita una ecuación para la fuente dependiente. Esta es una ecuación que relaciona la variable de la fuente dependiente con la corriente o tensión que la fuente depende del circuito, según se puede apreciar en la figura 2.3.

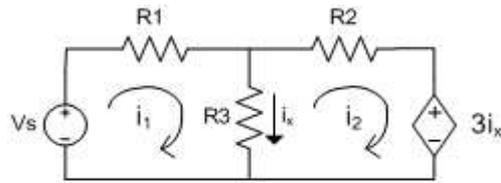


Figura 2.3: Diagrama de fuentes dependiente. (gemini.udistrital, 2006)

Referencia: <http://www.gemini.udistrital.edu.co>

2.1.8 Fuente de tensión dependiente

El voltaje que generan está en función de otra variable que puede ser voltaje o corriente en alguno de los elementos del circuito, su simbología se muestra en la figura 2.4.

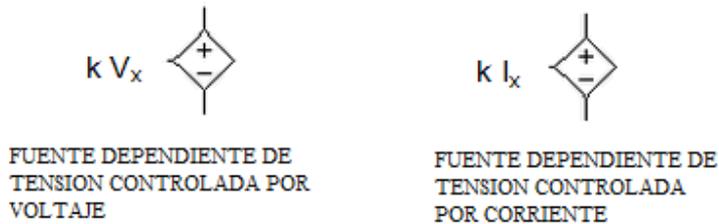


Figura 2.4: Fuentes de tensión dependiente. (valorms.blogspot, 2012)

Referencia: <http://www.valorms.blogspot.com>

2.1.9 Fuente de corriente dependiente

Las corrientes que producen están en función de otra variable que puede ser corriente o voltaje en alguno de los elementos del circuito, su simbología se muestra en la figura 2.5.

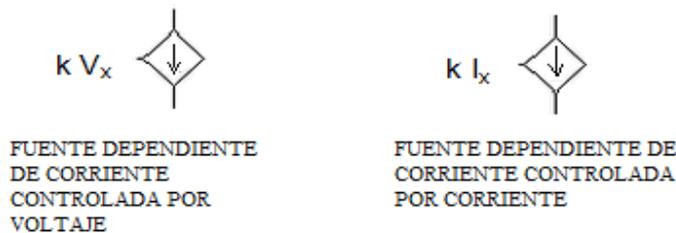


Figura 2.5: Fuente de corriente dependiente. (valorms.blogspot, 2012)

Referencia: <http://www.valorms.blogspot.com>

2.1.10 Ley de ohm

La Ley de Ohm establece que la intensidad que circula por un conductor, circuito o resistencia, es inversamente proporcional a la resistencia (R) y directamente proporcional a la tensión (V).

La ecuación matemática que describe esta relación es:
$$I = \frac{V}{R}$$

Donde, I es la corriente que pasa a través del objeto en amperios, V es la diferencia de potencial

de las terminales del objeto en voltios, y R es la resistencia en ohmios (Ω). Específicamente, la ley de Ohm dice que la R en esta relación es constante, independientemente de la corriente.

Esta ley tiene el nombre en honor al físico alemán Georg Ohm.

2.2 Leyes de corriente y tensión

2.2.1 Ley de corriente de Kirchhoff

Esta ley también es llamada ley de nodos o primera ley de Kirchhoff y es común que se use la sigla LCK para referirse a esta ley.

En cualquier nodo, la suma de las corrientes que entran en ese nodo es igual a la suma de las corrientes que salen. De igual forma, La suma de todas las corrientes que pasan por el nodo es igual a cero.

2.2.2 Ley de tensión de Kirchhoff

Esta ley es llamada también Segunda ley de Kirchhoff o ley de lazos de Kirchhoff y es común que se use la sigla LVK para referirse a esta ley.

En toda trayectoria cerrada la suma de todas las caídas de tensión es igual a la tensión total suministrada. De forma equivalente, en toda trayectoria la suma de las diferencias de potencial eléctrico es igual a cero.

2.2.3 El circuito de un par de nodos

En la figura 2.6 se muestra el circuito con un solo par de nodos, en el cual un número cualquiera de elementos simples se conectan al mismo par de nodos y se cumple que:

$$I = I_1 + I_2 + \dots = I_N$$

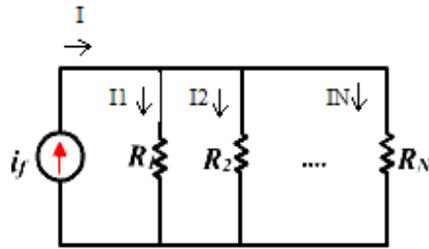


Figura 2.6: Circuito con un solo par de nodos. (enal.edu.ec, 2008)

Referencia: <http://www.virtual.enal.edu.co/curso/circuitoselectricosI>

2.2.4 Fuentes independientes conectadas en serie y en paralelo

Fuentes de tensión conectadas en serie pueden sustituirse por una sola fuente igual a la suma de las originales, como se muestra en la figura 2.7.

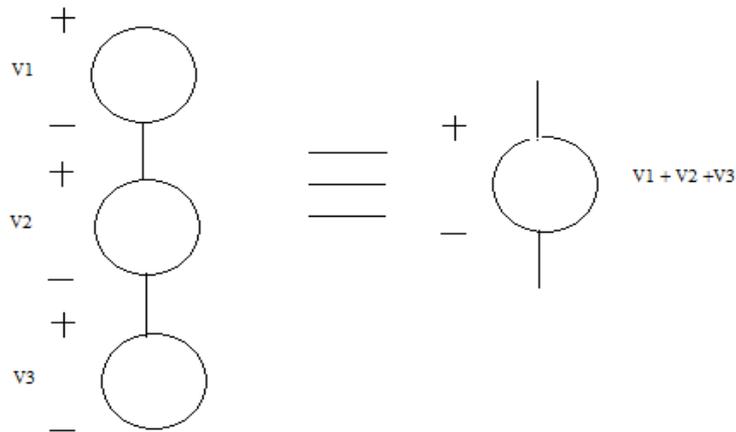


Figura 2.7: Fuentes independiente en serie. (wordpress, 2009)

Referencia: <http://www.analisisdecircuitos.wordpress.com>

Fuentes de corriente conectadas en paralelo pueden sustituirse por una sola fuente igual a la suma de las originales, como se muestra en la figura 2.8.

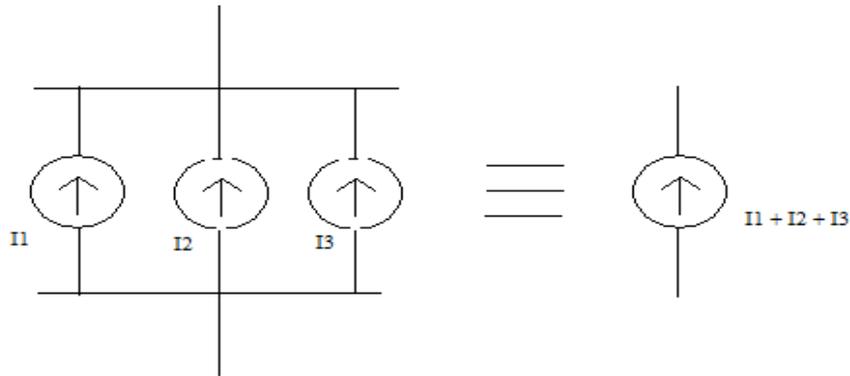


Figura 2.8: Fuentes independiente en paralelo. (wordpress, 2009)

Referencia: <http://www.analisisdecircuitos1.wordpress.com>

2.2.5 Resistores en serie

Los resistores en serie son aquellos que están conectados uno después del otro.

El valor de la resistencia equivalente a las resistencias conectadas en serie es igual a la suma de los valores de cada una de ellas.

Para obtener el equivalente de resistores conectados en serie se usa la expresión:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

2.2.6 Resistores en paralelo

En el circuito de resistores en paralelo la corriente se divide y circula por varios caminos. En este caso se tienen 3 resistencias y parte de la corriente total circula por cada una de ellas.

Para obtener el equivalente de resistores conectados en paralelo se usa la expresión:

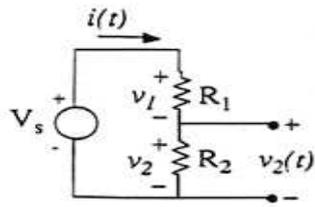
$$1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_N$$

2.2.7 Divisor de tensión y corrientes

2.2.7.1 Divisor de tensión

Un divisor de voltaje consta de al menos dos resistencias en serie con una fuente de voltaje. Para dos resistencias el voltaje se divide de acuerdo con las expresiones que luego se dan.

Un divisor de tensión es una configuración de circuito que reparte la tensión de una fuente entre dos o más impedancias conectadas en serie, se puede observar en la figura 2.9.



$$V_1 = V R_1 / (R_1 + R_2)$$

y

$$V_2 = V R_2 / (R_1 + R_2)$$

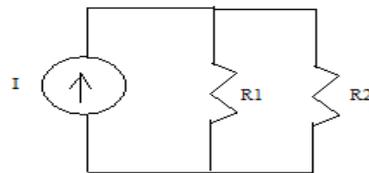
Figura 2.9: Circuito de divisor de tensión. (monografias.com, 2006)

Referencia: <http://www.monografias.com/trabajos93/circuitos-resistivos>

2.2.7.2 Divisor de corriente

Un divisor de corriente es una configuración presente en circuitos eléctricos que puede fragmentar la corriente eléctrica de una fuente entre diferentes resistencias conectadas en paralelo.

Supóngase que se tiene una fuente de corriente I, conectada en paralelo con dos resistencias. El circuito dual del divisor de corriente es el divisor de tensión, se muestra en la figura 2.10.



$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

Figura 2.10: Circuito de divisor de corriente. (labfiscadlasso, 2012)

Referencia: <http://www.labfiscadlasso.blogspot.com/divisores-de-voltaje-y-corriente>

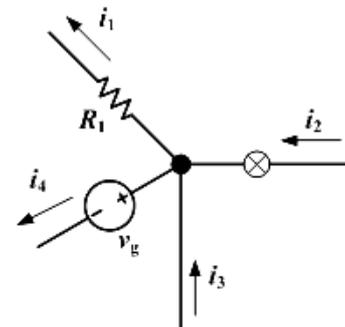
2.3 Análisis nodal y de malla básica

2.3.1 Análisis de nodos

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) se tiene que: $i_2 + i_3 = i_1 + i_4$, tal como se muestra en la figura 2.11.

Figura 2.11: Diagrama de análisis de nodos. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/analisis-de-nodos>



2.3.2 Supernodos

Un supernodo se crea cuando hay una fuente de voltaje dependiente o independiente entre dos nodos distintos del nodo de referencia. La fuente de voltaje reduce en uno el número de nodos en los que se debe aplicar LKC. Un supernodo se forma encerrando una fuente de voltaje y cualquiera de los elementos en paralelo conectados con ella. La fuente de voltaje dentro del supernodo proporciona una ecuación de restricción que se necesita para completar y resolver el sistema de ecuaciones. La otra ecuación se obtiene aplicando LKC en el supernodo, tal como se muestra en la figura 2.12.

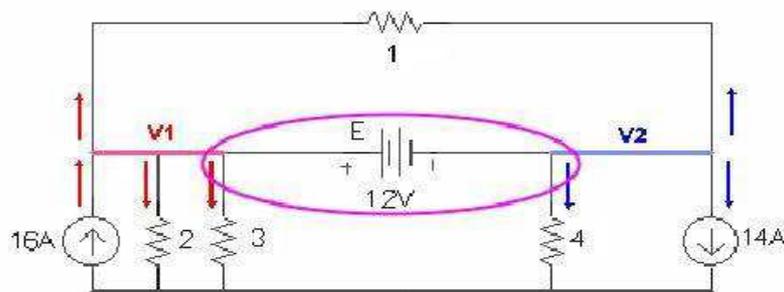


Figura 2.12: Diagrama de supernodos. (Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco, 2000)

Referencia: <http://www.ing.unp.edu.ar/electronica/signaturas>

2.3.3 Análisis de mallas

El análisis de mallas (algunas veces llamada como método de corrientes de malla), es una técnica usada para determinar la tensión o la corriente de cualquier elemento de un circuito plano. Un circuito plano es aquel que se puede dibujar en un plano de forma que ninguna rama quede por debajo o por arriba de ninguna otra. Esta técnica está basada en la ley de tensiones de Kirchhoff, tal como se muestra en la figura 2.13.

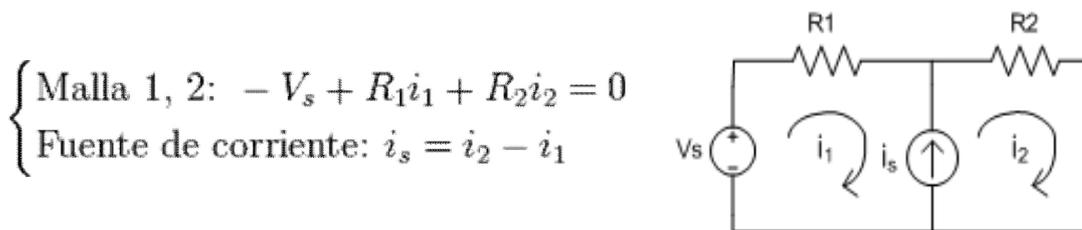


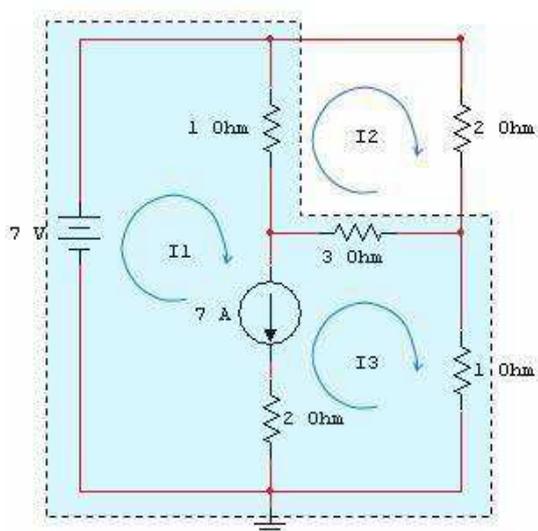
Figura 2.13: Circuito y ecuación simple usando análisis de mallas. (ifent.org, 2007)

Referencia: <http://www.ifent.org/lecciones/CAP05>

2.3.4 Supermallas

Una supermalla es creada a partir de dos mallas que tienen una fuente independiente o dependiente de corriente como elemento en común; la fuente de corriente está en el interior de la supermalla. De este modo ya no son dos mallas sino una supermalla a la cual se le debe aplicar LKV. No deben modificarse las corrientes de malla asignadas. Si la fuente de corriente se ubica en el perímetro del circuito, se ignora la malla simple en la cual se encuentra. Por lo tanto, la ley de Kirchhoff de voltajes se aplica solo en aquellas mallas o supermallas de la red reinterpretada, se muestra en la figura 2.14.

Al resolver estas ecuaciones en conjunto, encontramos los valores de i_1 , i_2 e i_3 .



Ecuación de la Malla 1

$$\begin{aligned} -7 + 1(i_1 - i_2) + 3(i_3 - i_2) + 1 i_3 &= 0 \\ \text{o bien,} \\ i_1 - 4 i_2 + 4 i_3 &= 7 \end{aligned}$$

Ecuación de la Malla 2

$$\begin{aligned} 1(i_2 - i_1) + 2 i_2 + 3(i_2 - i_3) &= 0 \\ \text{o bien,} \\ -i_1 + 6 i_2 - 3 i_3 &= 0 \end{aligned}$$

Ecuación de la Supermalla

$$i_1 - i_3 = 7$$

Figura 2.14: Circuito y ecuación de supermallas. (Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco, 2000)

Referencia: <http://www.ing.unp.edu.ar/electronica/asignaturas>

2.4 Técnicas útiles del análisis de circuitos

2.4.1 Linealidad y superposición

2.4.1.1 Elementos lineales

Los elementos lineales son elementos pasivos que tienen una relación lineal tensión-corriente, es decir que la multiplicación de la corriente que circula por el elemento, por una constante K da como resultado que la tensión a través del elemento quede multiplicada por la misma constante K , tal como se muestra en la figura 2.15

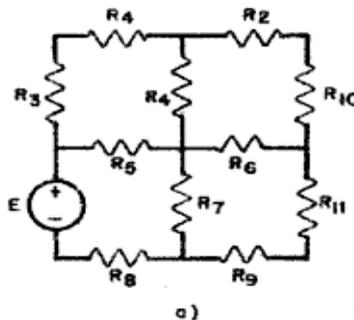


Figura 2.15: Circuitos de elementos lineales. (lawebdefisica, 2003)

Referencia: <http://www.forum.lawebdefisica.com>

2.4.1.2 Circuitos lineales

Un circuito lineal es un circuito que para un voltaje de entrada senoidal de frecuencia f , tiene una salida de voltaje que es también senoidal con frecuencia f . Donde la salida no necesariamente debe estar en fase con la entrada.

Una definición equivalente de un circuito lineal es que obedece al principio de superposición. Esto significa que la salida del circuito $F(x)$ cuando una combinación lineal de señales $ax_1(t) + bx_2(t)$ es aplicada a él es igual a la combinación lineal de las señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$ aplicadas separadamente:

$$F(ax_1 + bx_2) = aF(x_1) + bF(x_2)$$

2.4.1.3 Principio de superposición

El principio de superposición es una consecuencia importante de la linealidad y se puede establecer en la forma siguiente: “En cualquier red resistiva lineal que contenga distintas fuentes, la corriente que circula y la tensión a través de cualquier resistencia o fuente, puede calcularse sumando algebraicamente todas las corrientes y tensiones individuales producidas por cada fuente independiente actuando sola, con todas las demás fuentes independientes de tensión sustituidas por cortocircuitos y todas las demás fuentes independientes de corriente sustituidas por circuitos abiertos”, como se muestra en la figura 2.16.

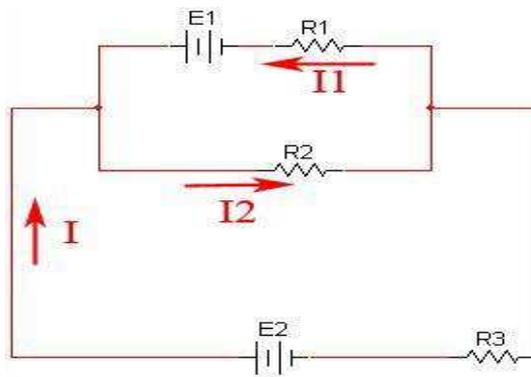


Figura 2.16 Circuito de principio de superposición. (lawebdefisica, 2003)

Referencia: <http://www.forum.lawebdefisica.com>

2.4.2 Transformaciones de fuentes

Las transformaciones de fuentes son métodos que se basan en la Ley de Ohm, aplicándose en el caso de que se encuentre una fuente de corriente en paralelo con una resistencia, esta se puede transformar a una fuente de tensión en serie con dicha resistencia, calculando el voltaje de dicha fuente a través de dicha ley y viceversa, tal como se muestra en la figura 2.17.

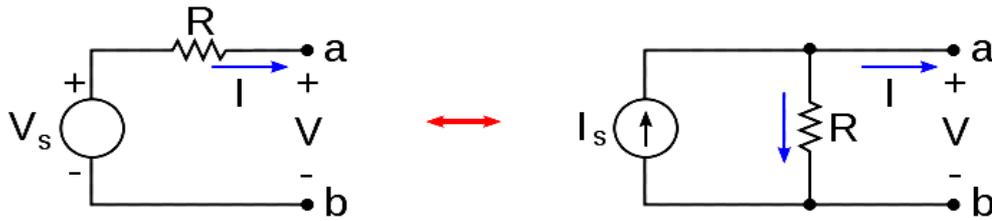


Figura 2.17: Circuito de transformaciones de fuentes. (ingenotas.com, 2011)

Referencia: <http://www.electricidad.ingenotas.com/transformacion-de-fuentes>

2.4.3 Circuito equivalente de Thévenin

El teorema de Thévenin establece que si una parte de un circuito eléctrico lineal está comprendida entre dos terminales A y B, esta parte en cuestión puede sustituirse por un circuito equivalente que esté constituido únicamente por un generador de tensión en serie con una impedancia, de forma que al conectar un elemento entre las dos terminales A y B, la tensión que cae en él y la intensidad que lo atraviesa son las mismas tanto en el circuito real como en el equivalente. El teorema de Thévenin es el dual del teorema de Norton, se muestra en la figura 2.18.

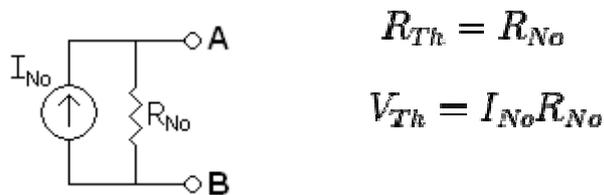


Figura 2.18: Circuito Thévenin equivalente a un circuito Norton. (profesormolina.com.ar, 2002)

Referencia: <http://www.profesormolina.com.ar/tutoriales/circ-elec>

2.4.4 Circuito equivalente de Norton

El teorema de Norton para circuitos eléctricos es dual del teorema de Thévenin. Establece que cualquier circuito lineal se puede sustituir por una fuente equivalente de intensidad en paralelo con una impedancia equivalente.

Al sustituir un generador de corriente por uno de tensión, el borne positivo del generador de tensión deberá coincidir con el borne positivo del generador de corriente y viceversa, tal como se muestra en la figura 2.19.

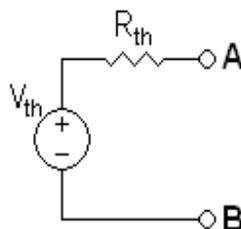


Figura 2.19: Circuito equivalente de Norton. (profesormolina.com.ar, 2002)

Referencia: <http://www.profesormolina.com.ar/tutoriales/circ-elec>

2.4.5 Aplicación de teoremas de Thevenin y Norton

Los teoremas de Thevenin y Norton, ambos estudian características básicas de fuentes de tensión y generadores de funciones. Son resultados muy útiles de la teoría de circuitos. El teorema de Thevenin establece que una fuente de tensión real puede ser modelada por una fuente de tensión ideal (sin resistencia interna) y una impedancia o resistencia en serie con ella. Similarmente, el teorema de Norton establece que cualquier fuente puede ser modelada por medio de una fuente de corriente y una impedancia en paralelo con ella.

2.4.6 Teorema de transferencia de potencia máxima

Este teorema establece que, dada una fuente, con una resistencia de fuente fijada de antemano, la resistencia de carga que maximiza la transferencia de potencia es aquella con un valor óhmico igual a la resistencia de fuente. Este teorema permite escoger la resistencia de carga, una vez que la resistencia de fuente ha sido fijada, se puede observar en figura 2.20.

$$P = i^2 R_L$$

$$I = V_{Th} / R_{Th} + R_L$$

$$P = (V_{Th} / R_{Th} + R_L)^2 \cdot R_L$$

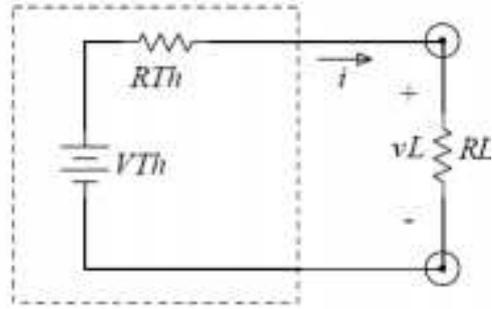


Figura 2.20: Circuito equivalente del teorema de transferencia de potencia máxima. (fiscapRACTICA.com, 2007)

Referencia: <http://www.fiscapRACTICA.com/transferencia>

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE ESTADO SENOIDAL PERMANENTE

3.1 Características de las senoides, conversión de senos en cosenos

La forma de onda de la corriente alterna más comúnmente utilizada es la de una onda senoidal, se muestra en figura 3.1, puesto que se consigue una transmisión más eficiente de la energía. Sin embargo, en ciertas aplicaciones se utilizan otras formas de onda periódicas, tales como la triangular o la cuadrada.

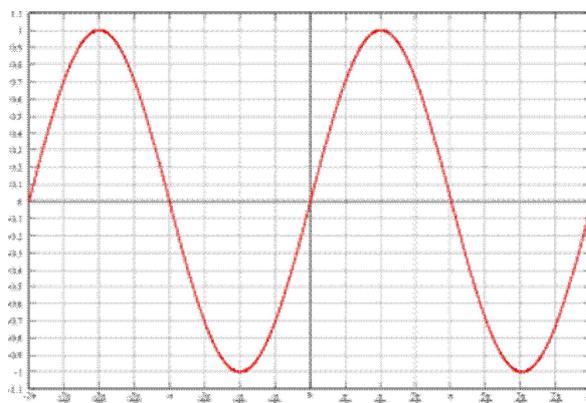


Figura 3.1: Características de las ondas senoidales. (ESPA, 2009)

Referencia: http://www.info-ab.uclm.es/labelec/ruido_cuant

Utilizada genéricamente, la AC se refiere a la forma en la cual la electricidad llega a los hogares y a las empresas. Sin embargo, las señales de audio y de radio transmitidas por los cables eléctricos, son también ejemplos de corriente alterna. Algunos tipos de ondas periódicas tienen el inconveniente de no tener definida su expresión matemática, por lo que no se puede operar analíticamente con ellas. Por el contrario, la onda senoidal no tiene esta indeterminación matemática y presenta las siguientes ventajas:

- La función seno está perfectamente definida mediante su expresión analítica y gráfica. Mediante la teoría de los números complejos se analizan con suma facilidad los circuitos de alterna.

- Las ondas periódicas no senoidales se pueden descomponer en suma de una serie de ondas senoidales de diferentes frecuencias que reciben el nombre de armónicos. Esto es una aplicación directa de las series de Fourier.
- Se pueden generar con facilidad y en magnitudes de valores elevados para facilitar el transporte de la energía eléctrica.
- Su transformación en otras ondas de distinta magnitud se consigue con facilidad mediante la utilización de transformadores.

3.1.1 Onda sinusoidal

En la figura 3.2 se puede observar parámetros característicos de una onda sinusoidal.

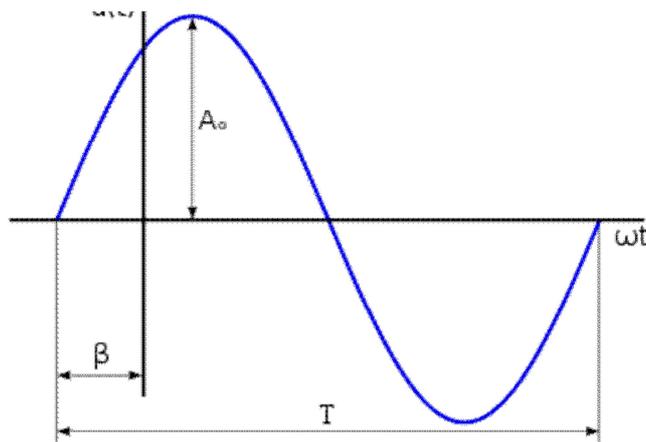


Figura 3.2: Parámetros característicos de una onda sinusoidal. (esacademic.com, 2006)

Referencia: <http://esacademic.com/dic.nsf>

Una señal sinusoidal, $a(t)$, tensión, $v(t)$, o corriente, $i(t)$, se puede expresar matemáticamente según sus parámetros característicos, como una función del tiempo por medio de la siguiente ecuación: $a(t) = A_0 \cdot \sin(\omega t + \beta)$, donde A_0 es la amplitud en voltios o amperios (también llamado valor máximo o de pico), ω la pulsación en radianes/segundo, t el tiempo en segundos, y β el ángulo de fase inicial en radianes.

A continuación se indican otros valores significativos de una señal sinusoidal:

- Valor instantáneo ($a(t)$): Es el que toma la ordenada en un instante, t , determinado.
- Valor pico a pico (A_{pp}): Diferencia entre su pico o máximo positivo y su pico negativo.

Dado que el valor máximo de $\sin(x)$ es $+1$ y el valor mínimo es -1 , una señal sinusoidal que oscila entre $+A_0$ y $-A_0$. El valor de pico a pico, escrito como AP-P, es por lo tanto $(+A_0)-(-A_0) = 2 \times A_0$.

- Valor medio (A_{med}): Valor del área que forma con el eje de abscisas partido por su período. El área se considera positiva si está por encima del eje de abscisas y negativa si está por debajo. Como en una señal sinusoidal el sem-iciclo positivo es idéntico al negativo, su valor medio es nulo. Por eso el valor medio de una onda sinusoidal se refiere a un semi-ciclo. Mediante el cálculo integral se puede demostrar que su expresión es la siguiente:

$$A_{medio} = \frac{1}{T_p} \int_{t_0}^{t_0+T_p} x_a(t) dt$$

- Valor eficaz (A): su importancia se debe a que este valor es el que produce el mismo efecto calorífico que su equivalente en corriente continua. Matemáticamente, el valor eficaz de una magnitud variable con el tiempo, se define como la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de los valores instantáneos alcanzados durante un período:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T_p} \int_{t_0}^{t_0+T_p} x_a^2(t) dt}$$

Se conoce R.M.S. como valor cuadrático medio. En el campo industrial, el valor eficaz es de gran importancia ya que casi todas las operaciones con magnitudes energéticas se hacen con dicho valor. De ahí que por rapidez y claridad se represente con la letra mayúscula de la

magnitud que se trate (I, V, P, etc.). Matemáticamente se demuestra que para una corriente alterna senoidal el valor eficaz viene dado por la expresión:

$$A = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$$

El valor A, tensión o intensidad, es útil para calcular la potencia consumida por una carga. Así, si una tensión de corriente continua, VCC, desarrolla una cierta potencia P en una carga resistiva dada, una tensión de CA de Vrms desarrollará la misma potencia P en la misma carga si Vrms = VCC.

3.1.2 Respuesta forzada a funciones senoidales

Al aplicar una función senoidal a un circuito simple, el resultado o respuesta del circuito estará compuesto de dos partes, una respuesta natural que depende de la clase de circuito únicamente, y una respuesta forzada que será una composición de las funciones derivadas de la función de excitación; el estado senoidal permanente se refiere entonces al estado en el que el circuito a alcanzado la respuesta forzada, tal como se muestra en la figura 3.3.

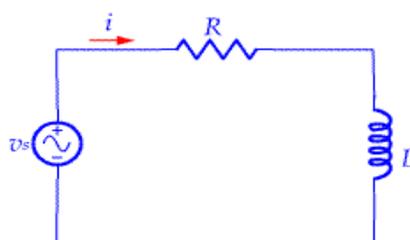


Figura 3.3: Circuito de respuesta forzada a funciones senoidales. (Universidad Nacional de Colombia, 2003)

Referencia: <http://www.virtual.urial.edu.co/cursos/ingenieria>

Para $v_s(t) = V_m \cos \omega t$ y dado que el circuito tiene que cumplir con la ecuación diferencial:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_m \cos \omega t$$

La respuesta forzada debe tener la forma: $i(t) = I_1 \cos \omega t + I_2 \sin \omega t$

Reemplazando en esta ecuación: $(-LI_1\omega + RI_2)\text{sen}\omega t + (LI_2\omega + RI_1 - V_m)\text{cos}\omega t = 0$

e igualando los coeficientes de $\text{sen}\omega t$ y $\text{cos}\omega t$ se obtienen dos ecuaciones que permiten

encontrar los coeficientes I_1 e I_2 de la respuesta forzada:

$$I_1 = \frac{RV_m}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$I_2 = \frac{\omega LV_m}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Con esto se obtiene la respuesta forzada completa:

$$i(t) = \frac{RV_m}{R^2 + \omega^2 L^2} \text{cos}\omega t + \frac{\omega LV_m}{R^2 + \omega^2 L^2} \text{sen}\omega t$$

De la misma manera si ahora se aplica una función de excitación compleja que tiene una parte real y una imaginaria, la respuesta del circuito tendrá una parte real y otra compleja también.

Para el circuito RL mostrado como $v_s(t) = V_m \text{cos}\omega t$ la fuente de excitación compleja es: $V_m e^{j\omega t}$ y

la respuesta compleja del circuito tendrá la forma: $I_m e^{j(\omega t + \phi)}$ donde la amplitud y el ángulo de fase son desconocidos.

La ecuación diferencial particular para este circuito es: $L \frac{di}{dt} + Ri = V_s$

Reemplazando los valores anteriores en la ecuación diferencial y derivando se obtiene:

$$RI_m e^{j(\omega t + \phi)} + j\omega LI_m e^{j(\omega t + \phi)} = V_m e^{j\omega t}$$

Para obtener los valores de I_m y ϕ se realiza el procedimiento matemático correspondiente y se obtiene:

$$I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

Que representan la parte real y la imaginaria de la respuesta compleja. Si se toma la respuesta real de la corriente en función del tiempo se obtiene:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$= \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}\right)$$

3.1.3 Función forzada compleja

Una fuente senoidal esta descrita por, $v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$

La respuesta en alguna rama de la red eléctrica será de la forma, $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$

Una función forzada senoidal siempre da lugar a una respuesta forzada senoidal de la misma frecuencia en un circuito lineal, tal como se muestra en la figura 3.4.

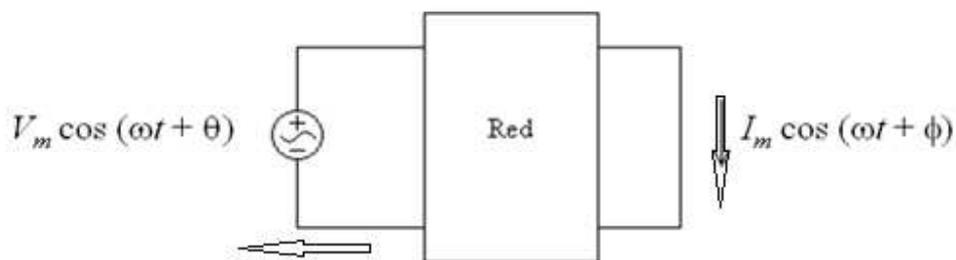


Figura 3.4: Circuito de función forzada senoidal. (Scielo_Mexico, 1998)

Referencia: <http://scielo.org.mx/scielo>

3.1.4 Relaciones fasoriales para R, L y C

Un fasor es una representación gráfica de un número complejo que se utiliza para representar una oscilación, de forma que el fasor suma de varios fasores puede representar la magnitud y fase de la oscilación resultante de la superposición de varias oscilaciones en un proceso de interferencia.

Con el concepto de fasor se pueden obtener distintas relaciones para el modelamiento en el dominio de la frecuencia de los elementos pasivos (resistor, inductor, capacitor), y hacer más fácil el análisis de los circuitos en estado senoidal permanente, estas relaciones se dan a partir de las expresiones conocidas para cada elemento en el dominio del tiempo e implementando las transformaciones fasoriales respectivas.

Dichas relaciones fasoriales se observan en la tabla 3.1:

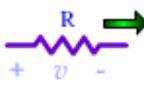
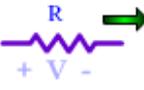
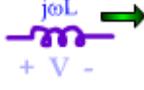
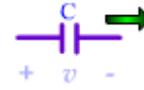
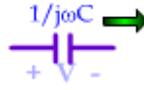
DOMINIO DEL TIEMPO		DOMINIO DE LA FRECUENCIA	
	$v = Ri$	$V = RI$	
	$v = L di/dt$	$V = j\omega LI$	
	$v = 1/C \int i dt$	$V = (1/j\omega C) I$	

Tabla 3.1: Relaciones fasoriales. (Universidad_Tecmilenio, 2012)

Referencia: <http://www.cursos.tecmilenio.edu.mx>

Por medio de las relaciones mostradas es posible decir que una relación importante se puede ver desde cualquier punto de vista como una ley parecida a la ley de Ohm para los elementos pasivos: $V=ZI$, con estos parámetros las técnicas de análisis de circuitos son validas en el análisis fasorial para estado senoidal permanente.

3.1.5 Leyes de Kirchhoff con fasores

$$\sum V_k(t) = 0 \quad (\text{ley de kirchoff de voltajes con fasores}).$$

Análogamente se tiene:

$$\sum I_k(t) = 0 \quad (\text{ley de kirchoff de corrientes con fasores}).$$

3.1.6 Impedancia en serie y paralelo

La impedancia es una magnitud que establece la relación (cociente) entre la tensión y la intensidad de corriente. Tiene especial importancia si la corriente varía en el tiempo, en cuyo caso, ésta, la tensión y la propia impedancia se describen con números complejos o funciones del análisis armónico. Su módulo (a veces impropriamente llamado impedancia) establece la relación entre los valores máximos o los valores eficaces de la tensión y de la corriente. La parte real de la impedancia es la resistencia y su parte imaginaria es la reactancia.

El formalismo de las impedancias consiste en unas pocas reglas que permiten calcular circuitos que contienen elementos resistivos, inductivos o capacitivos de manera similar al cálculo de circuitos resistivos en corriente continua. Esas reglas sólo son válidas en los casos siguientes:

- Si se está en régimen permanente con corriente alterna sinusoidal. Es decir, que todos los generadores de tensión y de corriente son sinusoidales y de la misma frecuencia, y que todos los fenómenos transitorios que pueden ocurrir al comienzo de la conexión se han atenuado y desaparecido completamente.
- Si todos los componentes son lineales. Es decir, componentes o circuitos en los cuales la amplitud (o el valor eficaz) de la corriente es estrictamente proporcional a la tensión aplicada. Se excluyen los componentes no lineales como los diodos. Si el circuito contiene inductancias con núcleo ferromagnético (que no son lineales), los resultados de los cálculos sólo podrán ser aproximados y eso, a condición de respetar la zona de trabajo de las inductancias.

Cualquier circuito de dos terminales puede reducirse a una simple impedancia sumando las que se encuentran en serie o en paralelo, así:

- Impedancias en serie: $Z_{\text{eq}} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n.$

- Impedancias en paralelo:
$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}$$

3.1.7 Admitancia

En ingeniería eléctrica, la admitancia de un circuito es la facilidad que este ofrece al paso de la corriente.

De acuerdo con su definición, la admitancia Y es la inversa de la impedancia Z :

$$Y = Z^{-1} = \frac{1}{Z}$$

En el SI, la unidad de la admitancia es el Siemens, también llamada ohm, proveniente de la unidad de resistencia, ohm, a la inversa.

Al igual que la impedancia, la admitancia se puede considerar cuantitativamente como un valor complejo:

$$Y = \frac{1}{Z \angle \phi} = \frac{1}{Z} \angle -\phi$$

Esto es, su módulo es el inverso del módulo de la impedancia y su argumento el de ésta cambiado de signo.

Si utilizamos la forma binómica de Z :

$$Y = \frac{1}{R + Xj}$$

Multiplicando numerador y denominador por "R - Xj" y operando resulta:

$$Y = \frac{R}{R^2 + X^2} - \frac{Xj}{R^2 + X^2}$$

Expresión que permite definir las componentes real e imaginaria de la admitancia en función de los valores resistivos, R, y reactivo, X, de la impedancia:

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}$$

$$B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

Luego,

$$Y = G + Bj$$

A y G se la denomina conductancia y a B susceptancia. Si fueran conocidas las componentes G y B de la admitancia, y a partir de ellas se quieren determinar los valores de R y X de la impedancia, puede demostrarse que:

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2}$$

$$X = \frac{-B}{G^2 + B^2}$$

En los análisis de circuitos en paralelo se suele utilizar la admitancia en lugar de la impedancia para simplificar los cálculos.

3.2 Análisis de potencia en circuitos de corriente alterna

Al realizar el análisis de la potencia que consumía una resistencia (ley de Joule), cuando era atravesada por una corriente continua, sólo era necesario multiplicar la corriente por el voltaje entre los terminales ($P = V \times I$).

Lo anterior también es cierto en el caso en que se utilice corriente alterna en una resistencia o resistor, porque en estos casos la corriente y el voltaje están en fase.

Esto significa que la corriente y el voltaje tienen sus valores máximos y mínimos simultáneamente (las formas de onda son iguales, sólo podrían diferenciarse en su amplitud).

Entre las potencias que se presentan encontramos: Potencia instantánea: potencia debida a excitación senoidal, Potencia promedio (activa) (KW): Potencia Reactiva [Q] (KVAR), Potencia aparente (KVA) y factor de potencia (FP), Potencia compleja, Triángulo de potencias.

3.2.1 Potencia instantánea: potencia debida a excitación senoidal

La potencia instantánea está definida como la potencia entregada a un dispositivo (carga) en cualquier instante de tiempo y se expresa la figura 3.5.

$$p = v \cdot i \left\{ \begin{array}{l} \text{---}\overset{R}{\text{---}}\text{---} \quad p = i^2 R = \frac{v^2}{R} \\ \text{---}\overset{L}{\text{---}}\text{---} \quad p = L i \frac{di}{dt} = \frac{1}{L} v \int_{-\infty}^t v dt \\ \text{---}\overset{C}{\text{---}}\text{---} \quad p = C v \frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} i \int_{-\infty}^t i dt \end{array} \right.$$

Figura 3.5: Demostración de potencia instantánea. (tuveras.com, 2003)

Referencia: <http://www.tuveras.com.electronica>

3.2.2 Potencia promedio [P] (KW) (activa) y potencia reactiva [Q] (KVAR)

3.2.2.1 Potencia activa

La potencia activa representa la capacidad de un circuito para realizar un proceso de transformación de la energía eléctrica en trabajo. Los diferentes dispositivos eléctricos existentes convierten la energía eléctrica en otras formas de energía tales como: mecánica, lumínica, térmica, química, etc. Esta potencia es, por lo tanto, la realmente consumida por los circuitos y, en consecuencia, cuando se habla de demanda eléctrica, es esta potencia la que se utiliza para determinar dicha demanda.

Se designa con la letra P y se mide en vatios -watt- (W) o kilovatios -kilowatt- (kW). De acuerdo con su expresión, la ley de Ohm y el triángulo de impedancias:

$$P = I \cdot V \cdot \cos \phi = I \cdot Z \cdot I \cos \phi = I^2 \cdot Z \cdot \cos \phi = I^2 \cdot R$$

Resultado que indica que la potencia activa es debida a los elementos resistivos es: $P = I^2 R$

3.2.2.2 Potencia reactiva

Esta potencia no tiene tampoco el carácter realmente de ser consumida y sólo aparecerá cuando existan bobinas o condensadores en los circuitos. La potencia reactiva tiene un valor medio nulo, por lo que no produce trabajo necesario. Por ello que se dice que es una potencia devastada (no produce vatios), se mide en voltamperios reactivos (VAR) y se designa con la letra Q.

A partir de su expresión,

$$Q = I \cdot V \cdot \sin \phi = I \cdot Z \cdot I \sin \phi = I^2 \cdot Z \cdot \sin \phi = S \cdot \sin \phi$$

Lo que reafirma en que esta potencia es debida únicamente a los elementos reactivos.

3.2.3 Potencia aparente y factor de potencia

3.2.3.1 Potencia aparente

La potencia compleja de un circuito eléctrico de corriente alterna (cuya magnitud se conoce como potencia aparente y se identifica con la letra S), es la suma (vectorial) de la potencia que disipa dicho circuito y se transforma en calor o trabajo (conocida como potencia promedio, activa o real, que se designa con la letra P y se mide en vatios (W) y la potencia utilizada para la formación de los campos eléctrico y magnético de sus componentes, que fluctuará entre estos componentes y la fuente de energía (conocida como potencia reactiva, que se identifica con la letra Q y se mide en voltamperios reactivos (VAR)). La relación entre todas las potencias aludidas es $S^2 = P^2 + Q^2$, su relación muestra en la figura 3.6.

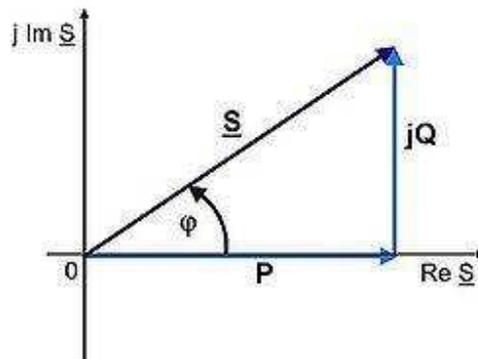


Figura 3.6: Relación entre potencia activa, aparente y reactiva. (wikipedia, 2001)

Referencia: http://www.es.wikipedia.org/wiki/potencia_electrica

Esta potencia aparente (S) no es realmente la "útil", salvo cuando el factor de potencia es la unidad ($\cos \varphi=1$), y señala que la red de alimentación de un circuito no sólo ha de satisfacer la energía consumida por los elementos resistivos, sino que también ha de contarse con la que van a "almacenar" las bobinas y condensadores. Se mide en voltioamperios (VA), aunque para aludir a grandes cantidades de potencia aparente lo más frecuente es utilizar como unidad de medida el kilovoltiamperio (kVA).

La fórmula de la potencia aparente es: $S = I^* \cdot V$

3.2.3.2 Factor de potencia

Se define factor de potencia de un circuito de corriente alterna, como la relación de la potencia promedio (P) respecto a la potencia aparente (S):

$$F.P = \frac{P}{S} = \frac{V_{rms} I_{rms} \cos(\theta - \phi)}{V_{rms} I_{rms}} = \cos(\theta - \phi)$$

O bien como el coseno del ángulo que forman los fasores de la intensidad y el voltaje, designándose en este caso como $\cos\varphi$, siendo φ el valor de dicho ángulo.

El factor de potencia se puede ver como un índice de eficiencia energética, dado que permite conocer la relación entre la energía solicitada a la fuente y la energía convertida en trabajo. De

acuerdo con su definición, el factor de potencia es adimensional y solamente puede tomar valores entre 0 y 1. Donde por la definición anterior cuanto más cercano sea el valor del factor de potencia a la unidad, más eficiente será el sistema.

El valor del factor de potencia viene determinado por el tipo de cargas conectadas en una instalación, en el cual se puede observar que si un circuito es sólo resistivo la intensidad y la tensión están en fase (0°) y por lo tanto el factor de potencia es la unidad. Por otro lado, en un circuito puramente reactivo, la intensidad y la tensión están en cuadratura (90°) siendo el valor del factor de potencia igual a cero.

3.2.4 Potencia compleja

La potencia compleja es el máximo valor de la potencia, igual al producto de los valores eficaces de voltaje y corriente. Se denomina potencia aparente y se mide en Voltio Amperios [VA]. Es una potencia compleja, siendo la suma de los vectores de la potencia real (P) y de la potencia reactiva (Q). La relación entre dichos vectores se muestra en el triángulo de potencias en la figura 3.7.

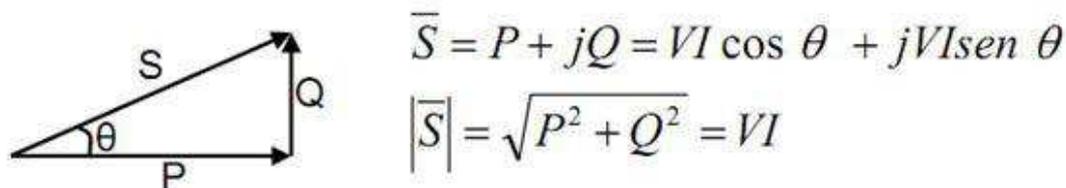


Figura 3.7: Demostración del triángulo de potencia. (afinidadeletrica.com, 2007)

Referencia: <http://www.afinidadeletrica.com.ar/articulo>

3.2.5 Triangulo de potencia

El llamado triángulo de potencia es la mejor forma de ver y comprender de forma gráfica qué es el factor de potencia o coseno de "fi" ($\cos \Phi$) y su estrecha relación con los restantes tipos de potencia presentes en un circuito eléctrico de corriente alterna.

El factor de potencia o coseno de “fi” ($\text{Cos } \Phi$) representa el valor del ángulo que se forma al representar gráficamente la potencia activa (P) y la potencia aparente (S), es decir, la relación existente entre la potencia real de trabajo y la potencia total consumida por la carga o el consumidor conectado a un circuito eléctrico de corriente alterna. Esta relación se puede representar también, de forma matemática, por medio de la siguiente fórmula:

$$\text{Cos } \varphi = P/S$$

3.2.6 Mejoramiento o corrección del factor de potencia

A menudo es posible ajustar el factor de potencia de una industria a un valor muy próximo a la unidad.

Esta práctica es conocida como mejora o corrección del factor de potencia y se realiza mediante la conexión de aparatos de bancos automáticos de condensadores, según sea el caso el tipo de cargas que tenga la instalación. Por ejemplo, el efecto inductivo de las cargas de motores puede ser corregido localmente mediante la conexión de condensadores. En determinadas ocasiones pueden instalarse motores síncronos con los que se puede inyectar potencia capacitiva o reactiva con tan solo variar la corriente de excitación del motor.

Las pérdidas de energía en las líneas de transporte de energía eléctrica aumentan con el incremento de la intensidad. Como se ha comprobado, cuanto más bajo sea el F.P. de una carga, se requiere más corriente para conseguir la misma cantidad de energía útil. Por tanto, como ya se ha comentado, las compañías suministradoras de electricidad, para conseguir una mayor eficiencia de su red, requieren que los usuarios, especialmente aquellos que utilizan grandes potencias, mantengan los factores de potencia de sus respectivas cargas dentro de límites especificados, estando sujetos, de lo contrario, a pagos adicionales por energía reactiva.

La mejora del factor de potencia debe ser realizada de una forma cuidadosa con objeto de mantenerlo lo más alto posible. Es por ello que en los casos de grandes variaciones en la composición de la carga es preferible que la corrección se realice por medios automáticos, tal se muestra en la figura 3.8.

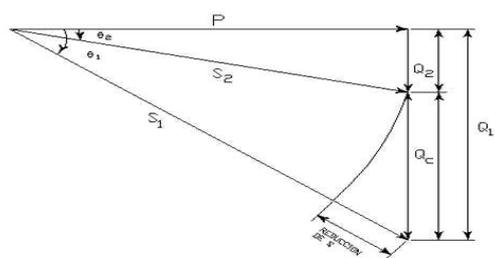


Figura 3.8: Triángulo de mejoramiento del factor de potencia. (electricidad-ibf.blogspot.com, 2008)

Referencia: <http://www.electricidad-ibf.blogspot.com/factor-de-potencia>

S_1 = Potencia aparente antes de la corrección del factor de potencia CFP.

S_2 = Potencia aparente después de la CFP.

P = potencia activa.

Q_1 = Potencia reactiva inductiva antes de la corrección del factor de potencia CFP.

Q_2 = Potencia reactiva inductiva después de la CFP.

$Q_c = Q_1 - Q_2$ = compensación de potencia reactiva por medio de capacitores.

θ_1 = ángulo de fase antes de la CFP.

θ_2 = ángulo de fase después de la CFP.

3.3 Circuitos polifásicos

3.3.1 Sistemas polifásicos

Recibe el nombre de sistema polifásico de voltajes al conjunto formado por varios voltajes alternos monofásicos, de igual frecuencia y valor eficaz, y que están desfasados entre sí en un

ángulo eléctrico igual a 360° dividido por el número de fases. Se denomina fase a cada uno de los voltajes monofásicos que forman el sistema.

3.3.2 Sistemas monofásicos de tres hilos

Una fuente monofásica de tres hilos se define como una fuente que tiene tres terminales de salida, como a, n y b. En dicho sistema, la potencia se distribuye entre los dos hilos conductores de corriente, pudiendo conectar cargas monofásicas entre cualquiera de las dos fases y el neutro y cargas de dos fases.

3.3.3 Sistema trifásico

En ingeniería eléctrica un sistema trifásico es un sistema de producción, distribución y consumo de energía eléctrica formado por tres corrientes alternas monofásicas de igual frecuencia y amplitud (y por consiguiente, valor eficaz) que presentan una cierta diferencia de fase entre ellas, en torno a 120° , y están dadas en un orden determinado. Cada una de las corrientes monofásicas que forman el sistema se designa con el nombre de fase.

Un sistema trifásico de tensiones se dice que es equilibrado cuando sus corrientes son iguales y están desfasados simétricamente.

3.3.4 Conexión delta [Δ]

En la conexión Delta, las tensiones de línea y las tensiones de fase son iguales. La magnitud de la corriente de línea es (raíz de 3) veces la magnitud de la corriente de fase. Pero además, el conjunto de corrientes de línea está desfasado 30° con respecto al conjunto de corrientes de fase (-30° para la secuencia positiva y $+30^\circ$ para la secuencia negativa).

A continuación se muestran los diagramas de fasores de tensión en la figura 3.9.

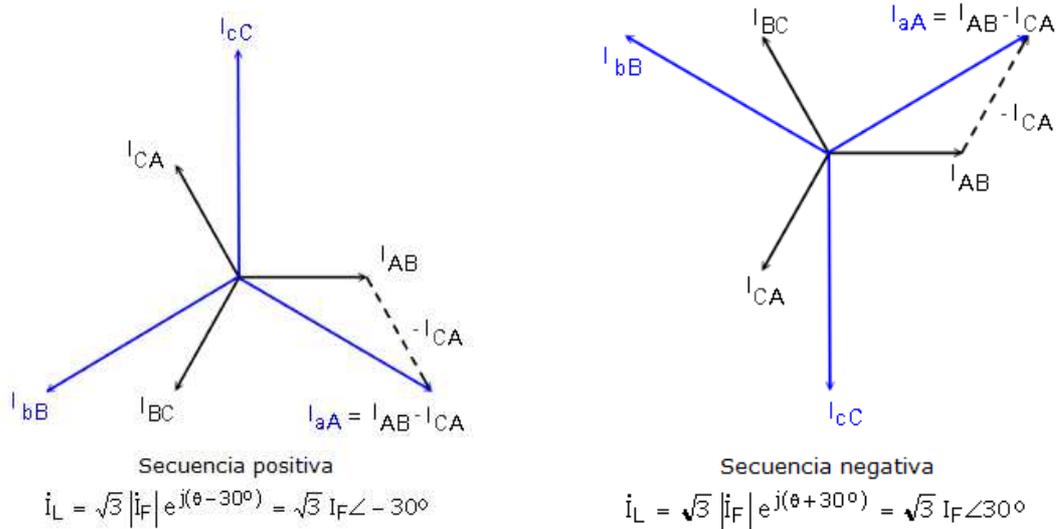


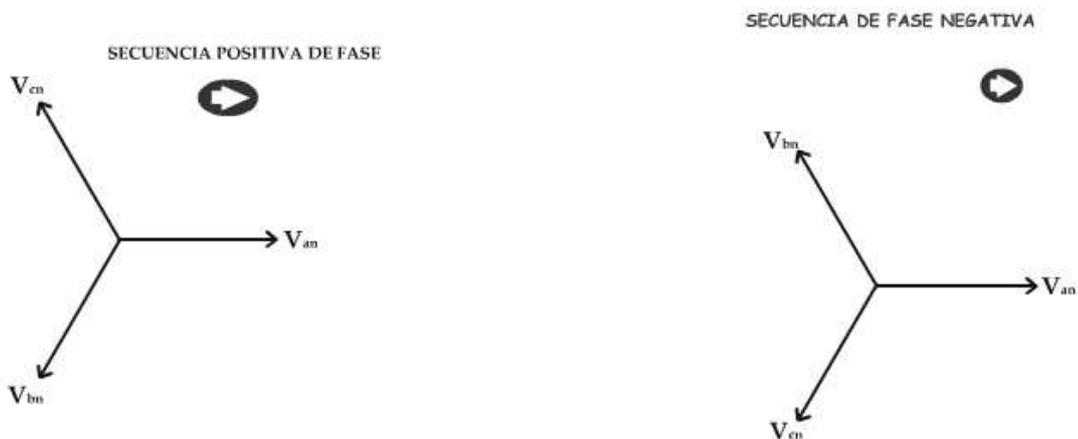
Figura 3.9: Demostración de los diagramas de fasores de tensión. (fotosdeelectronica.com, 2000)

Referencia: http://www.fotosdeelectronica.com/medicion-potencia-carga_trifasica-410

3.3.5 Conexión estrella [Y]

La conexión en estrella o Y se realiza usando un punto común a las tres fuentes, este punto es el neutro.

Los tres voltajes presentes entre cada una de las líneas y el neutro se llaman voltajes de fase, en estos voltajes se pueden tener distintas secuencias de fase, escogiendo uno como referencia se pueden tener dos posibilidades como se puede demostrar en la figura 3.10.



Suponiendo que los voltajes tienen una magnitud de 100 Vrms se tiene que:

SECUENCIA POSITIVA:

$$V_{\Delta n} = 100\angle 0^\circ$$

$$V_{\phi n} = 100\angle -120^\circ$$

$$V_{\sigma n} = 100\angle -240^\circ$$

SECUENCIA NEGATIVA:

$$V_{\Delta n} = 100\angle 0^\circ$$

$$V_{\phi n} = 100\angle 120^\circ$$

$$V_{\sigma n} = 100\angle 240^\circ$$

Figura 3.10: Dos posibilidades de distintas secuencias de fase. (monografias.com, 2006)

Referencia: <http://www.monografias.com/trabajos78/grupoconexiones-transformadores>

3.3.6 Potencia eléctrica en sistemas trifásicos

Para este tipo de sistema los módulos de las corrientes de fase son iguales (lo mismo con las corrientes de línea) por lo que la potencia consumida por una fase es un tercio de la potencia total.

La representación matemática de la potencia activa en un sistema trifásico equilibrado está dada por la ecuación en la figura 3.11:

$$P_{3\varphi} = \sqrt{3} \cdot I \cdot V \cdot \cos\Phi$$
$$Q_{3\varphi} = \sqrt{3} \cdot I \cdot V \cdot \sen\Phi$$
$$S_{3\varphi} = \sqrt{3} \cdot I \cdot V$$

Figura 3.11: Ecuación de un sistema trifásico equilibrado. (profesormolina.com.ar, 2002)

Referencia: <http://www.profesormolina.com.ar/electromec/sistemas-trifasicos>

3.4 Circuitos acoplados magnéticamente

Siempre que la corriente fluye a través de un conductor, ya sea AC o DC, se genera un campo magnético alrededor de él. En el contexto de los circuitos, uno se refiere a menudo al flujo magnético a través de un lazo de alambre, que no es más que la componente normal del campo magnético que emana del lazo, multiplicada por el arco del mismo.

3.4.1 Auto inductancia

Se definen como el eslabonamiento o enlace de flujo por unidad de corriente sobre el mismo circuito.

3.4.2 Inductancia mutua

Cuando dos bobinas se encuentran una cerca de la otra y hay corriente en una de ellas, el flujo de la primera enlaza a la segunda. si cambia la corriente de la primera bobina, se inducirá un voltaje en la segunda.

3.4.3 El transformador lineal

Constituye un modelo excelente del transformador ideal practico que se utiliza a frecuencia de radio o a frecuencias superiores, se lo considera un modelo idealizado de acoplamiento unitario de un transformador físico que tiene un núcleo hecho de algún material magnético, casi siempre una aleación de hierro.

3.4.4 El transformador ideal

Constituye una aproximación útil a un transformador acoplado de forma muy estrecha, en el que el coeficiente de acoplamiento es en esencia la unidad y en el que las reactancias inductivas del primario y del secundario son muy grandes en comparación con las impedancias de la terminación, se muestra en la figura 3.12.

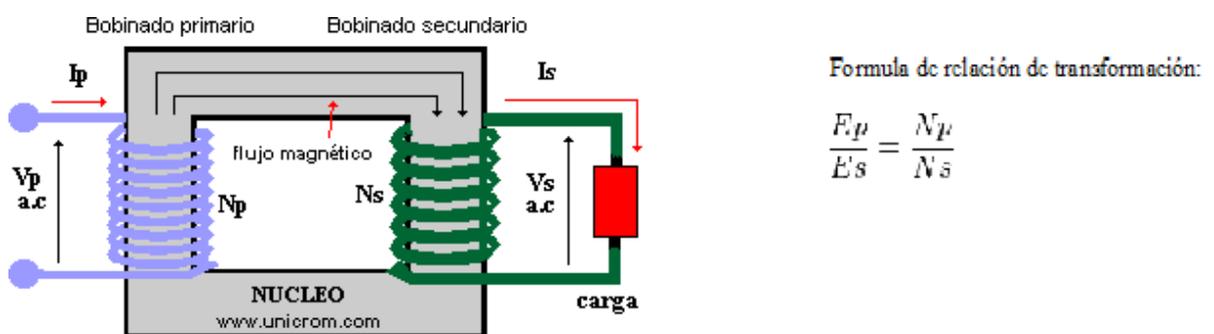


Figura 3.12: Demostración de un transformador ideal. (unicrom.com, 2002)

Referencia: http://www.unicrom.com/tut_transformador.asp

CAPITULO 4. CIRCUITOS ELECTRONICOS II

4.1 Circuitos RC Básicos

Los circuitos RC son circuitos que están compuestos por una resistencia y un condensador.

Se caracteriza por que la corriente puede variar con el tiempo. Cuando el tiempo es igual a cero, el condensador está descargado, en el momento que empieza a correr el tiempo, el condensador comienza a cargarse ya que hay una corriente en el circuito. Debido al espacio entre las placas del condensador, en el circuito no circula corriente, es por eso que se utiliza una resistencia, como se muestran en las figuras 4.1 y 4.2.

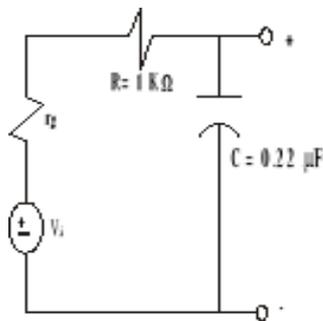


Figura 4.1: Representación equivalente de Circuito RC.

(circuitosrcl.blogspot.com, 2007)

Referencia: <http://circuitosrcl.blogspot.com>

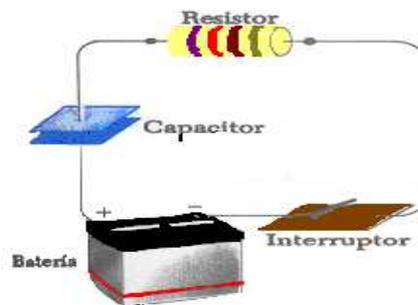


Figura 4.2: Representación física de Circuito RC.

(circuitosrcl.blogspot.com, 2007)

Referencia: <http://circuitosrcl.blogspot.com>

Cuando el condensador se carga completamente, la corriente en el circuito es igual a cero.

La segunda regla de Kirchoff dice: $V = (IR) - (q/C)$

Donde q/C es la diferencia de potencial en el condensador.

En un tiempo igual a cero, la corriente será: $I = V/R$ cuando el condensador no se ha cargado.

Cuando el condensador se ha cargado completamente, la corriente es cero y la carga será igual a:

$$Q = CV.$$

4.1.1 Carga de un condensador

Se conoce que las variables dependiendo del tiempo serán I y q. Y la corriente I se sustituye por dq/dt (variación de la carga dependiendo de la variación del tiempo):

$$(dq/dt)R = V - (q/C)$$

$$dq/dt = V/R - (q/(RC))$$

Esta es una ecuación:

Diferencial. Se pueden $dq/dt = (VC - q)/(RC)$

Separar variable $dq/(q - VC) = - dt/(RC)$

Al integrar se tiene $\ln [- (q - VC)/VC] = -t/(RC)$

Despejando q $q dt = C V [(1 - e^{-t/RC})] = q (1 - e^{-t/RC})$

El voltaje será $V_c(t) = V e^{-\frac{t}{RC}}$

4.1.2 Descarga de un condensador

Debido a la descarga de un condensador se debe a la diferencia de potencial en el condensador es $IR = q/C$, la razón de cambio de carga en el condensador determinará la corriente en el circuito, por lo tanto, la ecuación que resulte de la relación entre el cambio de la cantidad de carga dependiendo del cambio en el tiempo y la corriente en el circuito, estará dada remplazando $I = dq/dt$ en la ecuación de diferencia de potencial en el condensador: $q = Q e^{-t/RC}$, donde Q es la carga máxima.

La corriente en función del tiempo entonces, resultará al derivar esta ecuación respecto al tiempo: $I = Q/(RC) e^{-t/RC}$.

Se puede concluir entonces, que la corriente y la carga decaen de forma exponencial.

4.1.3 Utilidad

Los circuitos RC tienen una función inmediata de temporizadores, aprovechando su constante de

tiempo con dimensiones de segundos. Pero, por otra parte, su uso fundamental es como filtros: bien paso alto, que corta las frecuencias bajas; bien paso bajo, que corta las frecuencias altas, lo cual depende de la posición de montaje del condensador.

Existe una frecuencia específica, la llamada frecuencia de corte, en la cual la reactancia capacitiva es igual a la resistencia (también ocurre un desfase asociado de 45 grados, obvio al ver los fasores).

$$R = X_c$$

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}$$

Sustituyendo encontramos que:

$$R = \frac{1}{2\pi fC}$$

La frecuencia de corte, definida como la frecuencia a la que la potencia de la señal se atenúa al 30% (o 3.01 dB), es una función de los valores de resistencia y capacidad. Podemos operar en la fórmula anterior para resolver f de la siguiente forma:

$$f_{corte} = \frac{1}{2\pi RC}$$

4.1.3.1 Filtro paso bajo

Cuando el condensador queda en paralelo con la carga, mientras la resistencia queda en serie tanto con toda la salida, incluido el condensador, el filtro creado es de paso bajo como se muestra en la figura 4.3.

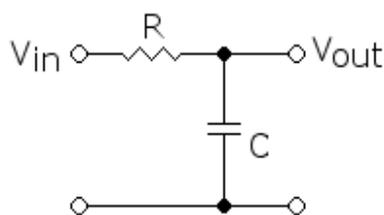


Figura 4.3: Circuito de filtro paso bajo. (labo51g3.blogspot.com, 2010)

Referencia: <http://www.labo51g3.blogspot.com/laboratorio-de-electronica-2>

4.1.3.2 Filtro paso alto

Cuando la resistencia está en paralelo con la carga y el condensador en serie con el montaje incluida la resistencia, el filtro creado es de paso alto como se muestra en la figura 4.4.

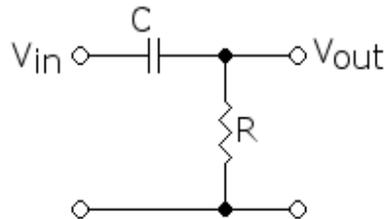


Figura 4.4: Circuito de filtro paso alto. (labo51g3.blogspot.com, 2010)

Referencia: <http://www.labo51g3.blogspot.com/laboratorio-de-electronica-2>

Un circuito simple RC crea un filtro con una atenuación de pendiente 20.0 dB/década, o bien 6.02 dB/octava.

4.2 Circuitos RL Básicos

Los circuitos RL son aquellos que contienen una bobina (inductor) que tiene autoinductancia, esto quiere decir que evita cambios instantáneos en la corriente. Siempre se desprecia la autoinductancia en el resto del circuito puesto que se considera mucho menor a la del inductor, se puede observar en la figura 4.5.

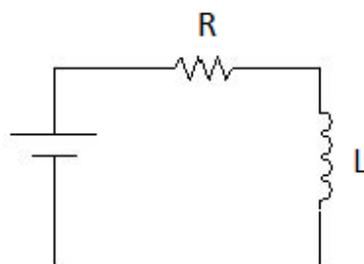


Figura 4.5: Representación equivalente de un circuito RL. (circuitosrcl.blogspot.com, 2007)

Fuente: <http://www.circuitosrcl.blogspot.com>

Para un tiempo igual a cero, la corriente comenzará a crecer y el inductor producirá igualmente una fuerza electromotriz en sentido contrario, lo cual hará que la corriente no aumente. A esto se le conoce como fuerza contra electromotriz.

Esta fem está dada por: $V = -L \text{ (inductancia) } dI/dt$

Debido a que la corriente aumentará con el tiempo, el cambio será positivo (dI/dt) y la tensión será negativa al haber una caída de la misma en el inductor.

Según Kirchhoff: $V = (IR) + [L (dI / dt)]$

$IR =$ Caída de voltaje a través de la resistencia.

Esta es una ecuación diferencial y se puede hacer la sustitución:

$x = (V/R) - I$ es decir; $dx = -dI$

Sustituyendo en la ecuación: $x + [(L/R)(dx/dt)] = 0$

$dx/x = - (R/L) dt$

Integrando: $\ln (x/x_0) = -(R/L) t$

Despejando x: $x = x_0 e^{-Rt / L}$

Debido a que $x_0 = V/R$

El tiempo es cero

Y corriente cero $V/R - I = V/R e^{-Rt / L}$

$I = (V/R) (1 - e^{-Rt / L})$

4.3 Circuitos RLC

Se debe considerar ahora aquellos circuitos RLC en los que se introducen fuentes de c– c que producen respuestas forzadas, las cuales no se desvanecen cuando el tiempo se hace infinito. La solución general se obtiene por el mismo procedimiento seguido para los circuitos RL y RC: la respuesta forzada se determina completamente, la respuesta natural se obtiene en una forma funcional adecuada que contiene el número apropiado de constantes arbitrarias, la repuesta

completa se escribe como suma de las repuestas forzada y natural y por último se determina y aplican las condiciones iniciales a las respuesta completa para hallar los valores de las constantes.

En consecuencia, aunque básicamente la determinación de las condiciones para un circuito que contenga fuentes de c – c no es diferente para los circuitos. La repuesta completa de un sistema de segundo orden, consta de una repuesta forzada, que para una excitación de c – c es constante,

$$v_f(t) = v_f$$

Y una repuesta natural: $v_n(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$.

Por tanto, $v(t) = v_f + Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$

Ahora que ha sido determinadas s_1 , s_2 y v_f a partir del circuito, quedan por hallar A y B la última ecuación muestra la interdependencia funcional de A, B, v y t , y la sustitución del valor conocido de v para $t = 0^+$ proporciona por tanto, una ecuación que relacione A y B. Es necesario otra relación entre A y B y ésta se obtiene normalmente tomando la derivada de la repuesta e introduciendo en ella el valor conocido de dv/dt para $t = 0^+$.

$$dv/dt = 0 + s_1 Ae^{s_1 t} + s_2 Be^{s_2 t}$$

Resta determinar los valores de v y dv/dt para $t = 0^+$, como $i_c = C dv_c / dt$, se debe reconocer la relación entre valor inicial de dv/dt y el valor inicial de la corriente de algún condensador.

El objetivo es hallar el valor de cada una de las corrientes y tensiones tanto $t=0^-$ como para $t=0^+$; conociendo estas cantidades los valores la derivadas requeridas pueden calcular fácilmente. La corriente constante que pasa por la bobina exige una tensión cero a través de ella, $v_L(0^-) = 0$.

Y una tensión constante a través del condensador exige que pase por él una corriente cero, $i_C(0^-) = 0$.

4.3.1 Circuito RLC en paralelo sin fuentes

La combinación particular de elementos ideales es un modelo adecuado para varias partes de

comunicación, por ejemplo, representa una parte importante de algunos de los amplificadores electrónicos que se encuentran en cualquier receptor de radio, haciendo posible que una gran amplificación de tensión dentro de una gran banda estrecha de frecuencias de la señal y una amplificación casi cero fuera de la banda.

En consecuencia basta decir que la comprensión del comportamiento natural del circuito RLC en paralelo es de fundamental importancia para estudios de redes de comunicación y diseño de filtros.

Si una bobina física se conecta en paralelo con un condensador y la bobina tiene asociada con ella a la resistencia óhmica no nula, puede mostrarse que la red resultante tiene un modelo de circuito equivalente, tal como se muestra en la figura.

Las pérdidas de energía en la bobina física se tiene en cuenta mediante la presencia de la resistencia ideal, cuyo valor R depende de (pero, no es igual a) la resistencia óhmica de la bobina.

Se puede escribir la ecuación con el circuito de referencia: $v + 1 \int v dt - i(t_0) + C dv = 0$

$$R L \frac{d^2 v}{dt^2}$$

Se puede observar que el signo menos es consecuencia de la dirección que se ha supuesto para i .

$v = Ae^{st}$ permitiendo que A y s sean números complejos si es necesario.

Si cualquiera de los dos primeros factores se iguala a cero, entonces $v(t) = 0$. Sumando las ecuaciones diferenciales y agrupando términos semejantes:

$$C \frac{d^2}{dt^2} (v_1 + v_2) + 1 \frac{d}{dt} (v_1 + v_2) + 1 (v_1 + v_2) = 0$$

$$\frac{d^2}{dt^2} R dt L$$

Se ve que la suma de las dos soluciones también es una solución, así tenemos la forma de la respuesta natural.

$$v = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

En donde s_1 y s_2 son dos constantes arbitrarias, ya que los exponentes $s_1 t$ y $s_2 t$ deben ser adimensionales.

Las unidades de este tipo se llaman frecuencias, representemos $1/\sqrt{LC}$ por ω_0 (omega).

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

Se llamará $1/2RC$ frecuencia neperiana o coeficiente de amortiguamiento exponencial y lo representamos por α (alfa).

$$\alpha = 1/2RC$$

Esta última expresión descriptiva se utiliza porque α es una medida de la rapidez con que la respuesta natural decae o se amortigua hasta encontrar un valor final permanente (cero generalmente). Por último s_1 y s_2 , reciben el nombre de frecuencias complejas, la respuesta natural del circuito RLC en paralelo es: $v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

Es evidente que si $LC > 4R^2 C^2$, α será mayor que ω_0 y α^2 será mayor que ω_0^2 . En este caso, el radical que nos interesa será real y tanto s_1 como s_2 serán reales. Además las siguientes desigualdades, $\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} < \alpha$

$$(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}) < (-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}) < 0$$

Respuesta $v(t)$ puede expresarse como la suma de dos términos exponenciales decrecientes acercándose los dos a cero cuando el tiempo aumenta sin límite. En realidad como el valor absoluto de s_2 es mayor que el de s_1 , el término que contiene a s_2 tiene un decrecimiento más rápido y para valores grandes del tiempo, podemos escribir la expresión límite.

$$V(t) \rightarrow A_1 e^{s_1 t} \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty$$

4.3.2 Amortiguamiento crítico

El caso súper amortiguado está caracterizado por:

$$\alpha > \omega_0$$

$$LC > 4R^2 C^2,$$

Y conduce a valores reales negativos para s_1 y s_2 y una respuesta expresada como la suma algébrica de dos exponenciales negativas. Se ajustará ahora los valores de los elementos de modo que α y ω_0 sean iguales, es éste caso muy especial que se denomina amortiguamiento crítico. Así pues el amortiguamiento se consigue cuando:

$$\alpha = \omega_0$$

$$LC = 4R^2 C^2$$

$$L = 4R^2 C$$

Para el amortiguamiento, la ecuación se escribiría de la siguiente manera:

$$v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Debe observarse que la solución puede expresarse por la suma de dos términos, de los cuales una es la exponencial negativa ya conocida, pero el segundo es t veces una exponencial negativa.

4.3.3 Circuito RLC en paralelo subamortiguado

El coeficiente de amortiguamiento α disminuye mientras que ω_0 permanece constante, α^2 se hace menor que ω^2 y el radicando que aparece en las expresiones de s_1 y s_2 se vuelve negativo. Utilizando números complejos, la respuesta exponencial se convierte en una respuesta sinusoidal; esta respuesta se compone enteramente de cantidades reales, siendo necesarias las cantidades complejas solo para la deducción.

La ecuación se puede escribir como: $v(t) = e^{-\alpha t} (A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t})$

Escribiendo de la otra forma se obtiene: $v = e^{-\alpha t} (B_1 \cos \omega_d t + B_2 \sin \omega_d t)$

Se está considerando el caso subamortiguado, se ha dejado a un lado los números complejos. Esto es cierto, ya que como α , ω_d y t son cantidades reales, también $v(t)$ ha de ser una cantidad real y por tanto B_1 y B_2 son cantidades reales.

4.3.4 Circuito RLC en serie sin fuentes

Se quiere obtener la respuesta natural de un circuito modelo compuesto por una resistencia física concentrada por el circuito LC en serie o en uno RLC, o bien las pérdidas óhmicas y las del núcleo ferro magnético de la bobina, o puede ser utilizada para representar todos estos y otros dispositivos que absorban energía. En caso especial el valor de la resistencia real puede incluso a ser exactamente igual que la resistencia medida para el alambre con el que se ha construido la bobina física. El circuito RLC es el dual del circuito RLC en paralelo.

Las condiciones iniciales para la tensión del condensador y la corriente de la bobina son equivalentes a las condiciones iniciales para la corriente de la bobina y la tensión del condensador; la respuesta de la tensión se convierte en una respuesta de corriente.

Utilizando el lenguaje dual y obtener, de este modo, una descripción completa del circuito RCL en serie, la ecuación serie: $i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

La forma de la respuesta críticamente amortiguada es: $i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

Y el caso subamortiguados puede escribirse como $i(t) = e^{-\alpha t} (B_1 \cos \omega_d t + B_2 \sin \omega_d t)$

Es evidente que si trabajamos en términos de los parámetros α , ω_0 , y ω_d , las formas matemáticas de las respuestas para situaciones duales son idénticas. Un incremento de α en cualquiera de los circuitos en serie o en paralelo, manteniendo ω_0 constante, conduce a una respuesta superamortiguada.

La única precaución que hay que tener es en el cálculo de α , que es $1/2RC$ para el circuito en paralelo y $R/2L$ para el circuito en serie; así pues aumenta α aumentando la resistencia en serie o disminuye la resistencia en paralelo.

4.4 Redes de dos puertos

4.4.1 Parámetros de red

4.4.1.1 Parámetros impedancia Z

Cuando en un mismo circuito se tienen estos elementos combinados (resistencias, condensadores y bobinas) y por ellas circula corriente alterna, la oposición de este conjunto de elementos al paso de la corriente alterna se llama: impedancia.

La impedancia tiene unidades de Ohmios (Ohms). Y es la suma de una componente resistiva (debido a las resistencias) y una componente reactiva (debido a las bobinas y los condensadores)

$$\text{es: } Z = R + jX$$

La jota (j) que precede a la X, nos indica que ésta (la X) es un número imaginario. No es una suma directa, es una suma fasorial (suma de fasores).

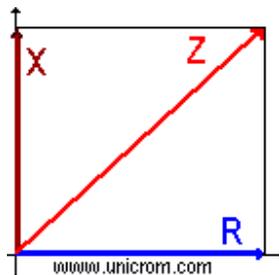


Figura 4.6: Teorema de Pitágoras. (CIFP, 2009)

Fuente: <http://www.cifp-mantenimiento.es>

Lo que sucede es que estos elementos (la bobina y el condensador) causan una oposición al paso de la corriente alterna (además de un desfase), pero idealmente no causa ninguna disipación de potencia, como si lo hace la resistencia (La Ley de Joule).

En la bobina y las corrientes y el condensador y la corriente alterna se vio que hay un desfase entre las corrientes y los voltajes, que en el primer caso es atrasada y en el segundo caso es adelantada.

El desfase que ofrece una bobina y un condensador son opuestos y, si estos llegaran a ser de la

misma magnitud, se cancelarían y la impedancia total del circuito sería igual al valor de la resistencia. (Ver la fórmula anterior)

La fórmula anterior se grafica como se muestra en la figura 4.6.

Las reactancias se representan en eje Y (el eje imaginario / eje vertical) pudiendo dirigirse para arriba o para abajo, dependiendo de si es mayor la influencia de la bobina o la del condensador.

Las resistencias se muestran en el eje X. (sólo en la parte positiva del eje X / eje horizontal).

El valor de la impedancia (la línea diagonal) será: $Z = (R^2 + X^2)^{1/2}$

Z (impedancia) = raíz cuadrada de: (la suma de: (la resistencia al cuadrado y la reactancia al cuadrado)).

Nota: Lo que está entre paréntesis elevado a la 1/2, es equivalente a la raíz cuadrada.

4.4.1.2 Parámetro admitancia Y

En el circuito que se muestra en la figura 4.7:

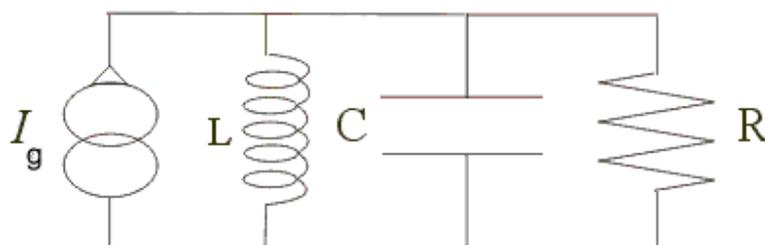


Figura 4.7: Circuito de parámetro admitancia Y. (analisis-de-circuitos-a.wikispaces.com, 2011)

Fuente: http://pesquera.tel.uva.es/tutorial_cir/tema5/imp_adm.html

Las ecuaciones que relacionan las variables son:

$$i_R(t) = Gv(t)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt$$

Y en forma fasorial:

$$\begin{aligned}I_R &= GV \\I_C &= j\omega CV \\I_L &= \frac{1}{j\omega L} V\end{aligned}$$

El parámetro admitancia es la relación entre los fasores de corriente y voltaje de un elemento de dos terminales. La admitancia puede ser:

- Real: se la denomina conductancia.
- Imaginaria: se la denomina susceptancia.
- Real e imaginaria: una magnitud compleja.

Admitancia de algunos elementos:

- Bobina: $Y_L = \frac{-j}{\omega L}$; $B_L = \frac{-1}{\omega L}$
- Condensador: $Y_C = j\omega C$; $B_C = \omega C$
- Resistor: $Y_R = G$

4.4.1.3 Parámetro híbrido H

Los parámetros híbridos son parámetros de ingeniería electrónica utilizados para la caracterización de cuadripolos. Engloban a los parámetros de impedancia y a los de admitancia, de ahí su nombre de "híbridos".

Los parámetros h_{11} , h_{12} , h_{21} y h_{22} representan, respectivamente, la impedancia de entrada en cortocircuito, la ganancia inversa de voltaje en circuito abierto, la ganancia directa de corriente en cortocircuito y la admitancia de salida en circuito abierto.

$$\begin{aligned}V_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\I_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}V_2\end{aligned}$$

Los parámetros híbridos se define la ganancia de corriente de un circuito, AI, como la relación entre la I intensidad de salida e intensidad de entrada.

4.4.1.4 Parámetros de transmisión T

Los parámetros de transmisión se utilizan para describir la transmisión por cable, por fibra y por línea. Los parámetros A , B , C y D representan, respectivamente, la razón de voltajes en circuito abierto, la impedancia de transferencia negativa en cortocircuito, la admitancia de transferencia en circuito abierto y la razón de corriente negativa en cortocircuito. Los parámetros de transmisión suelen llamarse parámetros $ABCD$, se definen como:

$$V_1 = t_{11} * V_2 - t_{12} * I_2$$

$$I_1 = t_{21} * V_2 - t_{22} * I_2$$

Los signos negativos de los términos que contienen a I_2 , se deben a que en los parámetros de transmisión la corriente I_2 se asume saliendo de la red, dando a entender la dirección y sentido de la energía:

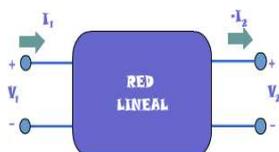


Figura 4.8: Demostración de los parametros de transmisión. (virtual.unal.edu.co, 2005)

Referencia: <http://www.virtual.unal.edu.co>

Vemos que estos parámetros relacionan directamente la salida con la entrada. Para averiguar el valor de estos parámetros, lo más conveniente es plantear las ecuaciones respectivas de la red y llegar a la forma de las ecuaciones que acabamos de enunciar en la figura 4.9; sin embargo podemos emplear ecuaciones similares a las de los anteriores tipos de parámetros:

$$t_{11} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \qquad t_{21} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$t_{12} = \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_2=0} \qquad t_{22} = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_2=0}$$

Figura 4.9: Ecuaciones de la red. (virtual.unal.edu.co, 2005)

Referencia: <http://www.virtual.unal.edu.co>

4.4.2 Redes en cascada

En muchos circuitos es común que haya varias redes de dos puertos interconectadas en paralelo o en cascada. La conexión en paralelo de dos puertos, que se muestra en la figura 4.10, exige que sea igual para cada uno de ellos.

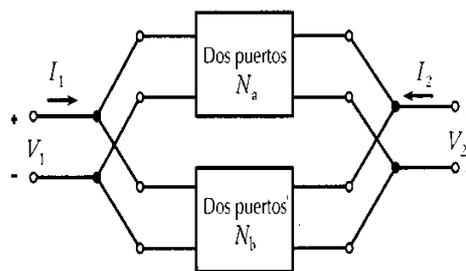


Figura 4.10: Conexión en paralelo de dos redes de dos puertos. (rincondelvago.com, 1998)

Referencia: http://www.rincondelvago.com/analisis-de-circuitos-electricos_red-de-dos-puertos

De igual modo, en el puerto de salida, V_2 es el voltaje de salida de ambas redes. La ecuación matricial que define a la red N_a es

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{Y}_a \mathbf{V}_a$$

Por tanto, los parámetros \mathbf{Y} en la red formada por dos redes de dos puertos en paralelo se describen mediante la ecuación matricial:

Y para la red N_b $\mathbf{I}_b = \mathbf{Y}_b \mathbf{V}_b$

Además, la corriente total \mathbf{I} es $\mathbf{I} = \mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b$

Asimismo, puesto que $V_a = V_b = V$

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_a \mathbf{V} + \mathbf{Y}_b \mathbf{V} = (\mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b) \mathbf{V} = \mathbf{Y} \mathbf{V}$$

Por tanto, para determinar los parámetros Y de la red total se suman los parámetros Y de cada red. En general, la matriz de los parámetros Y de la conexión en paralelo es igual a la suma de las matrices de los parámetros Y de cada una de las redes de dos puertos.

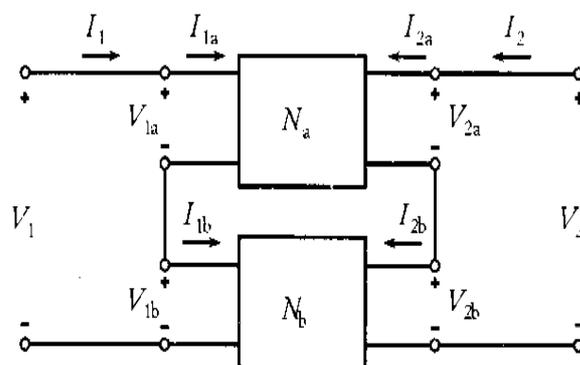


Figura 4.11: Conexión en serie de dos redes de dos puertos. (rincondelvago.com, 1998)

Referencia: http://www.rincondelvago.com/analisis-de-circuitos-electricos_red-de-dos-puertos

En la figura 4.11 se muestra la interconexión en serie de dos redes de dos puertos. Se emplearán los parámetros Z para describir cada red y su combinación en serie. Las dos redes se describen mediante las ecuaciones matriciales

Por tanto, los parámetros Z de la red total son iguales a la suma de los parámetros Z de las dos redes. Cuando la salida de una red se conecta al puerto de entrada de la red siguiente, como aparece en la figura 4.12, se dice que las redes están en cascada. Puesto que las variables de salida de la primera red se convierten en las variables de entrada de la segunda, se utilizan los parámetros de transmisión.

$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_a \begin{bmatrix} V_{2a} \\ -I_{2a} \end{bmatrix}$$

Para N_b ,

$$\begin{bmatrix} V_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_b \begin{bmatrix} V_{2b} \\ -I_{2b} \end{bmatrix}$$

Se observa, además, que en la salida y en la entrada

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{2b} \\ -I_{2b} \end{bmatrix}$$

En la conexión intermedia,

$$\begin{bmatrix} V_{2a} \\ -I_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix}$$

Por tanto,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_a \mathbf{T}_b \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_a \mathbf{T}_b$$

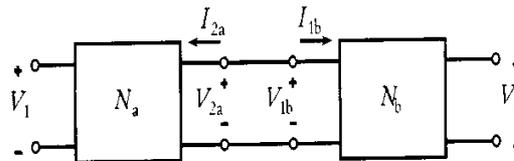


Figura 4.12: Conexión en cascada de dos redes de dos puertos. (rincondelvago.com, 1998)

Referencia: http://www.rincondelvago.com/analisis-de-circuitos-electricos_red-de-dos-puertos

Así, los parámetros de transmisión de la red total se calculan multiplicando las matrices, observando el orden pertinente.

Todos los cálculos precedentes para redes interconectadas presuponen que la interconexión no altera la naturaleza de los dos puertos en las subredes individuales.

4.4.3 Ejercicio de aplicación de redes de dos puertos

Determinar los parámetros Y y h si

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 18 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$$

Solución: Primero se determinarán los parámetros Y , calculando el determinante como sigue:

$$\Delta Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} = 18(9) - 6(6) = \quad \text{Después, de la tabla 4.1, se obtiene:}$$

Relaciones entre parámetros

	Z		Y		b		g		T	
Z	Z_{11}	Z_{12}	$\frac{Y_{22}}{\Delta Y}$	$\frac{-Y_{12}}{\Delta Y}$	$\frac{\Delta b}{b_{22}}$	$\frac{b_{12}}{b_{22}}$	$\frac{1}{g_{11}}$	$\frac{-g_{12}}{g_{11}}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{\Delta T}{C}$
	Z_{21}	Z_{22}	$\frac{-Y_{21}}{\Delta Y}$	$\frac{Y_{11}}{\Delta Y}$	$\frac{-b_{21}}{b_{22}}$	$\frac{1}{b_{22}}$	$\frac{g_{21}}{g_{11}}$	$\frac{\Delta g}{g_{11}}$	$\frac{1}{C}$	$\frac{D}{C}$
Y	$\frac{Z_{22}}{\Delta Z}$	$\frac{-Z_{12}}{\Delta Z}$	Y_{11}	Y_{12}	$\frac{1}{b_{11}}$	$\frac{-b_{12}}{b_{11}}$	$\frac{\Delta g}{g_{22}}$	$\frac{g_{12}}{g_{22}}$	$\frac{D}{B}$	$\frac{-\Delta T}{B}$
	$\frac{-Z_{21}}{\Delta Z}$	$\frac{Z_{11}}{\Delta Z}$	Y_{21}	Y_{22}	$\frac{b_{21}}{b_{11}}$	$\frac{\Delta b}{b_{11}}$	$\frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$\frac{1}{g_{22}}$	$\frac{-1}{B}$	$\frac{A}{B}$
b	$\frac{\Delta Z}{Z_{22}}$	$\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Y_{11}}$	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}}$	b_{11}	b_{12}	$\frac{g_{22}}{\Delta g}$	$\frac{g_{12}}{\Delta g}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{\Delta T}{D}$
	$\frac{-Z_{21}}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{11}}$	$\frac{\Delta Y}{Y_{11}}$	b_{21}	b_{22}	$\frac{-g_{21}}{\Delta g}$	$\frac{g_{11}}{\Delta g}$	$\frac{-1}{D}$	$\frac{C}{D}$
g	$\frac{1}{Z_{11}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}}$	$\frac{\Delta Y}{Y_{22}}$	$\frac{Y_{12}}{Y_{22}}$	$\frac{b_{22}}{\Delta b}$	$\frac{-b_{12}}{\Delta b}$	g_{11}	g_{12}	$\frac{C}{A}$	$\frac{-\Delta T}{A}$
	$\frac{Z_{21}}{Z_{11}}$	$\frac{\Delta Z}{Z_{11}}$	$\frac{-Y_{21}}{Y_{22}}$	$\frac{1}{Y_{22}}$	$\frac{-b_{21}}{\Delta b}$	$\frac{b_{11}}{\Delta b}$	g_{21}	g_{22}	$\frac{1}{A}$	$\frac{B}{A}$
T	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{\Delta Z}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$\frac{-\Delta b}{b_{21}}$	$\frac{-b_{11}}{b_{21}}$	$\frac{1}{g_{21}}$	$\frac{g_{22}}{g_{21}}$	A	B
	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-\Delta Y}{Y_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$\frac{-b_{22}}{b_{21}}$	$\frac{-1}{b_{21}}$	$\frac{g_{11}}{g_{21}}$	$\frac{\Delta Y}{g_{21}}$	C	D

$$\Delta Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}, \quad \Delta Y = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}, \quad \Delta g = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}, \quad \Delta b = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}, \quad \Delta T = AD - BC.$$

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{\Delta Z} = \frac{9}{126} = \frac{1}{14} \text{ S}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{-Z_{12}}{\Delta Z} = \frac{-1}{21} \text{ S}$$

$$Y_{22} = \frac{Z_{11}}{\Delta Z} = \frac{18}{126} = \frac{1}{7} \text{ S}$$

Tabla 4.1: Relaciones entre parámetros. (rincondelvago.com, 1998)

Referencia: http://www.rincondelvago.com/analisis-de-circuitos-electricos_red-de-dos-puertos

4.5 Frecuencia compleja y la transformada de Laplace

4.5.1 Frecuencia compleja

En la figura 4.13 se puede mostrar la frecuencia compleja.

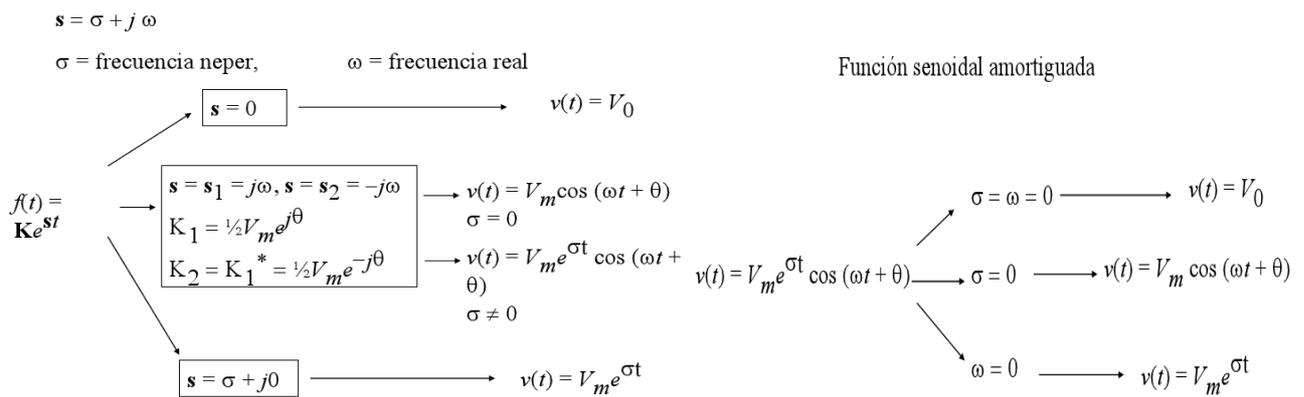


Figura 4.13: Demostración de frecuencia compleja. (UASLP, 2001)

Referencia: <http://www.gaia.fc.uaslp.mx/medillin/frecuenciacompleja>

4.5.2 Transformada de Laplace

La transformada de Laplace es un método operacional que puede utilizarse para resolver ecuaciones diferenciales lineales y por ende sirve para resolver circuitos eléctricos.

Transforma ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas de una variable compleja S.

Si la ecuación algebraica se resuelve en la variable S, se puede encontrar la solución de la ecuación diferencial (transformada inversa de Laplace) utilizando una tabla de transformadas, o bien mediante la técnica de expansión en fracciones parciales.

La transformada de Laplace se define como:

$$\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt = \underline{\underline{L\{f(t)\} = F(s)}}$$

Representación simbólica

Siendo f(t) una función continua para $t \geq 0$; $s > 0$; $s > s_0$; siendo "s" un parámetro real; y s_0 un valor fijo de "s".

La integral impropia $\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ se define como: $\lim_{z \rightarrow \infty} \int_0^z e^{-st} f(t) dt$

Y se dice que si el límite existe también existe la transformada de Laplace; y decimos que la integral converge.

Se puede representar la actividad de la transformada de Laplace mediante el siguiente esquema:

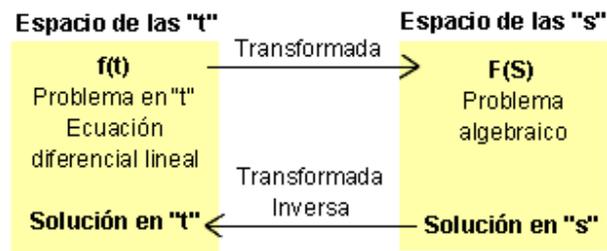


Figura 4.14: Representación de la transformada de Laplace. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/transformador-de-Laplace>

4.5.2.1 Propiedades de la transformada de Laplace

- A. Linealidad
- B. Derivación
- C. Integración
- D. Dualidad
- E. Desplazamiento de la frecuencia
- F. Desplazamiento temporal
- G. Desplazamiento potencia n-ésima
- H. Convolución
- I. Transformada de Laplace de una función con periodo p
- J. Condiciones de convergencia

$f(t)$ = una función de tiempo t tal que $f(t) = 0$ para $t < 0$. Sea $f(t)$ definida en $(0, \infty)$. Se define la transformada de Laplace de $f(t)$, como la función $[f(t)] = F(s)$, definida por la integral.

s = una variable compleja. El parámetro s se considerará real. Es esto suficiente para las aplicaciones con ecuaciones diferenciales lineales de coeficientes constantes y algunas de coeficientes variables. En otros casos es necesario trabajar en el campo complejo, considerando a s como complejo.

L = un símbolo operacional que indica que la cantidad a la que precede debe transformarse por la integral de Laplace.

$F(s)$ = transformada de Laplace de $f(t)$.

A. Linealidad

La transformada de la suma de dos funciones es igual a la suma de las transformadas.

$$\mathcal{L}\{af(t) + bg(t)\} = a\mathcal{L}\{f(t)\} + b\mathcal{L}\{g(t)\}$$

Versión para la inversa:

$$L^{-1}\{aF(s) + bG(s)\} = aL^{-1}\{F(s)\} + bL^{-1}\{G(s)\}$$

B. Derivación

La diferenciación en el dominio del tiempo es equivalente a una multiplicación por s en el dominio de la frecuencia.

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = s\mathcal{L}\{f(t)\} - f(0)$$

$$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2\mathcal{L}\{f(t)\} - sf(0) - f'(0)$$

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = s^n\mathcal{L}\{f(t)\} - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = s^n\mathcal{L}\{f(t)\} - \sum_{i=1}^n s^{n-i}f^{(i-1)}(0)$$

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau) d\tau\right\} = \frac{1}{s}\mathcal{L}\{f\}$$

C. Integración

La integración en el dominio del tiempo es equivalente a una simple división por s en el dominio de la frecuencia.

D. Dualidad

$$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s)$$

E. Desplazamiento de la frecuencia

Un desplazamiento en la frecuencia implica un factor exponencial en el dominio del tiempo:

$$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$$

F. Desplazamiento temporal

$$\mathcal{L}\{f(t-a)u(t-a)\} = e^{-as}F(s)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{e^{-as}F(s)\} = f(t-a)u(t-a)$$

Nota: $u(t)$ es la función escalón unitario.

G. Desplazamiento potencia n -ésima

$$\mathcal{L}\{t^n f(t)\} = (-1)^n D_s^n[F(s)]$$

H. Convolución

$$\mathcal{L}\{f * g\} = \mathcal{L}\{f\}\mathcal{L}\{g\}$$

Si se utiliza esta definición, se pueden hallar ciertas simplificaciones que son útiles en el análisis de circuitos, pues la transformada de Laplace de la convolución de dos funciones en el dominio del tiempo, resulta ser la multiplicación de las transformadas de las funciones en el dominio de la frecuencia:

$$\mathcal{L}\{f_1(t) * f_2(t)\} = F_1(s)F_2(s)$$

I. Transformada de Laplace de una función con periodo p

$$\mathcal{L}\{f\} = \frac{1}{1 - e^{-ps}} \int_0^p e^{-st} f(t) dt$$

J. Condiciones de convergencia

$\mathcal{L}\{(e^{t^2})\}$ (que crece más rápido que e^{-st}) no pueden ser obtenidas por Laplace, ya que e^{t^2} , no es una función de orden exponencial de ángulos.

4.5.2.2 Tabla de las transformadas de Laplace

La siguiente tabla provee la mayoría de las transformaciones de Laplace para funciones de una sola variable.

Debido a que la transformada de Laplace es un operador lineal, la transformada de Laplace de una suma es la suma de la transformada de Laplace de cada término.

$$\mathcal{L}\{f(t) + g(t)\} = \mathcal{L}\{f(t)\} + \mathcal{L}\{g(t)\}$$

$$\mathcal{L}\{af(t)\} = a\mathcal{L}\{f(t)\}$$

La lista de las transformadas más comunes en la tabla 4.2 se puede observar. En ella se observa a la llamada función de Heaviside o función escalón, que vale 1 cuando su argumento es positivo y 0 cuando su argumento es negativo. Cuando su argumento vale 0 se le suele asignar el valor 1/2, aunque esto no tiene relevancia práctica.

Tabla 4.2: Tabla de la transformadas de Laplace mas comunes. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/transformador-de-Laplace>

ID	Función	Dominio en el tiempo $x(t) = \mathcal{L}^{-1} \{X(s)\}$	Dominio en la frecuencia $X(s) = \mathcal{L} \{x(t)\}$	Región de la convergencia <i>para sistemas causales</i>
1	retraso ideal	$\delta(t - \tau)$	$e^{-\tau s}$	
1a	impulso unitario	$\delta(t)$	1	todo s
2	n-ésima potencia retrasada y con desplazamiento en la frecuencia	$\frac{(t - \tau)^n}{n!} e^{-\alpha(t-\tau)} \cdot u(t - \tau)$	$\frac{e^{-\tau s}}{(s + \alpha)^{n+1}}$	$s > -\alpha$
2a	n-ésima potencia	$\frac{t^n}{n!} \cdot u(t)$	$\frac{1}{s^{n+1}}$	$s > 0$
2a.1	q-ésima potencia	$\frac{t^q}{\Gamma(q + 1)} \cdot u(t)$	$\frac{1}{s^{q+1}}$	$s > 0$
2a.2	escalón unitario	$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$s > 0$
2b	escalón unitario con retraso	$u(t - \tau)$	$\frac{e^{-\tau s}}{s}$	$s > 0$
2c	Rampa	$t \cdot u(t)$	$\frac{1}{s^2}$	$s > 0$
2d	potencia n-ésima con cambio de frecuencia	$\frac{t^n}{n!} e^{-\alpha t} \cdot u(t)$	$\frac{1}{(s + \alpha)^{n+1}}$	$s > -\alpha$

2d.1	amortiguación exponencial	$e^{-\alpha t} \cdot u(t)$	$\frac{1}{s + \alpha}$	$s > -\alpha$
3	convergencia exponencial	$(1 - e^{-\alpha t}) \cdot u(t)$	$\frac{\alpha}{s(s + \alpha)}$	$s > 0$
3b	exponencial doble	$\frac{1}{b - a} (e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s + a)(s + b)}$	$s > -a$ y $s >$
4	seno	$\sin(\omega t) \cdot u(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
5	coseno	$\cos(\omega t) \cdot u(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
5b	Senos con fase	$\sin(\omega t + \varphi) \cdot u(t)$	$\frac{s \sin(\varphi) + \omega \cos \varphi}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
6	seno hiperbólico	$\sinh(\alpha t) \cdot u(t)$	$\frac{\alpha}{s^2 - \alpha^2}$	$s > \alpha $
7	coseno hiperbólico	$\cosh(\alpha t) \cdot u(t)$	$\frac{s}{s^2 - \alpha^2}$	$s > \alpha $
8	onda senoidal con amortiguamiento exponencial	$e^{-\alpha t} \sin(\omega t) \cdot u(t)$	$\frac{\omega}{(s + \alpha)^2 + \omega^2}$	$s > -\alpha$
9	onda cosenoidal con amortiguamiento exponencial	$e^{-\alpha t} \cos(\omega t) \cdot u(t)$	$\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \omega^2}$	$s > -\alpha$
10	raíz n-ésima	$\sqrt[n]{t} \cdot u(t)$	$s^{-(n+1)/n} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right)$	$s > 0$
11	logaritmo natural	$\ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \cdot u(t)$	$-\frac{t_0}{s} [\ln(t_0 s) + \gamma]$	$s > 0$

12	Función de Bessel de primer tipo, de orden n	$J_n(\omega t) \cdot u(t)$	$\frac{\omega^n (s + \sqrt{s^2 + \omega^2})^{-n}}{\sqrt{s^2 + \omega^2}}$	$s > 0$ $(n > -1)$
13	Función de Bessel modificada de primer tipo, de orden n	$I_n(\omega t) \cdot u(t)$	$\frac{\omega^n (s + \sqrt{s^2 - \omega^2})^{-n}}{\sqrt{s^2 - \omega^2}}$	$s > \omega $
14	Función de Bessel de segundo tipo, de orden 0	$Y_0(\alpha t) \cdot u(t)$		
15	Función de Bessel modificada de segundo tipo, de orden 0	$K_0(\alpha t) \cdot u(t)$		
16	Función de error	$\text{erf}(t) \cdot u(t)$	$\frac{e^{s^2/4} \text{erfc}(s/2)}{s}$	$s > 0$

Notas explicativas:

- $u(t)$ representa la función escalón unitario.
- $\delta(t)$ representa la Delta de Dirac.
- $\Gamma(z)$ representa la función gamma.
- γ es la constante de Euler-
- t , un número real, típicamente representa *tiempo*, aunque puede representar *cualquier* variable independiente.
- s es la frecuencia angular compleja.
- α, β, τ , y ω son números reales.
- n es un número entero.

Mascheroni.

Sistema causal es un sistema donde la respuesta al impulso $h(t)$ es cero para todo tiempo t anterior a $t = 0$. En general, el ROC para sistemas causales no es el mismo que el ROC para sistemas anti causales.

4.5.3 Transformada inversa

El método general para hallar la transformada inversa de Laplace consiste en descomponer $V(s)$ en suma de fracciones simples

$$\mathcal{L}[v(t)] = V(s), \rightarrow \boxed{\mathcal{L}^{-1}(V(s)) = v(t) \cdot u(t)}$$

$$V(s) = \frac{r(s)}{q(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s^1 + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0}$$

$$V(s) = k \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Descomposición en factores} \\ \text{de los dos polinomios} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} z_1, z_2, \dots, z_m \Rightarrow \text{ceros} \\ p_1, p_2, \dots, p_n \Rightarrow \text{polos} \end{array} \right\} \longrightarrow \text{Frecuencias críticas}$$

Figura 4.15: Métodos para hallar la transformada de la Laplace inversa. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/transformador-de-Laplace-inversa>

4.5.4 Teorema de Heaviside

A introducir la Transformada de Laplace, hemos de concretar qué tipo de funciones vamos a considerar para nuestros problemas. Las funciones que van a ser de importancia dentro de la ingeniería son aquellas llamadas continuas a trozos, que a continuación definimos.

Previamente:

Dados los números reales $a < b$, se dice que la función $f : [a, b] \rightarrow C$ es continua a trozos si existe una partición de $[a, b]$, $a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = b$, de manera que f es continua en (t_i, t_{i+1}) , $0 \leq i < n$, y existen y son finitos los límites laterales de f en cada uno de los puntos t_i , $0 \leq i \leq n$.

Una función $f : [0, +\infty) \rightarrow C$ se dice que es continua a trozos si para cada intervalo compacto $[a, b] \subset [0, +\infty)$ se verifica que $f : [a, b] \rightarrow C$ es continua a trozos.

Uno de los primeros ejemplos de función continua a trozos es

$$h_a : [0, +\infty) \rightarrow C$$

Donde a es un número real mayor o igual que cero. Esta función está definida por:

$$h_a(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < a, \\ 1 & \text{si } t \geq a, \end{cases}$$

Y se conoce en ingeniería con el nombre de función de Heaviside.

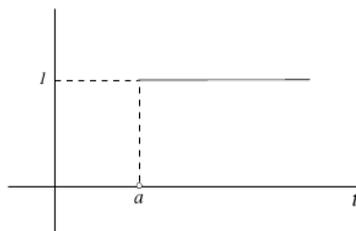


Figura 4.16: Función escalon unitario o Heaviside. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/introduccion-a-señales-sistema-y-control>

4.5.5 Teorema del valor inicial

El teorema del valor inicial, plantea que si conocemos la transformada de Laplace de una función, podemos hallar el valor inicial de dicha función si a la función transformada le multiplicamos por un factor s y hacemos tender a infinito precisamente la variable s :

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s)]$$

Si partimos de la transformada de una derivada, podemos escribir:

$$L\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = sF(s) - f(0^-) = \int_{0^-}^{\infty} e^{-st} \frac{df(t)}{dt} dt$$

En esta última ecuación hacemos que s tienda a infinito y separamos la integral en dos partes:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s) - f(0^-)] = \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\int_{0^-}^{0^+} e^{-st} \frac{df(t)}{dt} dt + \int_{0^+}^{\infty} e^{-st} \frac{df(t)}{dt} dt \right]$$

El factor exponencial de la última integral se hace cero cuando evaluamos el límite, por lo tanto,

la integral se hace cero. En el lado izquierdo de la ecuación, podemos extraer $-f(0^-)$:

$$-f(0^-) + \lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s)] = \lim_{s \rightarrow \infty} \int_{0^-}^{0^+} df(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} [f(0^+) - f(0^-)]$$

$$-f(0^-) + \lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s)] = f(0^+) - f(0^-)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s)] = f(0^+)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s)] = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$$

Y así llegamos al resultado deseado.

4.5.6 Teorema del valor final

Consideremos la transformada de Laplace de la derivada de una función:

$$L\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = sF(s) - f(0^-) = \int_{0^-}^{\infty} e^{-st} \frac{df(t)}{dt} dt$$

Se hace ahora que la variable s tienda a cero:

$$\lim_{s \rightarrow 0} [sF(s) - f(0^-)] = \lim_{s \rightarrow 0} \int_{0^-}^{\infty} e^{-st} \frac{df(t)}{dt} dt$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} [sF(s) - f(0^-)] = \int_{0^-}^{\infty} \frac{df(t)}{dt} dt$$

Manipulamos convenientemente el término integral de la anterior ecuación:

$$\int_{0^-}^{\infty} \frac{df(t)}{dt} dt = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{0^-}^t \frac{df(t)}{dt} dt = \lim_{t \rightarrow \infty} [f(t) - f(0^-)]$$

Y reemplazamos:

$$\lim_{s \rightarrow 0} [sF(s) - f(0^-)] = \lim_{s \rightarrow \infty} [f(t) - f(0^-)]$$

$$-f(0^-) + \lim_{s \rightarrow 0} [sF(s)] = -f(0^-) + \lim_{s \rightarrow \infty} [f(t)]$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} [sF(s)] = \lim_{s \rightarrow \infty} f(t)$$

El teorema del valor final, plantea que si conocemos la transformada de Laplace de una función, podemos hallar el valor final de dicha función, si a la función transformada le multiplicamos por un factor s y hacemos tender a cero precisamente la variable s . Cabe anotar que este teorema tiene restricciones:

- Sólo es útil para transformadas cuyos polos se encuentren en el semiplano izquierdo del plano s . (la única excepción es el polo simple $s=0$)
- Tanto $f(t)$ como su derivada, deben tener una función transformada.

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN EL DOMINIO S.

5.1 Análisis de circuitos en el dominio S.

Con la transformada de Laplace se puede pasar un circuito a su transformado en el dominio de s, cumpliéndose las mismas leyes que en el dominio de t. Este método se puede usar para cualquier fuente de potencia, resolviendo ecuaciones algebraicas.

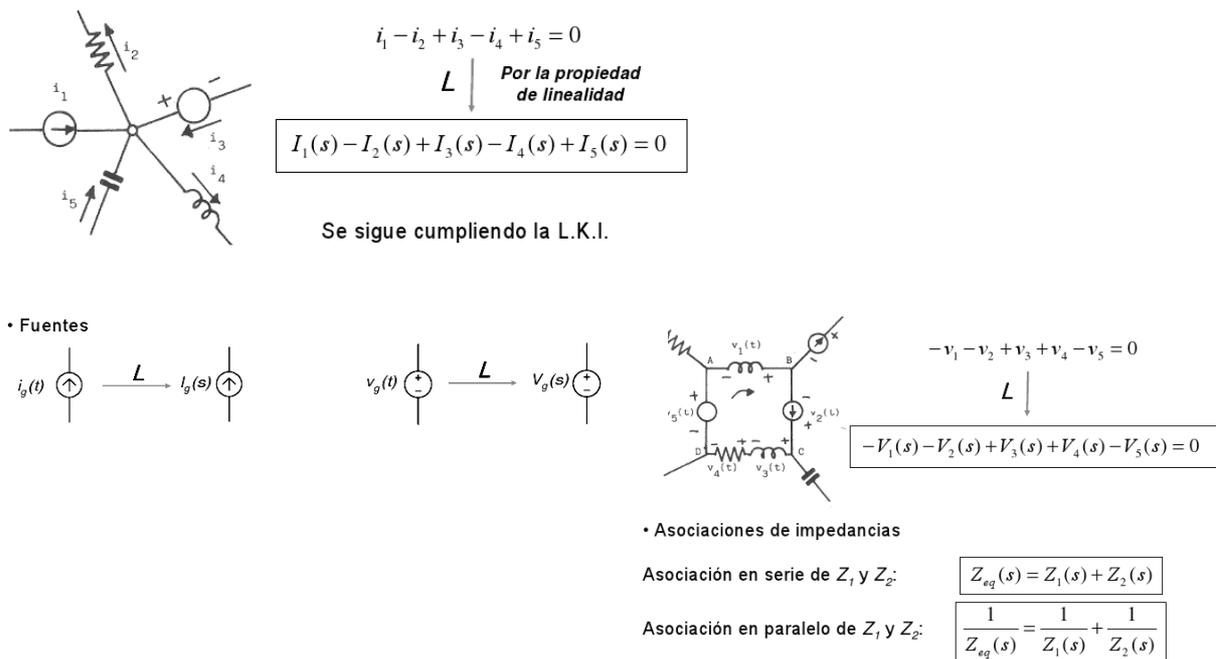


Figura 5.1: Análisis de circuito en el dominio S. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/transformador-de-Laplace>

Los circuitos transformados en el dominio de Laplace se obtienen de los circuitos originales en t sustituyendo los elementos pasivos por sus impedancias complejas y las fuentes (dependientes e independientes) por sus valores transformados.

5.1.1 Análisis Z(s) y Y(s)

El concepto clave que hace que los fasores resulten tan útiles en el análisis de circuitos de estado permanente es la transformación de resistencias, capacitores e inductores en impedancias. El análisis de circuitos continua luego con el uso de técnicas básicas de análisis nodal o de malla,

superposición y transformación de fuente, así como el equivalente de Thevenin o el de Norton. Este concepto se extiende al dominio s , pues el estado senoidal permanente es solo un caso especial.

Se empezará con la situación más simple: la de una resistencia conectada a una fuente de tensión $v(t)$. La ley de Ohm especifica que $v(t) = Ri(t)$ tomando la transformada de Laplace en ambos lados $V(s) = RI(s)$.

Se encuentra que la relación (o razón) que representa a la tensión y la corriente en el dominio de la frecuencia es sencillamente la resistencia R de tal manera,

$$Z(s) = [V(s) / I(s)] = R$$

Puesto que se está trabajando en el dominio de la frecuencia, es necesario referirse a esta cantidad como una impedancia, en bien de la claridad, aunque se le siguen asignando las unidades de Ohm. Del mismo modo en que se explicó al trabajar con fasores en el estado senoidal permanente, la impedancia de una resistencia no depende de la frecuencia. La admitancia $Y(s)$ de una resistencia, definida como la razón de $I(s)$ entre $V(s)$, es simplemente $1/R$; la unidad de admitancia es el Siemen (S).

5.1.2 Función de transferencia $H(s)$

Uno de los primeros matemáticos en describir estos modelos fue Laplace, a través de su transformación matemática.

Por definición una función de transferencia se puede determinar según la expresión:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Donde $H(s)$ es la función de transferencia (también notada como $G(s)$); $Y(s)$ es la transformada de Laplace de la respuesta y $U(s)$ es la transformada de Laplace de la señal de entrada.

La función de transferencia también puede considerarse como la respuesta de un sistema inicialmente inerte a un impulso como señal de entrada:

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st}h(t) dt$$

La salida o respuesta en frecuencia del sistema se halla entonces de $\mathbf{Y(s)} = \mathbf{G(s)}U(s)$ y la respuesta como función del tiempo se halla con la transformada de Laplace inversa de $Y(s)$:

$$y(t) = L^{-1}[Y(s)]$$

Cualquier sistema físico (mecánico, eléctrico, etc.) se puede traducir a una serie de valores matemáticos a través de los cuales se conoce el comportamiento de estos sistemas frente a valores concretos.

Por ejemplo, en análisis de circuitos eléctricos, la función de transferencia se representa como:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

5.1.3 Respuesta natural en el plano S

La respuesta forzada de un circuito RL se obtiene a partir de:

$$I_f(s) = \frac{V_s}{R + sL}$$

$i_f(t)$ se obtiene al sustituir s , R y L por sus valores, reinsertar e^{st} y tomar la parte real.

La respuesta natural se obtiene a partir de los polos de la fórmula anterior.

$$\begin{aligned} I(s) &= A \quad \text{en} \quad s = -R/L + j0 \\ i_n(t) &= \text{Re}(Ae^{-Rt/L}) \\ i_n(t) &= Ae^{-Rt/L} \\ i(t) &= Ae^{-Rt/L} + i_f(t) \end{aligned}$$

La gráfica en el plano de la frecuencia compleja (polos y ceros) contiene una gran cantidad de información y a partir de ella junto con las condiciones iniciales del circuito puede escribirse

rápidamente una respuesta completa (natural mas forzada) de un circuito eléctrico. La respuesta forzada se obtiene trabajando en el dominio de la frecuencia. La respuesta natural o libre de fuentes es independiente de la función de excitación; las condiciones iniciales y la función de excitación solo contribuyen a la magnitud de la respuesta natural.

La razón de la respuesta forzada deseada entre la función de excitación se le denomina Función de Transferencia y se simboliza generalmente como $H(s)$.

$$H(s) = \frac{A*s^2 + B*s + C}{D*s + E}$$

5.2 Respuesta de frecuencia

La respuesta de frecuencia es una función $T(j\omega)$ que sirve para determinar la salida en régimen permanente, cuando la entrada es senoidal con frecuencias que son desde 0 hasta infinito.

La respuesta de frecuencia es una característica de un sistema que tiene una respuesta estable que es el resultado de una entrada conocida aplicada al sistema.

La función de respuesta de frecuencia es una cantidad tridimensional que consiste en amplitud vs fase vs frecuencia. Por eso una gráfica verdadera de ella necesita tres dimensiones, lo que es difícil de representar en papel. Una manera de realizar esto es la llamada gráfica de Bode, que consiste en dos curvas, una de amplitud vs. frecuencia, y una de fase vs. frecuencia. Otra manera de ver la función es resolver la porción de fase en dos componentes ortogonales, una parte en fase (llamada la parte real) y una parte 90 grados fuera de fase (llamada la parte imaginaria o parte de la cuadratura). A veces se hace una gráfica de esas dos partes una contra la otra, y el resultado es la gráfica de Nyquist. Por lo tanto, el análisis de la respuesta de frecuencia es la técnica donde una señal de prueba senoidal es usada para medir puntos sobre la respuesta de frecuencia de una función de transferencia o función de impedancia.

5.2.1 Factor de calidad Q

El factor Q también denominado factor de calidad o factor de selectividad, es un parámetro que mide la relación entre la energía reactiva que almacena y la energía que disipa durante un ciclo completo de la señal. Es un parámetro importante para los osciladores, filtros y otros circuitos sintonizados, pues proporciona una medida de lo aguda que es su resonancia.

Los sistemas resonantes responden a una frecuencia determinada, llamada frecuencia natural, frecuencia propia o frecuencia de resonancia, mucho más que al resto de frecuencias. El rango de frecuencias a las que el sistema responde significativamente es el ancho de banda, y la frecuencia central es la frecuencia de resonancia eléctrica.

También se define el factor de calidad para componentes, en particular, para los varactores y cristales.

El factor de calidad de circuitos pasivos formados con resistencias, bobinas y condensadores es bajo, inferior a 100, por el efecto de la resistividad del hilo de las bobinas, principalmente, ya que para valores elevados de inductancia se necesitan grandes longitudes de hilo. El uso de circuitos activos, que funcionan como multiplicadores de inductancia o capacidad puede mejorar el Q.

Los cristales, que son resonadores piezoeléctricos, llegan a valores de Q de varios miles.

Expresiones

$$Q = \frac{2\pi \text{Energía}}{\text{Energía en un periodo}}$$

Ecuación 1

El factor Q se define como la frecuencia de resonancia (f_0) dividida por el ancho de banda (f_2-f_1):

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{f_0}{\Delta f}$$

Ecuación 2

El factor Q aplicado a un solo componente sirve para caracterizar sus componentes no ideales. Así para una bobina real se tiene en cuenta la resistencia del cable; un valor alto de Q significa una resistencia pequeña y por tanto un comportamiento más parecido a la bobina ideal.

En un circuito RL la expresión del factor Q es:

$$Q = \frac{\omega L}{R}$$

Ecuación 3

Donde ω es $2\pi f_0$.

Para un circuito RC la expresión es:

$$Q = \frac{1}{\omega RC}$$

Ecuación 4

En filtros sirve para ver lo selectivos que son, es decir, para ver el ancho de banda. En principio, un filtro con menor ancho de banda (mayor Q), será mejor que otro con más ancho. También, como se puede deducir de la ecuación 2, es más difícil hacer filtros de calidad (porque requieren una Q mayor) a alta frecuencia que a baja frecuencia.

5.2.2 Resonancia en paralelo

Comenzamos el estudio de la resonancia para el caso del circuito RLC en paralelo que se observa en la figura 5.2:

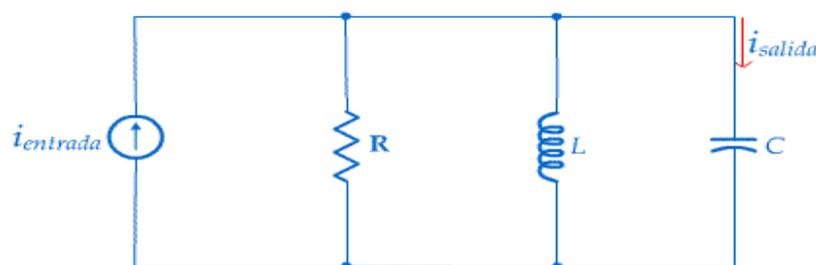


Figura 5.2: Circuito RLC en paralelo en el estado de la resonancia. (virtual.unal.edu.co, 2005)

Referencia: <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/ingenieria/cap5>

Definimos la ganancia de corriente H como la razón entre la corriente de salida y la corriente de entrada:

$$H = \frac{I_{sal}}{I_{ent}} = \frac{1}{RY}$$

La admitancia Y de este circuito es igual a la suma de cada una de las admitancias de los tres elementos, por tanto:

$$Y = Y_R + Y_C + Y_L = \frac{1}{R} + jaC + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R} + j\left(aC - \frac{1}{\omega L}\right)$$

Sustituyendo en la primera ecuación:

$$H = \frac{1}{RY} = \frac{1}{1 + j\left(aC - \frac{1}{\omega L}\right)R}$$

Una red está en resonancia cuando el voltaje y la corriente de las terminales de entrada de la red están en fase, es decir cuando la admitancia Y es no reactiva; así, la resonancia se da cuando el

término imaginario es cero: $aC - \frac{1}{\omega L} = 0$

Despejando, la frecuencia de resonancia es: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (rad/s)

o su equivalente: $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ (Hz)

5.2.3 Diagrama de Bode

Un diagrama de Bode consta de dos gráficas, una para la amplitud de salida y otra para el desfase de salida. Se los denominará respectivamente diagrama de ganancias y diagrama de fases. Los dos diagramas representan las frecuencias de forma logarítmica en el eje de abscisas empleando rad/s.

El diagrama de ganancias representa en el eje de ordenadas la amplitud de la señal de salida transformados a decibelios. El diagrama de fases representa en el eje de ordenadas el desfase de la señal de salida en grados.

$$20\log|G(j\omega)| \quad (\text{ecu. 1})$$

En realidad, el uso de los decibelios como unidad de medida es una forma solapada de representar la amplitud de salida en escala logarítmica. Conviene resaltar que los logaritmos son siempre decimales, no neperianos. El factor 20 de la (ecu.1) se debe en parte al uso de la fracción del belio y en parte al empleo de la potencia de la señal, lo que hace que haya que elevar al cuadrado la amplitud dentro del logaritmo y salga fuera de él como un factor de dos. En el eje logarítmico de frecuencias se denomina década a cualquier intervalo que va desde una determinada frecuencia hasta otra diez veces mayor. Se denomina octava a cualquier intervalo que va desde una frecuencia hasta su doble.

5.2.3.1 Diagrama de Bode de funciones de transferencia elementales

Para poder dibujar el diagrama de Bode de una función de transferencia cualquiera, es necesario conocer la forma que adopta dicho diagrama es el caso de las funciones de transferencia más elementales. Las funciones de transferencia más complicadas se obtendrán como combinación de las elementales.

Las funciones de transferencia que se tomarán como elementales son: una ganancia, un retraso en el tiempo, un integrador, un derivador, un polo, un cero, un polo doble y un cero doble.

a) Ganancia

Una ganancia se limita a amplificar o a atenuar la entrada sin introducir retrasos o adelantos en la señal de salida. Por tanto, es de esperar que el diagrama de Bode de una ganancia sea nulo en fases y no nulo en amplitud.

$$G(s) = K \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = K \begin{cases} 20\log|G(j\omega)| = 20\log K \\ \angle G(j\omega) = 0^\circ \end{cases}$$

Como se observa el diagrama de Bode en la figura 5.3, es lógico que una ganancia amplifique o atenúe siempre el mismo factor cualquiera que sea la frecuencia de la señal de entrada, es decir, adopte una forma constante con ω .

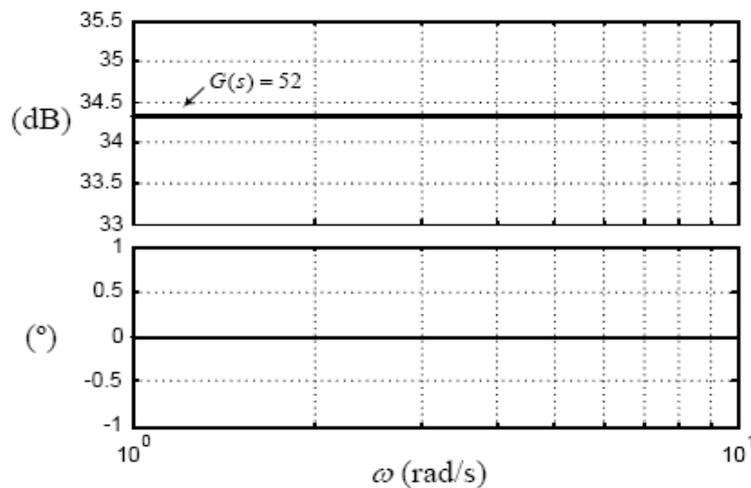


Figura 5.3: Diagrama de Bode de una ganancia. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

Si K es menor que la unidad, la ganancia atenúa y se obtiene un nivel de decibelios negativo. Si K es mayor que la unidad, la ganancia amplifica y se obtiene un nivel de decibelios positivo. Por tanto, en el tramo del diagrama de Bode que los decibelios sean positivos, quiere decir que la señal de entrada se amplifica, mientras que en los tramos de decibelios negativos, la señal de entrada se atenúa.

b) Retraso en el tiempo

Un retraso ni amplifica ni atenúa. La forma de la salida es exactamente igual a la de la entrada, aunque la salida está retrasada T segundos respecto de la entrada. Dicho esto, es de esperar que sea nulo el diagrama de ganancias y negativo el de fases.

$$G(s) = e^{-Ts} \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = e^{-j\omega T} = 1 \underline{-\omega T} \begin{cases} 20 \log |G(j\omega)| = 0 \text{ dB} \\ |G(j\omega)| = -\omega T \text{ rad} \end{cases}$$

Para una frecuencia en rad/s igual a la inversa del tiempo T de retraso, el diagrama de fases toma un valor de 1 rad. Una década después 10 rad. Dos décadas después 100 rad. Así sucesivamente.

El diagrama de Bode de la figura 5.4, muestra que la función de transferencia genera desfases cada vez mayores con la frecuencia. El desfase es directamente proporcional a la frecuencia, por tanto, la gráfica es una línea recta con la frecuencia en escala lineal y queda con forma exponencial con la frecuencia en escala logarítmica.

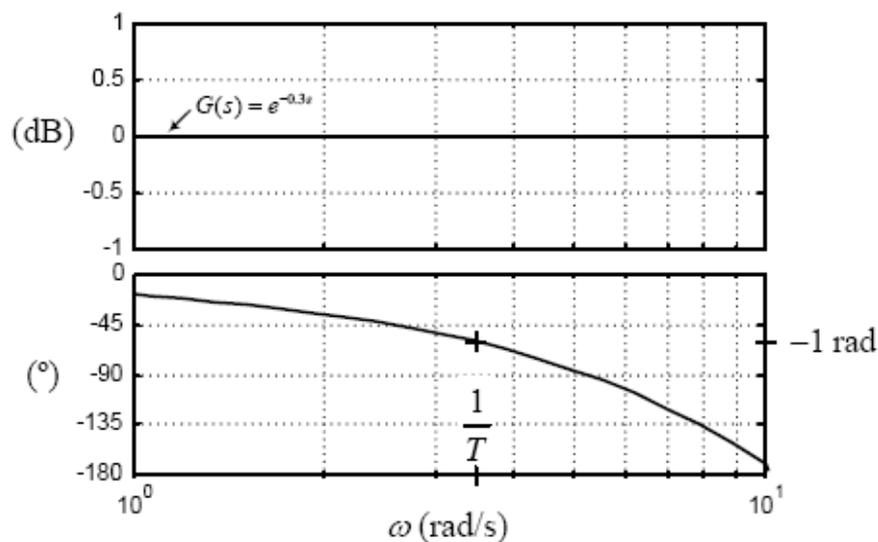


Figura 5.4: Diagrama de Bode de un retraso. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

La salida se adelanta respecto de la entrada, hecho poco probable en el mundo real, la función de transferencia sería una exponencial con exponente positivo. Su diagrama de Bode en fases tendría ángulos positivos. Por este motivo, cuando en el diagrama de fases aparezcan ángulos negativos se hablará de retrasos de fases y, al revés, con ángulos positivos se hablará de adelanto de fases.

c) Integrador

Un integrador tiene por salida la integral de la función de entrada. El diagrama de Bode de fases es constante en 90° . Esto es lógico ya que la integral de un seno es un menos coseno, que está retrasado 90° respecto el seno.

$$G(s) = \frac{1}{s} \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = \frac{1}{j\omega} = \frac{1}{\omega} \angle -90^\circ \quad \begin{cases} 20 \log |G(j\omega)| = -20 \log \omega \\ |G(j\omega)| = -90^\circ \end{cases}$$

El diagrama de Bode de ganancias es una recta con pendiente 20 dB/década. La recta pasa por 0 dB en la frecuencia de 1 rad/s. Se observa en la figura 5.5 el diagrama de un integrador.

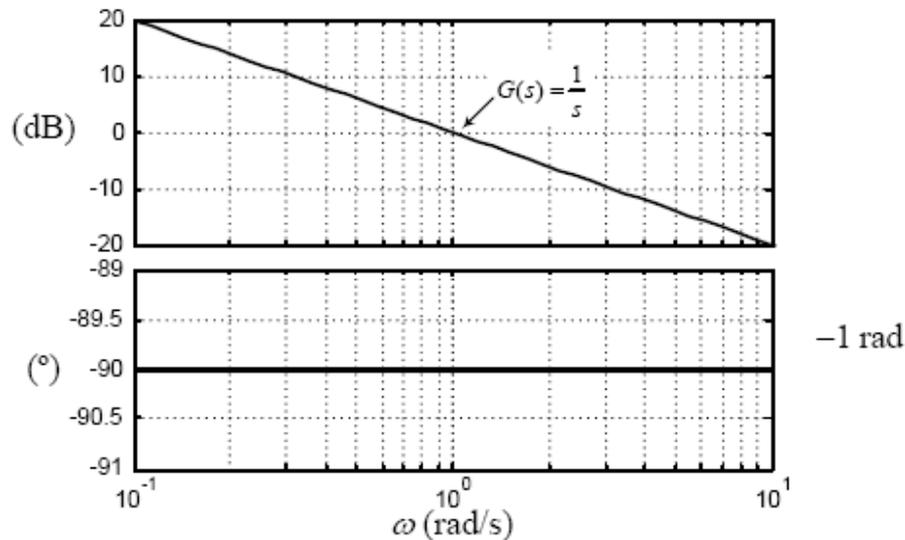


Figura 5.5: Diagrama de Bode de un integrador. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

d) Derivador

Un derivador tiene por salida la derivada de la función de entrada. El diagrama de Bode de fases es constante en 90° . Esto es lógico ya que la derivada de un seno es un coseno, que está adelantado 90° respecto el seno.

$$G(s) = s \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = j\omega = \omega \underline{90^\circ} \begin{cases} 20 \log |G(j\omega)| = 20 \log \omega \\ |G(j\omega)| = 90^\circ \end{cases}$$

El diagrama de Bode de ganancias es una recta con pendiente 20 dB/década. Igual que los integradores, la recta pasa por 0 dB en la frecuencia de 1 rad/s. Se observa en la figura 5.6 el diagrama de un derivador.

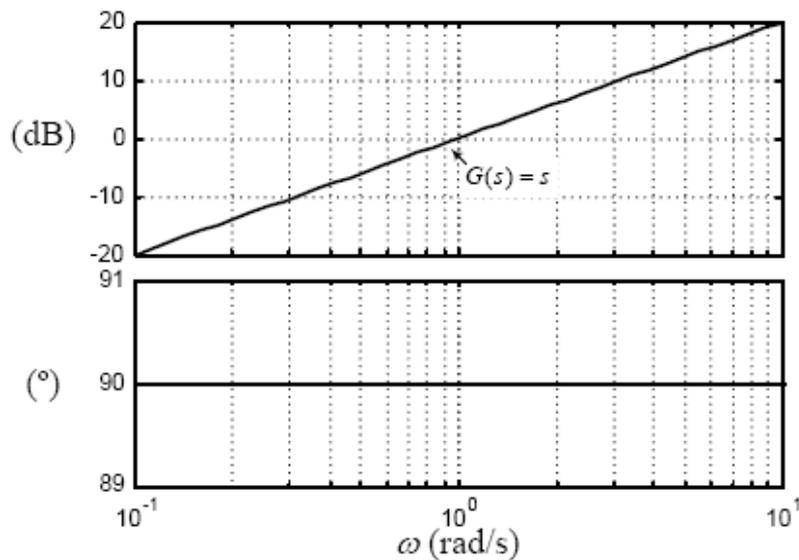


Figura 5.6: Diagrama de Bode de un derivador. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

e) Polo simple

Un polo simple es un sistema de primer orden con ganancia estática igual a la unidad.

$$G(s) = \frac{1}{1+Ts} \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T}$$

Las ganancias y fases de la ecuación se van a particularizar para distintos casos. En la ecuación (1) se observa cómo la ganancia a bajas frecuencias es aproximadamente 0 dB. Para altas frecuencias la ganancia se parece a un integrador, una recta de pendiente 20 dB/década, que pasa por 0 dB en la frecuencia igual a la inversa de la constante de tiempo.

$$20\log|G(j\omega)| = -20\log\sqrt{1+(\omega T)^2} \quad \begin{cases} \omega \rightarrow 0 & \Rightarrow 0 \text{ dB} \\ \omega = \frac{1}{T} & \Rightarrow -20\log\sqrt{2} \approx -3 \text{ dB} \\ \omega \rightarrow \infty & \Rightarrow -20\log(\omega T) \end{cases} \quad (1)$$

En la ecuación (2) se observa cómo la fase para bajas frecuencias es aproximadamente 0° y para altas frecuencias -90° .

$$\angle G(j\omega) = -\arctan(\omega T) \quad \begin{cases} \omega \rightarrow 0 & \Rightarrow 0^\circ \\ \omega = \frac{1}{T} & \Rightarrow -45^\circ \\ \omega \rightarrow \infty & \Rightarrow -90^\circ \end{cases} \quad (2)$$

El diagrama de la figura 5.7 corrobora el comportamiento en ganancias y en fases.

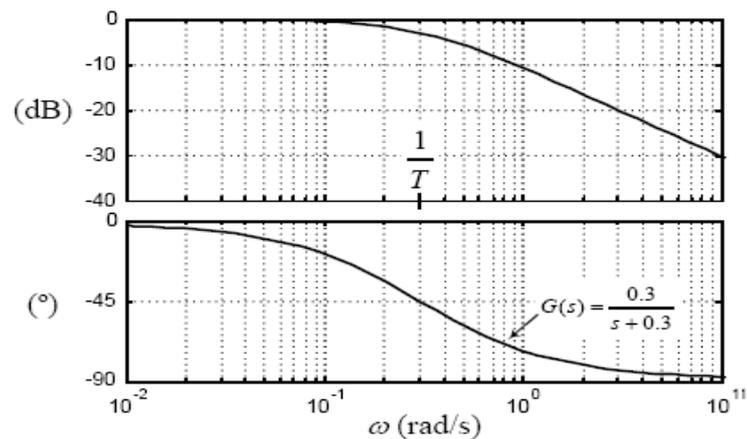


Figura 5.7: Diagrama de Bode de un polo. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

f) Cero simple

En este apartado se estudia el caso inverso del apartado anterior.

$$G(s) = 1 + Ts \quad \xrightarrow{s=j\omega} \quad G(j\omega) = 1 + j\omega T$$

La ganancia a bajas frecuencias también comienzan en 0 dB, ecuación (3). En cambio, para altas frecuencias la ganancia se comporta como un derivador; una recta de pendiente 20 dB/década, que pasa por 0 dB en la frecuencia igual a la inversa de la constante de tiempo.

$$20\log|G(j\omega)| = 20\log\sqrt{1+(\omega T)^2} \quad \begin{cases} \omega \rightarrow 0 & \Rightarrow 0 \text{ dB} \\ \omega = \frac{1}{T} & \Rightarrow 20\log\sqrt{2} \approx 3 \text{ dB} \\ \omega \rightarrow \infty & \Rightarrow 20\log(\omega T) \end{cases} \quad (3)$$

En fases, ecuación (4) para bajas frecuencias toma valores próximos a 0° y para altas frecuencias aproximadamente 90°.

$$\angle G(j\omega) = \arctan(\omega T) \quad \begin{cases} \omega \rightarrow 0 & \Rightarrow 0^\circ \\ \omega = \frac{1}{T} & \Rightarrow 45^\circ \\ \omega \rightarrow \infty & \Rightarrow 90^\circ \end{cases} \quad (4)$$

El diagrama de Bode de la figura 5.8 muestra el comportamiento en ganancias y en fases.

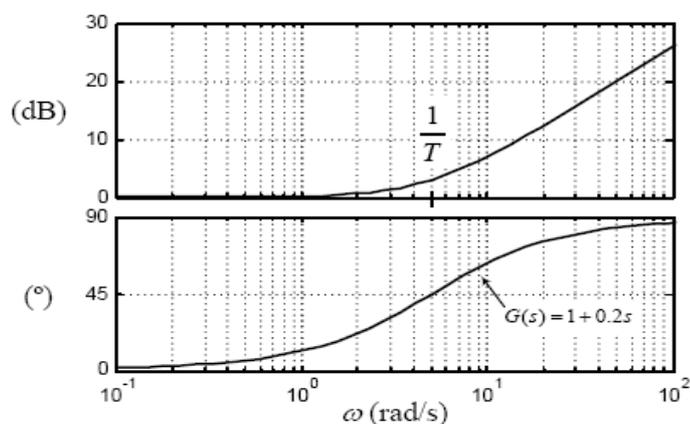


Diagrama de Bode de un cero

Figura 5.8: Diagrama de Bode de un cero. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

g) Polo doble

Un polo doble es un sistema de segundo orden con ganancia estática igual a la unidad.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega}$$

Se observa cómo la fase para bajas frecuencias es aproximadamente 0° y para altas frecuencias -180° .

$$\angle G(j\omega) = -\arctan \frac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \begin{cases} \omega \rightarrow 0 & \Rightarrow & 0^\circ \\ \omega = \omega_n & \Rightarrow & -90^\circ \\ \omega \rightarrow \infty & \Rightarrow & -180^\circ \end{cases}$$

El diagrama de Bode de la figura 5.9 muestra el comportamiento en ganancias y en fases.

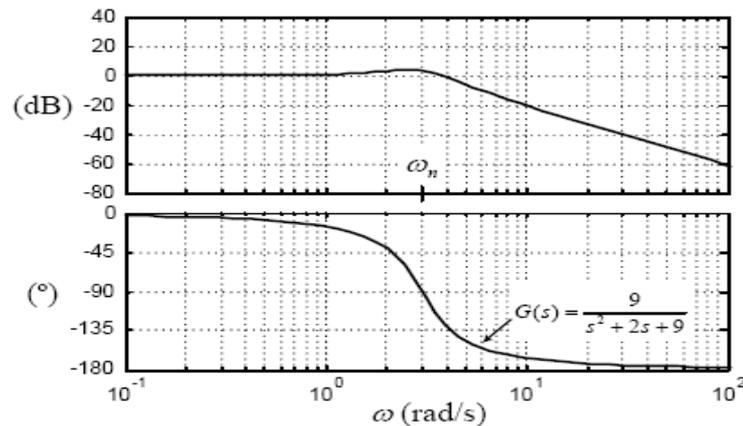


Figura 5.9: Diagrama de Bode de un polo doble. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

En un rango de frecuencias próximo a la frecuencia natural, el diagrama de Bode se comporta de forma distinta en función del amortiguamiento

Si se estudiara el signo de la segunda derivada, se comprobaría cómo la primera solución, para frecuencia nula, se trata de un máximo del denominador y por tanto un mínimo del diagrama de Bode. La otra solución ω_r , llamada frecuencia de resonancia, es el máximo del diagrama de Bode que se había observado.

Si se sustituye el valor de la frecuencia de resonancia en la expresión de la ganancia, se obtiene la magnitud del máximo que se suele denominar pico de resonancia.

$$M_r = 20 \log \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}}$$

El fenómeno de la resonancia no siempre existe. Sólo se da para un determinado rango de amortiguamientos. En concreto, aquellos amortiguamientos que hacen positivo el discriminante de la raíz cuadrada de la expresión.

$$\exists M_r \Leftrightarrow 0 \leq \zeta \leq \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$$

Aparece el rango de amortiguamientos con pico de resonancia. Se trata siempre de sistemas subamortiguados, aunque no todos los sistemas subamortiguados poseen pico de resonancia. En la Figura 5.10, se muestra cómo varía el diagrama de Bode con el amortiguamiento. Cuanto menor es el amortiguamiento mayor es el pico de resonancia y más próximo está a la frecuencia natural. También cuanto menor es el amortiguamiento más brusco es el cambio de fases en torno a la frecuencia natural.

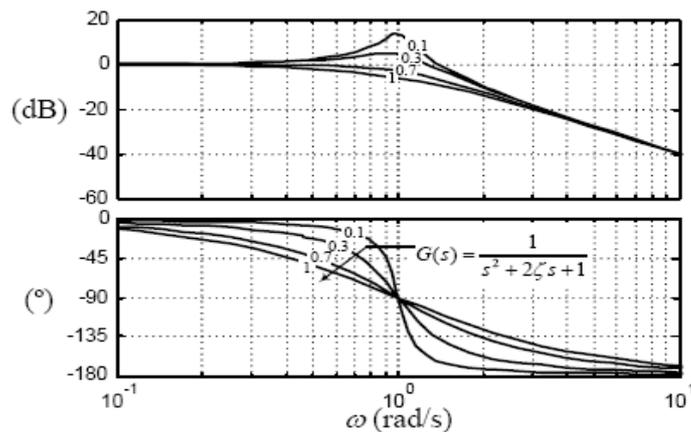


Figura 5.10: Diagrama de Bode de un polo doble variando el amortiguamiento. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

En el caso concreto de amortiguamiento igual a uno, es decir, críticamente amortiguado y polo real doble, el diagrama de ganancias pasa por 6 dB en la frecuencia natural.

h) Cero doble

Un cero doble es exactamente el caso inverso al anterior.

$$G(s) = \frac{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{\omega_n^2} \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = \frac{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2}$$

El desarrollo matemático es análogo al del apartado anterior, por lo que no se va a repetir. En el caso del cero doble también existe el fenómeno de la resonancia, sólo que se manifiesta en forma de mínimo en lugar de un máximo en el diagrama de ganancias, se muestra en la figura 5.11.

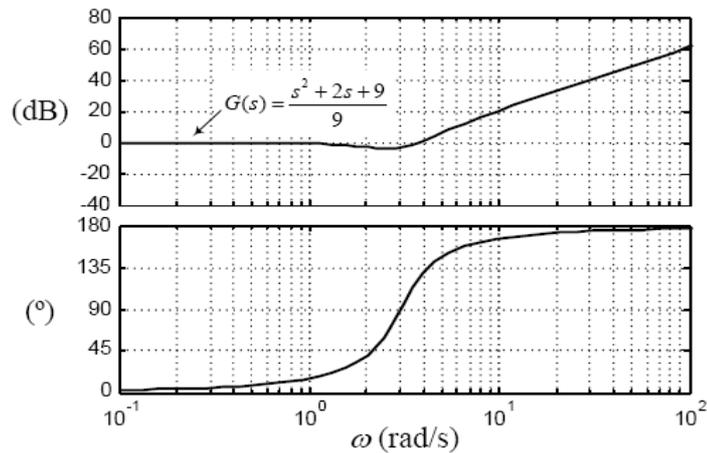


Figura 5.11: Diagrama de Bode de un cero doble. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

i) Polo simple con parte real positiva

Un polo con parte real positiva constituye, en sí mismo, un sistema inestable. Sin embargo, es posible representar matemáticamente su diagrama de Bode.

$$G(s) = \frac{1}{1-Ts} \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = \frac{1}{1-j\omega T}$$

$$20\log|G(j\omega)| = -20\log\sqrt{1+(\omega T)^2} \quad \begin{cases} \omega \rightarrow 0 \Rightarrow 0 \text{ dB} \\ \omega = \frac{1}{T} \Rightarrow -20\log\sqrt{2} = -3 \text{ dB} \\ \omega \rightarrow \infty \Rightarrow -20\log(\omega T) \end{cases}$$

$$\angle G(j\omega) = \arctan(\omega T) \quad \begin{cases} \omega \rightarrow 0 \Rightarrow 0^\circ \\ \omega = \frac{1}{T} \Rightarrow 45^\circ \\ \omega \rightarrow \infty \Rightarrow 90^\circ \end{cases}$$

Su comportamiento en ganancias es igual que un polo con parte real negativa. Esto se debe a que el cambio de signo no afecta al módulo del número complejo. Sin embargo, su comportamiento en fases es igual que un cero simple, se muestra en la figura 5.12.

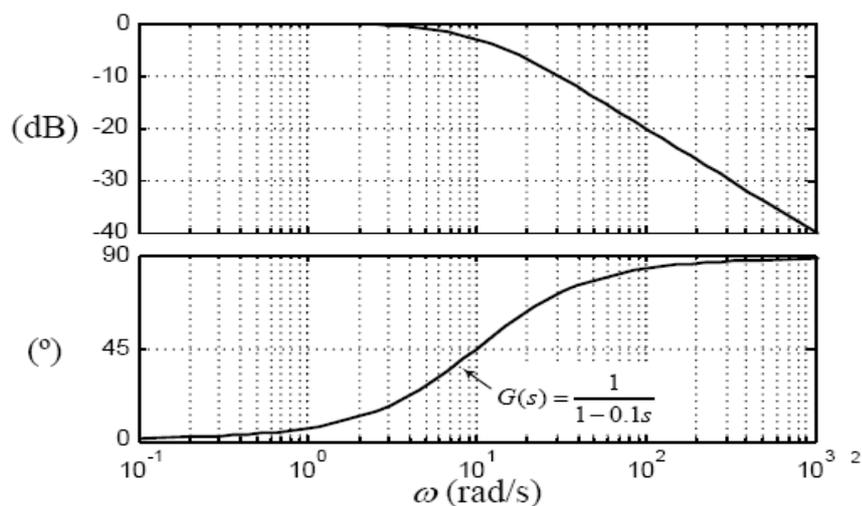


Figura 5.12: Diagrama de Bode de un polo con parte real positiva. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

j) Cero simple con parte real positiva

Un cero con parte real positiva puede darse en un sistema estable, pero su presencia ya se mostró cómo convertía a una planta en un sistema de fase no mínima.

$$G(s) = 1 - Ts \quad \xrightarrow{s \rightarrow j\omega} \quad G(j\omega) = 1 - j\omega T$$

$$20 \log |G(j\omega)| = 20 \log \sqrt{1 + (\omega T)^2} \begin{cases} \omega \rightarrow 0 \Rightarrow 0 \text{ dB} \\ \omega = \frac{1}{T} \Rightarrow 20 \log \sqrt{2} = 3 \text{ dB} \\ \omega \rightarrow \infty \Rightarrow 20 \log(\omega T) \end{cases}$$

$$\angle G(j\omega) = -\arctan(\omega T) \begin{cases} \omega \rightarrow 0 \Rightarrow 0^\circ \\ \omega = \frac{1}{T} \Rightarrow -45^\circ \\ \omega \rightarrow \infty \Rightarrow -90^\circ \end{cases}$$

Su comportamiento en ganancias es exactamente igual que un cero con parte real negativa, mientras que su comportamiento en fases es igual que un polo simple, se muestra en la figura 5.13.

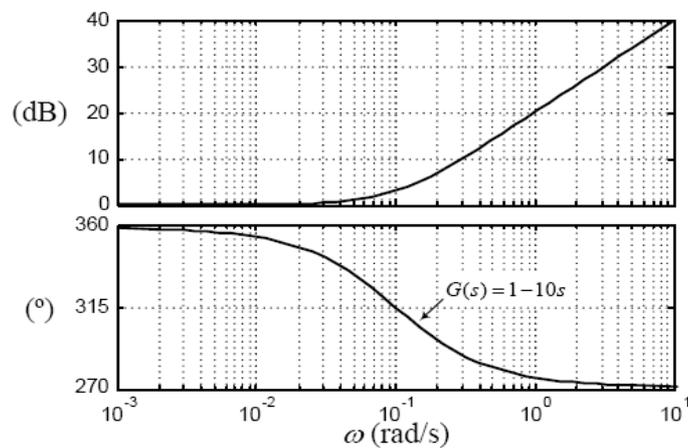


Figura 5.13: Diagrama de Bode de un cero con parte real positiva. (wikipedia, 2001)

Referencia: <http://www.es.wikipedia.org/wiki/Diagrama-de-Bode>

CAPÍTULO 6. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DE LOS SOFTWARE MULTISIM Y PSPICE Y EL USO DE LOS EQUIPOS MIMIO WIRELESS Y PAD.

6.1 Software Multisim

Es una de las herramientas más populares a nivel mundial para el diseño y simulación de circuitos eléctricos y electrónicos. Esta herramienta de diseño electrónico automático (EDA) proporciona avanzadas características que permiten ir desde la fase de diseño a la de producción utilizando una misma herramienta.

Dispone de una importante base de datos de componentes electrónicos, esquemas predefinidos, módulos de simulación SPICE y VHDL, soporte para circuitos de radiofrecuencia, generador de placas PCB, entre otras funcionalidades.

Multisim permite cargar módulos adicionales para realizar procesos determinados como, por ejemplo, programar micro-controladores utilizando ASM o C.

Multisim es un excelente entorno para diseñar, analizar y crear circuitos electrónicos. Una potente herramienta esencial para ingenieros o técnicos electrónicos.

6.1.1 Características generales del software Multisim

- Captura esquemática avanzada incluyendo un editor de símbolos.
- Simulación tipo SPICE/XPICE/BSPICE.
- Realiza simulación electrónica tanto analógica como digital.
- Integración con LabVIEW y Signal Express de National Instruments.
- Incluye un mínimo de 9 instrumentos virtuales.
- Amplia librería de hasta 16.000 modelos.
- Dispone de una herramienta de realización de modelos.
- Realiza simulaciones tipo HDL.
- Cuenta con herramientas de diseño para radiofrecuencia.

- Puede realizar diseños para FPGA/CPLD.

6.1.2 ¿Dónde se usa Multisim?

Multisim es usado en una variedad de áreas de aplicación para educadores. A continuación se encontrará recursos para aprender cómo Multisim es usado en cada una de las siguientes áreas de aplicación.

a. Circuitos Analógicos

El entorno gráfico e intuitivo de Multisim brinda a los estudiantes la habilidad de colocar rápidamente componentes básicos para comprender los conceptos fundamentales y la teoría de circuitos. Estos componentes, incluyendo resistores, capacitores, inductores, fuentes de alimentación, interruptores, osciloscopios y puntas de pruebas, ayudan a mejorar el aprendizaje de los siguientes conceptos:

- Circuitos resistivos, capacitivos e inductivos.
- Técnicas de análisis de estado estable y transitorio de circuitos.
- Respuesta de frecuencia y análisis AC.
- Circuitos de filtros y amplificadores operacionales.

b. Circuitos Digitales

El entorno esquemático de dispositivos lógicos programables (PLD) está diseñado para enseñar lógica digital. Las compuertas lógicas, codificadores, decodificadores, sumadores, contadores y registros de corrimiento representan para los estudiantes componentes de bajo nivel. La habilidad de generar VHDL, programar archivos y desplegar lógica a un FPGA Xilinx completa la secuencia, la cual permite la enseñanza de lo siguiente:

- Álgebra Booleana y reducción al mínimo de la lógica.
- Diseño de lógica secuencial y combinacional.
- Máquinas de estado y lógica aritmética.
- Lenguajes de descripción de hardware y arreglos de compuertas programables en campo (FPGA).

c. Electrónica de Potencia

Con la última versión de Multisim 12.0, ahora varios componentes brindan a los estudiantes la habilidad de explorar directamente los conceptos de electrónica de potencia. Se incluyen circuitos de ejemplo con máquinas, transistores, tiristores, interruptores controlados por voltaje, generadores PWM y controladores de ángulo de fase, los cuales brindan a los educadores la habilidad de enfocarse en enseñar lo siguiente:

- Conversión AC a DC
- Topologías de fuente de alimentación en modo de conmutación de DC a DC
- DC a AC para drive de motor y energía renovable
- Rectificadores, convertidores e interruptores de potencia
- PWM y drives de motor

d. Otras Aplicaciones

- Bioinstrumentación
- Diseño de Aplicaciones de Estudiantes
- Mecatrónica y Diseño de Control

6.1.3 Pantalla principal del software Multisim

En la siguiente figura 6.1, se visualiza una vez que se abre este programa para trabajar con él.

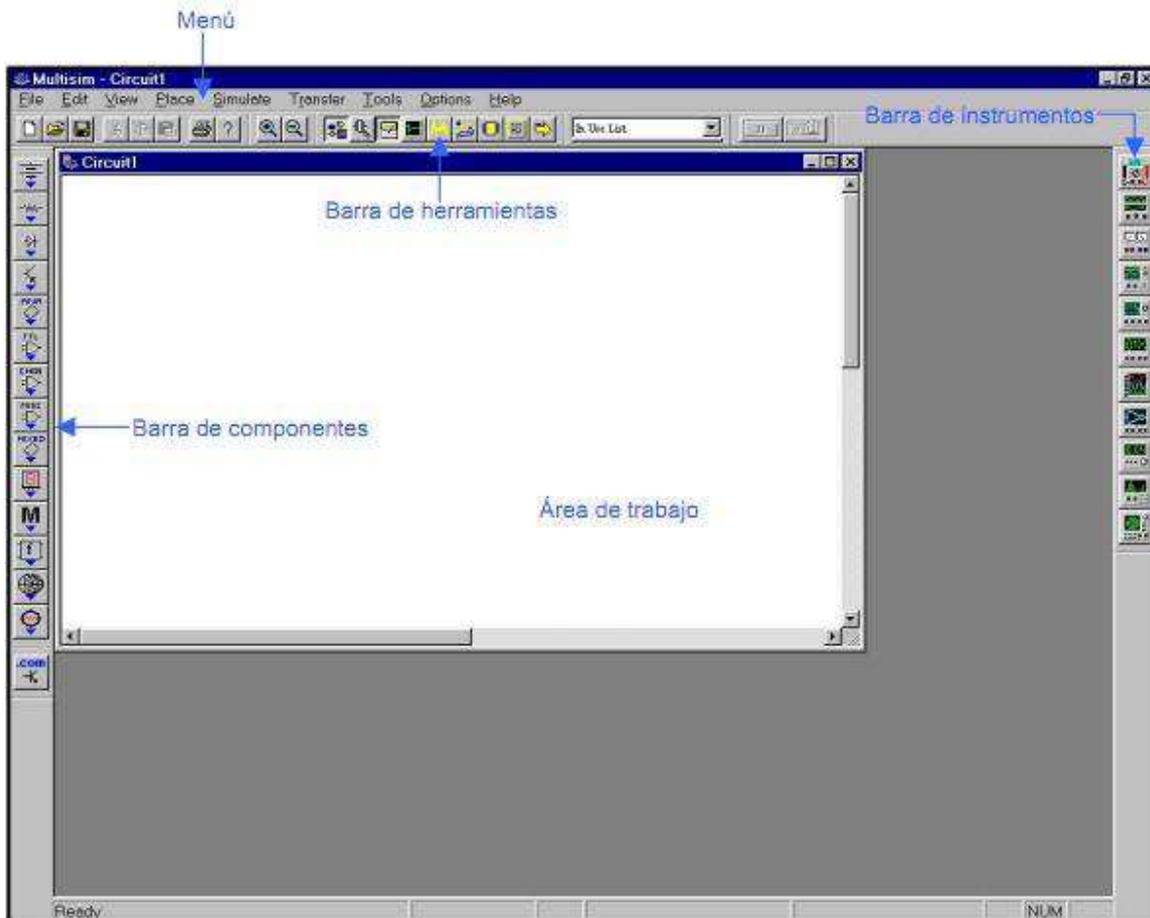


Figura 6.1: Pantalla principal del software Multisim. (Instruments., 2006)

Referencia: Print page del software Multisim.

6.1.4 Menú del software Multisim

Encontramos en la figura 6.2, las herramientas para abrir, guardar e iniciar nuevos proyectos y obtener ayuda sobre ellos.

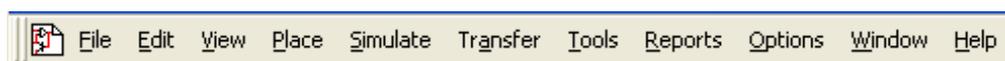


Figura 6.2: Herramientas principales del software Multisim. (Instruments., 2006)

Referencia: Print page del software Multisim.

6.1.5 Barra de Herramientas del software Multisim

Se encuentran en la figura 6.3, algunos de los botones de la barra de menú como el de abrir o guardar archivos, imprimir. Además de permitirnos aumentar o disminuir el tamaño del circuito, ponerlo a funcionar entre otros.



Figura 6.3: Botones de herramientas del software Multisim. (Instruments., 2006)

Referencia: Print page del software Multisim.

6.1.6 Barra de Instrumentos del software Multisim

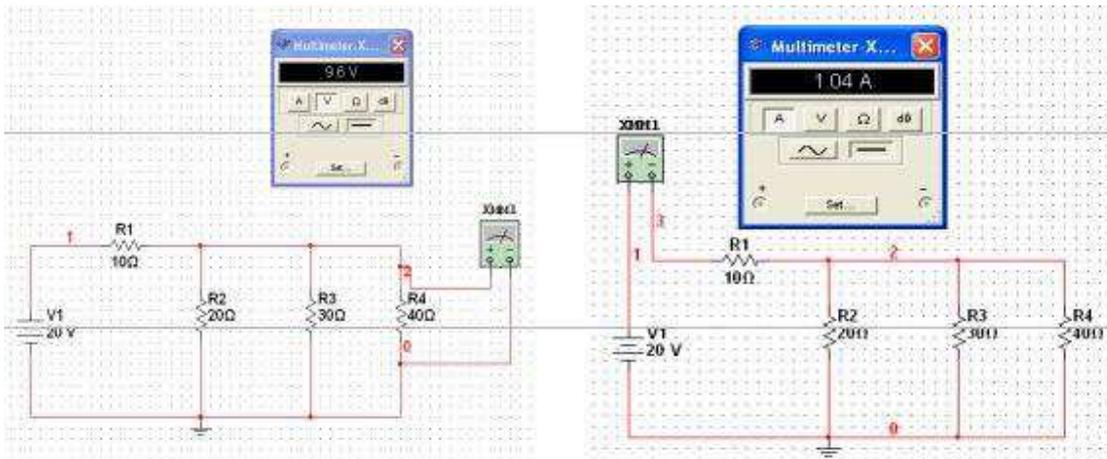
Multisim es el único software que provee una variedad de Instrumentación virtual que son cableados dentro del esquemático así como si se conectara un instrumento real al circuito. Así como los instrumentos reales, los instrumentos virtuales son completamente interactivos, por lo tanto se puede cambiar su configuración mientras la simulación está corriendo e inmediatamente ver los nuevos resultados. Esto permite inducir a los estudiantes al mundo de la instrumentación electrónica con 20 instrumentos virtuales que se ven y operan tal como en la práctica real. El uso de costoso Hardware y su mantenimiento se reduce, los estudiantes aprenden sin ningún riesgo y todos tienen acceso a la instrumentación dentro del laboratorio. Se puede observar en la figura 6.4.



Figura 6.4: Barra de instrumentos del software Multisim. (Instruments., 2006)

Referencia: Print page del software Multisim

Un ejemplo, se puede observar en la figura 6.5.



Medida del voltaje

Medida de corriente

Figura 6.5: Ejemplo de ejercicio del software Multisim. (Instruments., 2006)

Referencia: Print page del software Multisim

6.1.7 Nuevos análisis e instrumentos personalizados para Multisim

Multisim cuenta con más de 22 instrumentos virtuales y 20 análisis avanzados de Spice, los cuales son de mucha utilidad para conocer el comportamiento de un circuito, analizar distintos escenarios, y más. Sin embargo en ocasiones requerimos de la generación de una señal en particular (por ejemplo: una señal Chirp) o un análisis muy específico. Para resolver estos retos ahora contamos con los análisis e instrumentos personalizados para Multisim, una serie de herramientas que ayudan a expandir las capacidades de análisis de Multisim. Observar la figura 6.6.

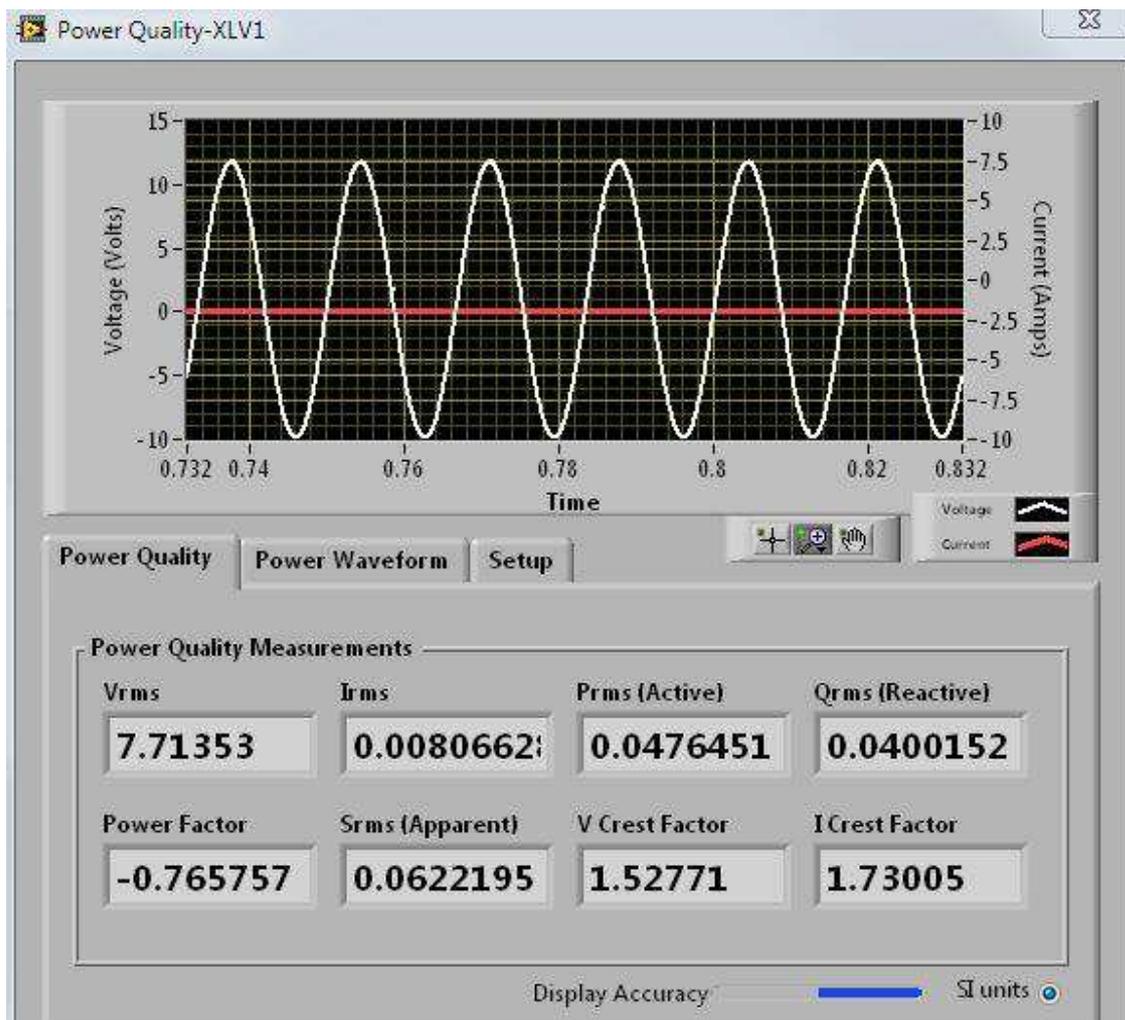


Figura 6.6: Análisis e Instrumentos Personalizados para Multisim. (Instruments., 2006)

Referencia: Print page del software Multisim

6.2 Software Pspice

El software Pspice es un programa de simulación de personal con integrado énfasis de circuitos analógicos y digitales lógica de simulación de software que se ejecuta en computadoras personales , por lo tanto, la primera letra "P" en su nombre. Fue desarrollado por MicroSim y se utiliza en la automatización de diseño eléctrico y electrónico . MicroSim fue comprado por OrCAD posteriormente por Cadence Design Systems . Hoy en día se ha convertido en un simulador de señales mixtas analógicas.

Pspice fue la primera versión de la UC Berkeley Pspice disponibles en un PC, después de haber sido lanzado en enero de 1984 para ejecutarse en el IBM PC original . Esta primera versión se desarrolló entre dos 360 KB disquetes y más tarde incluyó un visor de forma de onda y el programa llamado analizador sonda. Las versiones posteriores mejoraran el rendimiento y se trasladó a DEC / VAX miniordenadores, estaciones de trabajo Sun, el Macintosh de Apple, y el Microsoft Windows plataforma.

Pspice desarrollado para los requisitos de la industria más compleja, se integra en el flujo de diseño de sistemas completos de OrCAD y Cadence Allegro. También es compatible con muchas características adicionales, que no estaban disponibles en el código original de Berkeley como el Análisis de avanzada con optimización automática de un circuito, el cifrado, un editor de modelos, el apoyo de modelos parametrizados, tiene varios internos resolver , auto-convergencia y reinicie el puesto de control, magnético parte del editor y Tabrizi modelo básico para los no-lineal núcleos.

6.2.1 Componentes del Pspice

El Pspice se presenta dentro de un entorno integrado compuesto por varios programas, cada uno de los cuales desempeña tareas específicas. A continuación se detallan aquellos que se usando el software Pspice:

- Schematics: Es un editor gráfico que se utiliza para dibujar y diseñar el circuito que se desea simular.

Permite al usuario incorporar los componentes (almacenados en librerías), conectarlos para formar el circuito, cambiar los parámetros característicos de dichos componentes y especificar el tipo de análisis (simulación) que se desea realizar.

- Pspice A/D: Es el programa encargado de simular el circuito creado por el Schematics. A partir de un archivo que describe el esquema del circuito produce un archivo de resultados que dependerá del tipo de análisis efectuado.
- Probe: Es un programa para visualizar los resultados de la simulación generados por Pspice A/D. Se puede utilizar para observar cualquier tensión o corriente en el circuito. Permite además realizar visualizar operaciones entre señales como por ejemplo señales de potencia. Es capaz de mostrar señales en función del tiempo y en función de la frecuencia (análisis frecuencial).
- Design Manager: Permite al usuario manejar los archivos relacionados con el diseño que él realiza. Este programa se abrirá cada vez que comience a ejecutarse cualquiera de los programas anteriores.

6.2.2 Creación y análisis de circuitos del Pspice

El proceso general de creación y simulación de circuitos con Pspice consiste en los siguientes pasos:

- Creación del esquemático (dibujo) del circuito y ajuste de los parámetros de simulación (análisis) empleando el programa Schematics.
- Simulación y análisis del circuito realizado por el programa Pspice A/D.
- Visualización de los resultados utilizando el programa Probe o el archivo de salida de Pspice A/D.

Schematics genera archivos de salida que serán utilizados por Pspice A/D como archivos de entrada para realizar el procesamiento que corresponda. Luego Pspice A/D generará otros archivos de salida que servirán como entrada al Probe. A continuación se describen dichos archivos.

6.2.3 Archivos creados durante el proceso de simulación del Pspice

Una vez dibujado el circuito y ajustados los parámetros de análisis es necesario guardar el esquemático usando el comando Save del menú File de Schematics (o presionar CTRL+S) para poder continuar con el proceso de simulación. Suponiendo que uno le asigne al archivo el nombre schematic_name, entonces en schematic_name estará guardada la información del esquemático, se puede observar en la figura 6.7.

Cuando se invoca al programa Pspice A/D para comenzar con el análisis, Schematics genera dos archivos los cuales describen las partes y las conexiones en el circuito. Estos archivos son el listado de red (netlist) y el archivo de circuito (circuit file) que el Pspice A/D lee antes de realizar su tarea. Se puede observar en la figura una ilustración de la comunicación entre Schematics y Pspice A/D.

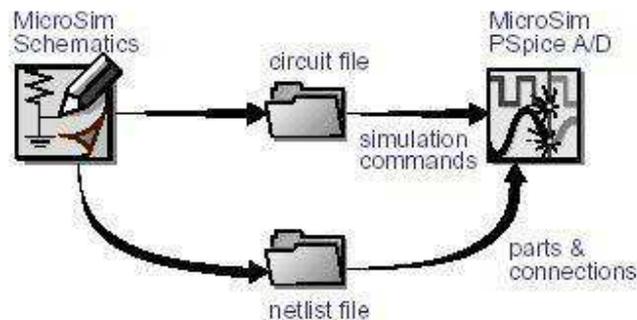


Figura 6.7: Archivos creados por Pspice a/d. (Cadence.Co., 1988)

Referencia: Print page del software Pspice

6.2.4 Característica de análisis de circuitos utilizando Pspice

- 1.- Observar el funcionamiento de un circuito antes de ensamblarlo o fabricarlo.
- 2.- Utilizar componentes ideales para aislar efectos limitantes en el diseño.
- 3.- Realizar mediciones de prueba que son:
 - Difíciles (debido al ruido eléctrico).
 - No factibles (por carecer del equipo adecuado).

- No apropiadas (el circuito de prueba podría dañarse).

4.- Simular un circuito muchas veces con variaciones en los componentes.

5.- Cambiar los parámetros de los modelos de los dispositivos semiconductores, de tal manera que se puedan realizar simulaciones para distintas condiciones de éstos, tales como análisis de corriente directa o corriente alterna.

6.- Observar la dependencia de la temperatura, generación de ruido, así como efectos de las capacitancias intrínsecas y de las propiedades físicas del dispositivo que se simula.

6.2.5 Pantalla principal del programa Pspice

En esta ventana se encuentran las diferentes opciones que se necesitan para la utilización del programa en donde se podrán elegir todos los procesos que se desean realizar a lo largo de la simulación de los circuitos eléctricos. Se puede observar en la figura 6.8.

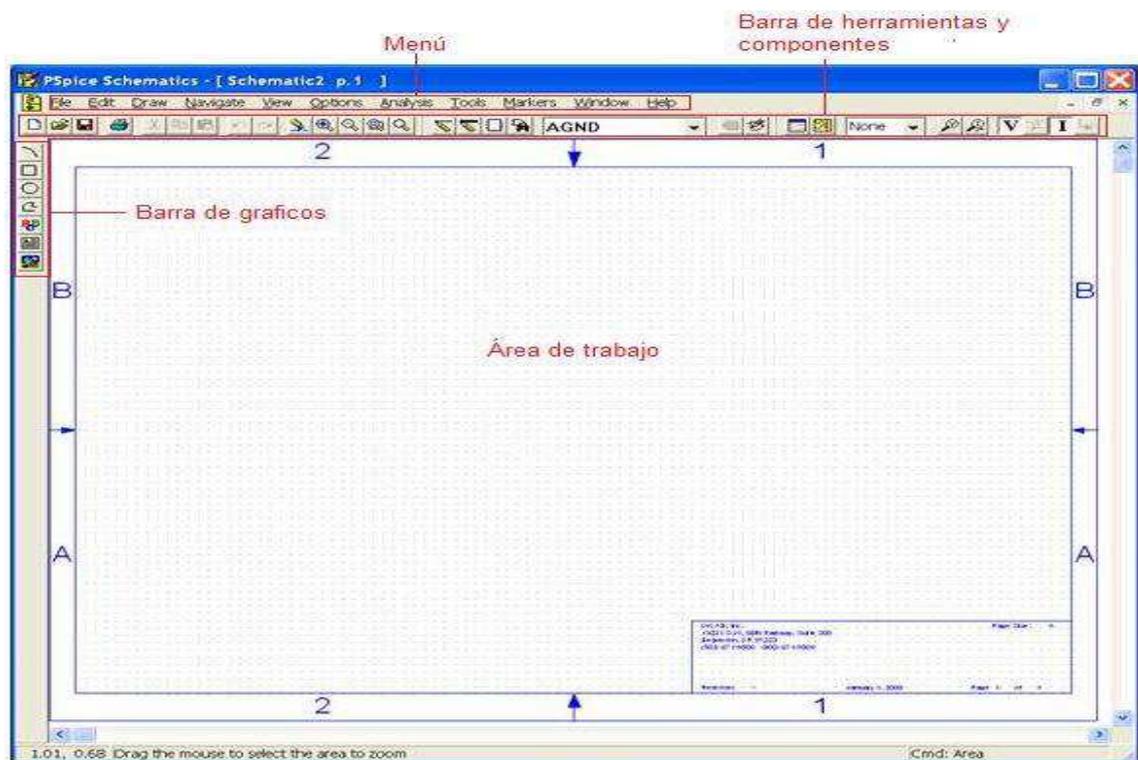


Figura 6.8: Pantalla principal para el Pspice. (Cadence.Co., 1988)

Referencia: Print page del software Pspice.

6.2.6 Creación del circuito en Pspice

El programa Schematics puede ser accedido desde el icono Schematics, ubicado en MicroSim Eval8 del menú Inicio de Windows, como lo indica la Figura 6.9.

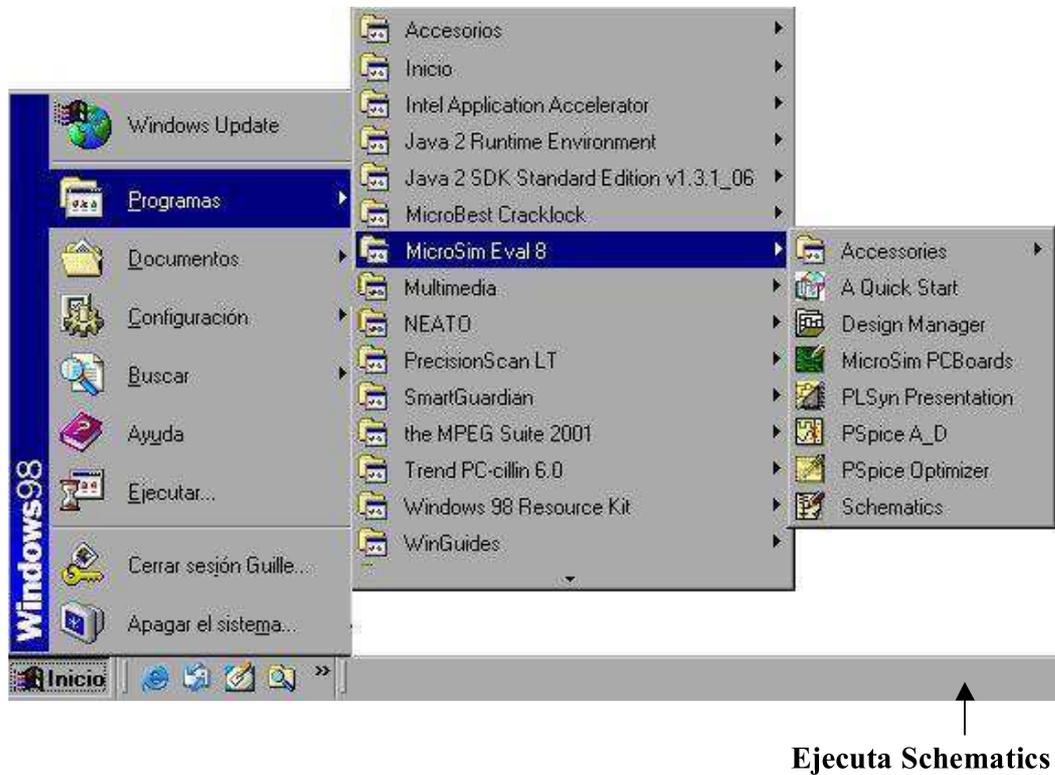


Figura 6.9: Forma de acceder al programa para el Pspice. (Cadence.Co., 1988)

Referencia: Print page del escritorio página principal.

Otra forma de acceder a Schematics es presionando el icono correspondiente desde el programa manejador de diseño (Design Manager), como se muestra en la Figura 6.10. Por último al hacer doble click sobre un archivo con extensión .sch se accede directamente a Schematics, cargando el circuito guardado en dicho archivo.

Una vez que se ha accedido al programa Schematics es posible cargar archivos de esquemáticos de circuitos (.sch) anteriormente creados, generar nuevos circuitos utilizando la interfase gráfica y luego guardarlos, elegir el tipo de simulación a realizar

y ajustar los parámetros correspondientes e invocar al Pspice A/D para que realice dicha simulación. También es posible ajustar ciertas opciones del programa Probe de visualización de resultados.

El manejo dentro de Schematics es similar a cualquier aplicación basada en la filosofía Windows. Desde el menú Archivos (File) es posible abrir, guardar y cerrar los archivos .sch, así como imprimir el esquemático que está en pantalla. Las acciones copiar (copy), cortar (cut) y pegar (paste) se acceden desde el menú (edit) como de costumbre, así como utilizando las combinaciones de teclas CTRL+C para copiar, CTRL+X para cortar y CTRL+V para pegar.

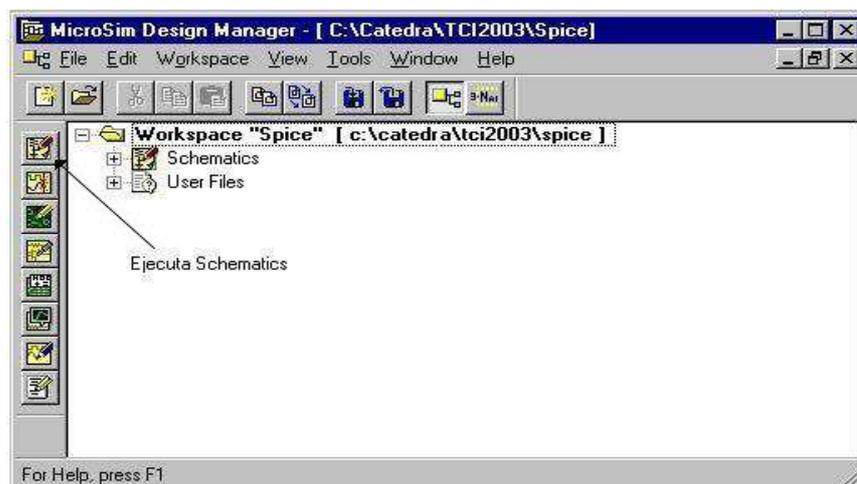


Figura 6.10: Acceso al Pspice desde Design Manager. (Cadence.Co., 1988)

Referencia: Print page del software Pspice

En la Figura 6.11 se presenta la ventana de Schematics. En la misma se observan los menús tradicionales de las aplicaciones típicas de Windows (File, Edit, Window, Help) así como otros específicos del entorno (Navigate, View, Options, Analysis, Tools, Markers). Dentro de dichos menús existirán diferentes opciones. Aquí se verán las relacionadas con la creación del esquemático de circuitos.

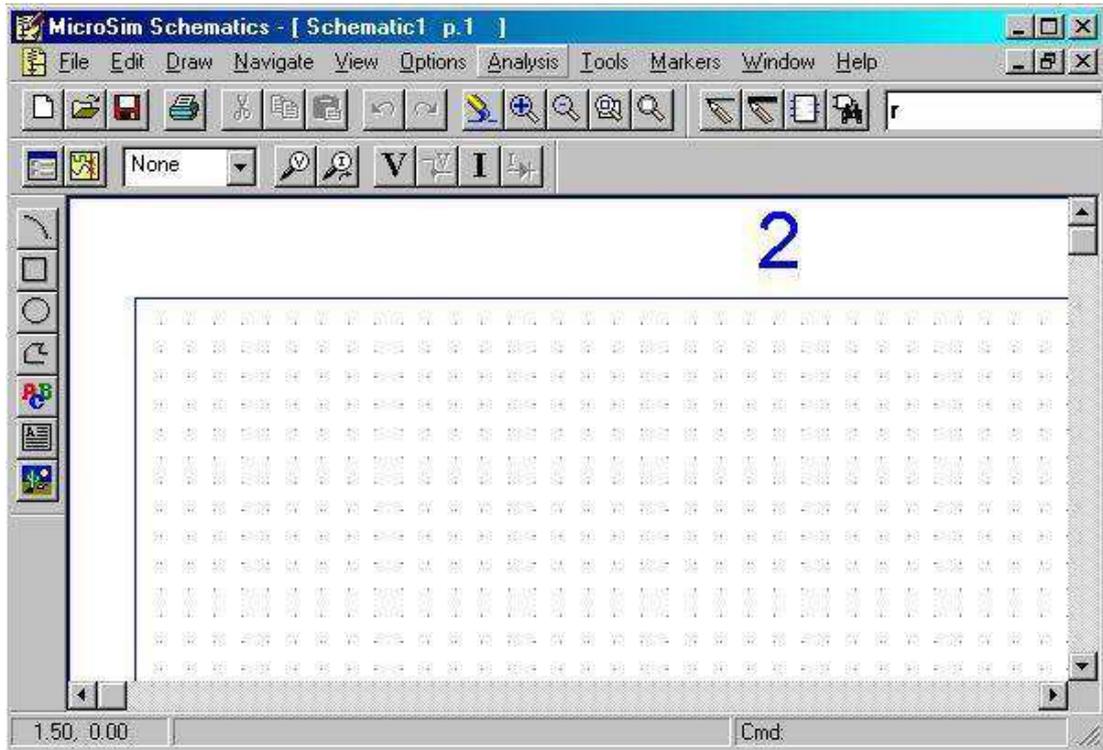


Figura 6.11: Pantalla del Pspice. (Cadence.Co., 1988)

Referencia: Print page del software Pspice.

6.3 Relación de los software Multisim y Pspice con la teoría de Circuitos Eléctricos

Estos programas fueron desarrollados para facilitar la comprensión del análisis de circuitos eléctricos y electrónicos a nivel medio y alto de dificultad.

Cada programa se especializa en una funcionalidad específica al momento de analizar un determinado circuito eléctrico o electrónico.

Por ejemplo Pspice está especializado para graficar y analizar la parte “transiente” de las señales de voltaje y corriente en un circuito eléctrico-electrónico.

Sin embargo Multisim es un software más amigable al usuario en su parte gráfica y funcionalidades pero está especializado en la parte de “estado estable” de los circuitos eléctricos-electrónicos. Ideal para mediciones de corrientes y voltajes en AC y DC, potencias aparentes, activas y reactivas.

Para dibujar un circuito en Multisim:

- Se lo hace de la misma forma que en “papel” y para conectar los instrumentos de medición también se lo hace de la misma manera que en los laboratorios de circuitos, de ahí su facilidad de utilizar sin la necesidad de leer un tutorial del mismo software.
- Para unir los terminales de los elementos se acerca el cursor y en el momento de estar en la punta del terminal, toma la forma de un asterisco “*” y con dar un clic se puede formar el cableado hacia el otro punto que se desee conectar.
- Se debe buscar en el menú los instrumentos de mediciones para utilizarlos según convenga y conectarlos de la manera adecuada.
- Para hacer correr la simulación, se debe presionar el botón de PLAY ► y para detenerla el botón de STOP ■. Durante la corrida del programa no se puede cambiar los valores de los elementos ni cambiar su conexión.

El software de Pspice es un poco diferente a Multisim, y su interfaz gráfica ya no es tan amigable con el usuario pero en compensación posee un motor de cálculo de valores en estado transiente para las señales de voltaje y corriente muy poderoso a tal punto que es utilizado para el cálculo de señales completas en circuitos como inversores electrónicos y variadores de frecuencia.

- El cableado se lo hace de manera diferente al anterior programa, y se utiliza una herramienta en forma de lápiz para conectar los terminales de los elementos colocados en el espacio del dibujo del “schematics”.
- Para medir las señales de voltaje y corriente en algún punto del circuito se debe colocar “indicadores” gráficos de voltaje y corriente en el punto de estudio para hacer la medición y se mostrará la señal correspondiente.

- Para la medición de potencias, se utiliza un comando para graficar la señal de potencia en AC o DC, por eso no aparece el indicador para las potencias en la barra de menú.
- Para la corrida de la simulación se debe presionar el botón de inicio que es uno de color amarillo situado en la barra de menú, y antes elegir el tipo de análisis que se desea obtener en la simulación en el menú de “tipo de análisis”, cuyo botón queda a lado del de simulación.
- La simulación se la hace solamente una vez, no de manera continua como Multisim y lo que se puede modificar dentro de la corrida es las señales generadas durante la misma; si se cambia cualquier valor de elementos o de fuentes de alimentación, se debe volver a hacer la corrida para poder obtener los nuevos valores de las señales de voltaje y corriente.
- Antes de hacer la corrida de cualquier circuito se debe colocar el símbolo de tierra “ground” en el esquemático, ya que Pspice basa sus cálculos en el método de análisis de nodos.

El análisis de circuitos eléctricos mediante los software que se establecen como método para la resolución de los problemas planteados en las asignaturas de Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II nos ofrece una gama de elementos que ayudan a determinar los ramales de cada circuito para resolver y verificar, mediante el diseño y la simulación en las herramientas informáticas empleadas.

Cada software aporta un gran beneficio para los estudiante que harán usos de estos simuladores como son Multisim y Pspice, ya que permite aplicar los conocimientos y métodos de resolución adquiridos en las clases dictadas por el docente, de tal manera que se garantiza herramientas exactas para la demostración virtual de cada paso realizado en el proceso manual de la resolución de circuitos eléctricos.

6.4 Mimio

Mimio es una marca de una línea de productos de tecnología dirigidos al mercado educativo. Los principales productos se centran en los dispositivos informáticos de captura de pizarra. Dispositivos Mimio también permiten a los usuarios capturar todos los trazos de tinta que se escriben en la pizarra. Cuando se utiliza junto con un proyector de video que convierte a la superficie de la pizarra común en una pizarra totalmente interactiva.

6.4.1 Mimio interactivo

Es una herramienta que nos permite convertir una pizarra acrílica en una pizarra interactiva. También la pizarra interactiva se puede tener en cualquier superficie lisa (pared, vidrio, acrílico, etc.), utilizando los brackets de sujeción. La que nos permite interactuar con la información (software educativos interactivos) que manejamos en nuestra computadora o en Internet en tiempo real. Portabilidad (poder moverlo fácilmente de un lado a otro por solo pesar 400 gr.) Estar conectado a una red que permite que todas las computadoras puedan interactuar en tiempo real. Poder imprimir en cualquier impresora. Es la pizarra interactiva más económica del mercado. Contar con el respaldo del fabricante y brindar servicio técnico especializado.

6.4.2 Funcionamiento Mimio interactivo

- Fijar la barra interactiva mimio a cualquier pizarra (hasta 10,2 por 20,3 m).
- Conectar la barra interactiva mimio a su ordenador (USB o de forma inalámbrica) y su ordenador al proyector LCD.
- Calibrar la pizarra haciendo clic en cada uno de los 9 puntos de la pizarra con el ratón/lápiz mimio. Así la pizarra se volverá interactiva.
- Usar el ratón para controlar la pizarra, use el software mimio, otro software de su ordenador o explore la Web.

- Aprovechar las ventajas de las herramientas del software mimio para marcar pantallas, dibujar objetos, usar el contenido de mimio o crear sus propias lecciones personalizadas.



Figura 6.12: Barra Mimio USB + lápiz interactivo. (senfor.com, 2008)

Referencia: Pagina web www.senfor.com/default

La ubicación del lápiz se triangula y se registra 87 veces por segundo al tocar la pizarra. El mimio interactivo se pliega en menos de 24 cm de longitud para ofrecer una portabilidad fácil. Encender la barra interactiva mimio conectándola al puerto USB de su ordenador, use 4 pilas AA para disfrutar hasta 20 horas de uso. Se observa en la figura 6.12.

6.4.3 Mimio pad

El Mimio pad es un complemento ideal para las aulas que cuentan con alguna de las pizarras digitales interactivas mimio, permitiendo al docente andar libremente mientras mantiene el control de lo que ocurre con la pizarra y su PC. También es posible hacer circular el Mimio pad entre los alumnos, utilizar varios Mimio pad concurrentemente para concretar trabajos grupales y hasta utilizarlo autónomamente aprovechando todo el potencial del software mimio suite.

- Enlace inalámbrico con 10 m. de alcance

- Baterías recargables, con aproximadamente 16 hs de autonomía entre recargas
- Display LCD indicador de estado y 16 teclas de función reconfigurables

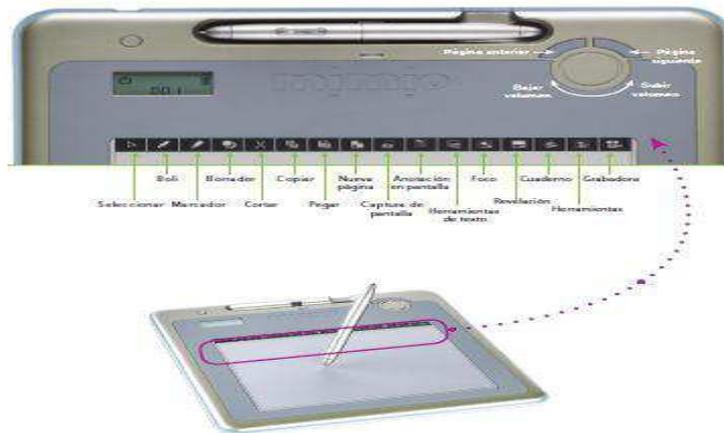


Figura 6.13: Guía de bloc Mimio Pad. (senfor.com, 2008)

Referencia: Pagina www.senfor.com/recursos/ficheros/mimio/mimiofadrefcard.pdf

Mimio pad permite ser utilizada sin necesidad de realizar ajuste alguno en el ordenador para poderla usar. La conexión inalámbrica del sistema funciona por radiofrecuencia a 2,4 Ghz y utiliza una antena propia con conexión USB, la cual evita conflictos con otros dispositivos y conexiones Wi-Fi o Bluetooth. Del mismo modo, tampoco es necesario instalar ningún software especial, dado que permite empezar a trabajar simplemente conectando la antena en un puerto USB libre. La tableta mimio pad permite acceder a las funciones más utilizadas del software Mimio Studio 9, así como controlar el contenido multimedia del software. El empleo de funciones habituales tales como anotar texto, usar herramientas de dibujo, capturar imágenes de la pantalla o controlar la ejecución de clips de video o sonido, son funciones que pueden realizarse con total libertad desde cualquier lugar del aula.

Como todos los productos Mimio, el sistema mimio pad está diseñado para ser cómodo y portátil. La forma de la tableta se adapta perfectamente a su mano, por lo que se tiene una sensación de naturalidad cuando se utiliza. Las teclas de acceso directo en la pantalla de mimio pad ofrecen acceso a las herramientas del software Mimio Studio 9 de forma rápida y sencilla. Se puede observar en la figura 6.13 y 6.14.

6.4.4 Características técnicas de Mimio pad

- Tableta Gráfica interactiva sin cable
- Interfaz por radiofrecuencia wireless 2,4 Ghz
- Área activa: 15 x 20 cm. aprox.
- 2000 lpi de resolución
- 1024 niveles de sensibilidad a la presión
- Alimentación del lápiz por batería AAA
- 16 teclas de acceso rápido
- Teclas especiales para control del volumen y paso de páginas
- Pantalla LCD para indicaciones de estado
- 16 horas de autonomía
- Receptor RF 2,4 Ghz USB incluido



Figura 6.14: Mimio pad wireless tablet. (gadgetmania.com, 2011)

Referencia: Pagina web www.noticiasdot.com/publicaciones/gadgetmania

6.5 Mimio wireless

El Mimio wireless es un extensor inalámbrico para la barra mimio que funciona por bluetooth para poder dar tus presentaciones con mayor comodidad a una distancia que es innecesario el uso de cables. Los usuarios ahora no tienen que preocuparse de tropezar con otro cable o si el cable USB es lo suficientemente largo para llegar desde el mimio Xi a sus equipos. El módulo inalámbrico se desliza en la parte inferior de la barra de mimio Xi (en sustitución del módulo de link USB) y proporcionar la conexión inalámbrica de la pizarra a la computadora.

El módulo inalámbrico mimio Xi se compone de:

- Un módulo mimio Xi que se desliza en la barra de captura.
- Una pequeña (1,5 "x 1" x 3 / 4 ") dongle única compatible (al módulo) en la casilla al final de un cable USB 12.10 pulgadas que se conectan en el puerto USB del ordenador.
- Un adaptador de CA para suministrar energía en curso si el consumo de energía de la batería no se desea.



Figura 6.15: Módulo Mimio wireless + receptor. (senfor.com, 2008)

Referencia: Pagina web www.senfor.com

El mimio Xi módulo inalámbrico utiliza 2.4 GHz DSSS (Direct Sequence Spread Spectrum) la tecnología de transmisión de la señal (similar a la tecnología de transmisión de 802,11 / Wi-Fi) en una configuración punto a punto que proporciona una conexión robusta sobre una distancia de 30 pies sin necesidad de línea de vista. Observar en la figura 6.15.

6.5.1 Guía de configuración del Mimio wireless

6.5.1.1 Indicador de estado de enlace

Verde: Se estableció un enlace inalámbrico entre la unidad y la computadora.

Ámbar: No hay un enlace inalámbrico entre el dispositivo mimio Xi y la computadora

Consulte la sección Solución de problemas.

Verde intermitente: La unidad se encuentra en proceso de aprendizaje.

6.5.1.2 Indicador de transmisión de datos

Verde intermitente lento: El sistema está inactivo.

Desactivado: No se comunican datos entre el dispositivo mimio Xi y la computadora.

Necesita consultar con la sección solución de problemas. Son un par de componentes

exclusivos que sólo se comunicarán entre sí. Esto permite que más de un mimio inalámbrico coexista en el mismo entorno sin causar problemas respecto de qué módulo inalámbrico se comunica con qué adaptador USB.

Ya que el módulo inalámbrico y el adaptador USB se diseñaron para trabajar exclusivamente como un par, no se puede intercambiar casualmente un módulo inalámbrico de un sistema inalámbrico con un adaptador USB inalámbrico de otro sistema y esperar que funcione; los componentes mixtos no se podrán comunicar a menos que hayan sido programados como par.

Un módulo inalámbrico sólo puede formar un par con un adaptador USB en un momento determinado; no se puede programar un módulo inalámbrico para que trabaje con múltiples adaptadores USB y viceversa.

6.5.1.3 Enlazar un módulo inalámbrico y un adaptador USB

Si usted posee múltiples dispositivos mimio inalámbricos y equivocadamente mezcla componentes de un módulo inalámbrico y un adaptador USB, puede volver a programar cualquiera de dichos pares manualmente, de esta manera trabajarán juntos de manera exclusiva a través de un proceso de aprendizaje. A continuación se describen los pasos del proceso de aprendizaje.

1. Encienda el mimio Xi (con el módulo inalámbrico).
2. Conecte el adaptador USB a un puerto USB disponible en su computadora.
3. Mantenga presionado el botón de enseñanza en el adaptador USB por 5 segundos para iniciar el proceso de aprendizaje (el led del adaptador USB comenzará a parpadear en verde).

4. Presione el botón de aprendizaje empotrado en el módulo inalámbrico con el extremo de un clip de papel para completar el proceso de aprendizaje. Se escuchará un sonido cuando el proceso de aprendizaje comienza.

5. La luz de estado de enlace empezará a emitir una verde intermitentemente mientras se lleva a cabo el proceso de aprendizaje. Una vez enlazado el módulo inalámbrico y el adaptador USB, a luz de estado de enlace se tornará de color verde sólido para identificar que los dos componentes están enlazados y que se estableció una conexión inalámbrica.

Si la luz de estado de enlace en el módulo inalámbrico es color ámbar, no puede realizarse una conexión inalámbrica entre el módulo inalámbrico y el adaptador USB. Se tendrá que realizar los siguientes pasos para establecer una conexión inalámbrica entre estos dos componentes inalámbricos de mimio.

1. Tengo asegurarse de conectar y encender la computadora.

2. Tengo asegurarse de que el adaptador USB esté conectado a un puerto USB disponible en su PC.

3. Tengo asegurarse de que mimio Xi esté encendido y que la luz de encendido esté verde. Si la luz es de color ámbar, cambie las cuatro baterías AA en la barra de captura mimio Xi.

4. Tengo que acercar el mimio Xi (con el módulo inalámbrico) a la computadora que tiene conectado el adaptador USB.

Si una vez realizados los pasos enumerados anteriormente si aún no puedo establecer una conexión inalámbrica, tengo que intentar desconectar el adaptador USB de la computadora y luego volverlo a insertar. Si esto me ayuda, tengo que seguir con los pasos descritos en la sección proceso de aprendizaje para volver a conectarme a el módulo inalámbrico y el adaptador USB. Si luego de completar el proceso de aprendizaje no logra realizar una

conexión inalámbrica, tengo que ponerme en contacto con el departamento de servicio técnico mismo de mimio.

6.5.1.4 Inalámbrico para una comodidad mayor

- **Posición flexible:** Con el módulo Mimio wireless, su ordenador puede colocarse a una distancia de hasta 10 mt de la pizarra (casi dos veces más lejos que con un cable USB).
- **Configuración rápida:** Se tiene que conectar el pequeño adaptador inalámbrico al puerto USB de su ordenador y reemplace el módulo USB de Mimio interactive Xi Bar por el módulo inalámbrico. Estará conectado al instante.
- **Funcionamiento seguro:** El receptor y el adaptador se sincronizan durante su producción, de forma que se comunican entre sí exclusivamente. No se producirán interferencias con otras redes o dispositivos inalámbricos.
- **Elija el sistema operativo:** Mimio wireless funciona con sistemas operativos de Windows, Macintosh y Linux.

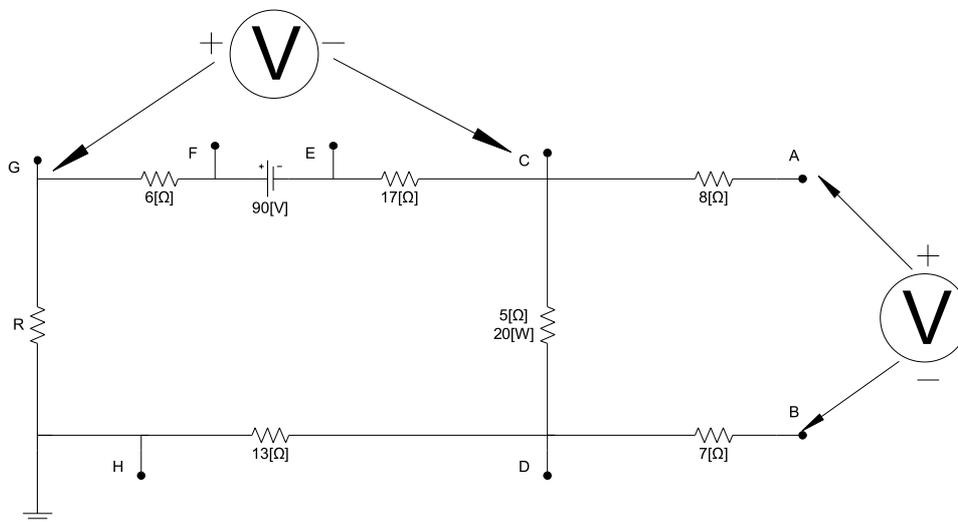
CAPÍTULO 7. EJERCICIOS USANDO EL SOFTWARE MULTISIM Y PSPICE

7.1 Ejercicios resueltos usando el software Multisim

1.- Determinése las lecturas de un voltímetro ideal conectado en la siguiente red a:

a) Las terminales A y B.

b) A las terminales C y G. La potencia promedio en el resistor de 5Ω es $20W$.



Solución:

La dirección de I a través del resistor se determina observando que la polaridad de la fuente de $90[V]$ requiere que la corriente pase de D a C. Por esto D es positiva con respecto a C y $V_{dc} = (2)(5) = 10[V]$.

Un voltímetro ideal indica (muestra) el voltaje sin consumir corriente alguna.

Puede considerarse que tiene una resistencia infinita.

a. Aplicando la L.K.V. en la trayectoria cerrada ACDBA nos da:

$$V_{AC} + V_{CD} + V_{DB} + V_{BA} = 0$$

$$0 - 10 + 0 - V_M = 0$$

$$V_M = -10[V]$$

Si el medidor es de tipo digital, indicará $-10[V]$. Un galvanómetro de bobina móvil tenderá a irse escala abajo, con la manecilla deteniéndose en el tope. Si se invierten las terminales, indicará $10[V]$.

b. La aplicación de L.K.V. en la trayectoria de CEFGC nos da:

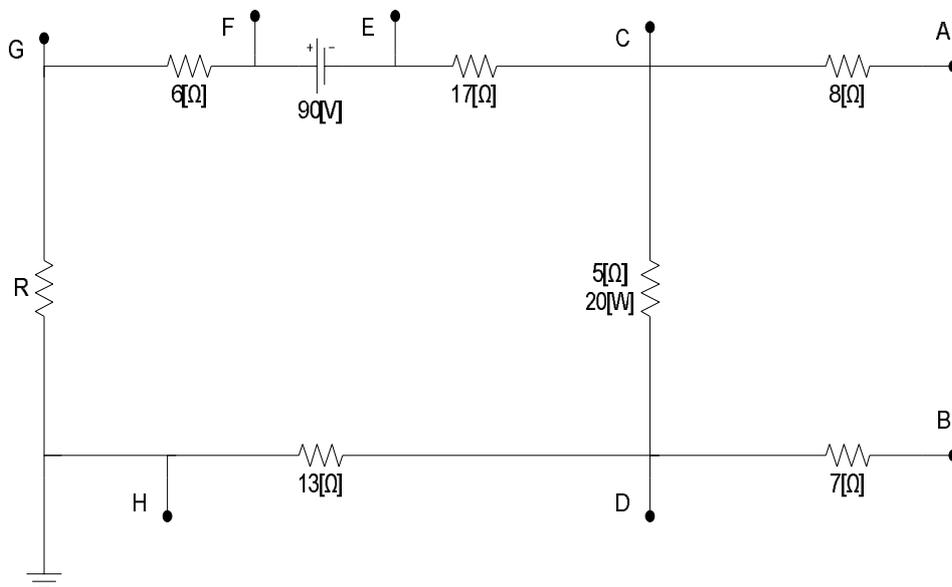
$$V_{CE} + V_{EF} + V_{FG} + V_{GC} = 0$$

$$2(17) - 90 + 2(6) + V_M = 0$$

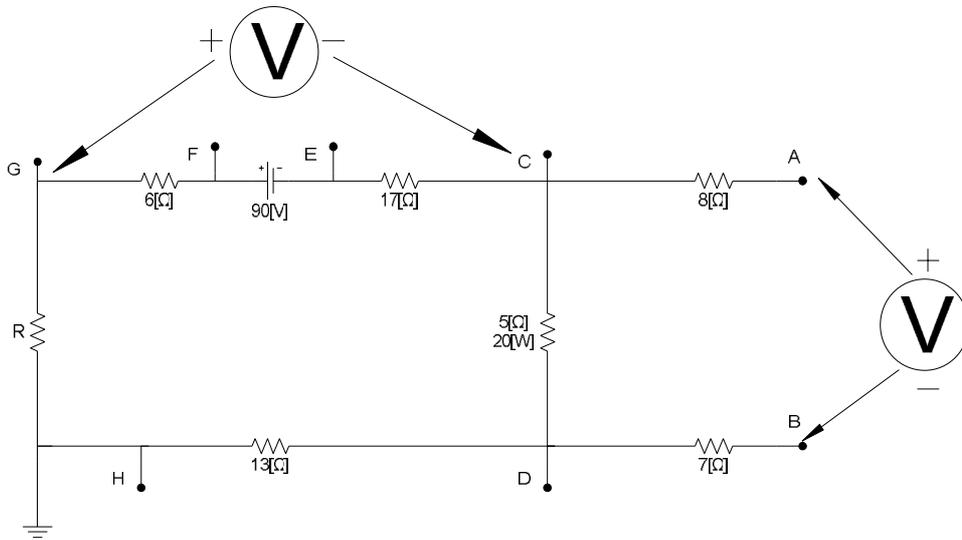
$$V_M = 44[V].$$

En este ejercicio solamente se tiene que colocar dos voltímetros en los terminales indicados en los literales a) y b) de este ejercicio y que se dibuja en el diagrama adjunto.

Así se tiene la red original sin colocar ningún instrumento de medición:

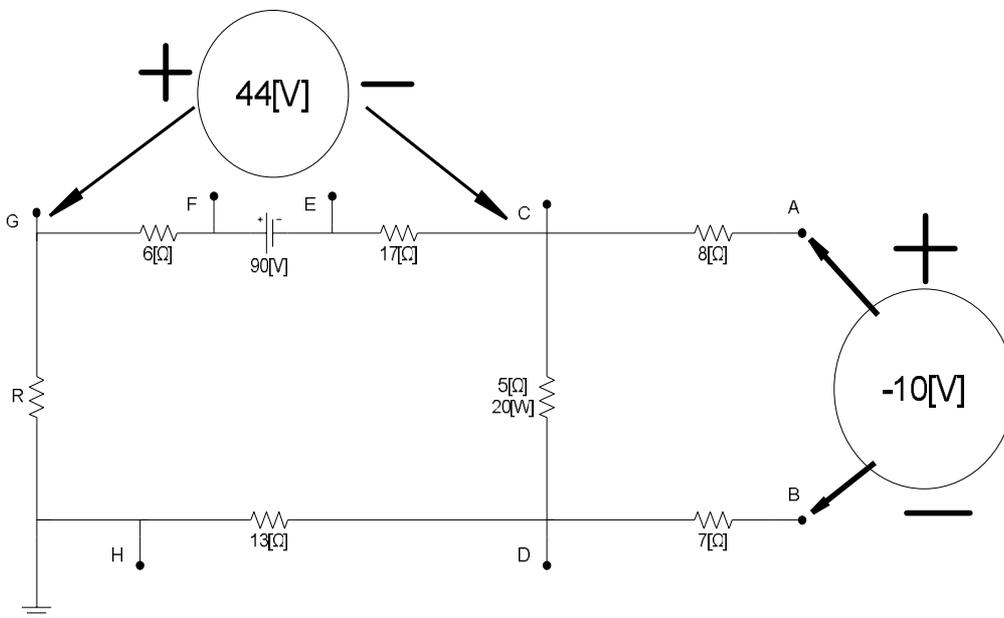


Aquí se tiene la red con los multímetros ya colocados en los terminales y posiciones correctas:



Como la fuente de voltaje es DC entonces los multímetros también deben ser DC.

Al correr la simulación se dan los valores teóricos que se obtuvieron:



$$V_2 + V_x = 0 \Rightarrow V_x = -V_2 = -10[V]$$

$$I_9 = \frac{V_x}{10} = -1[A]$$

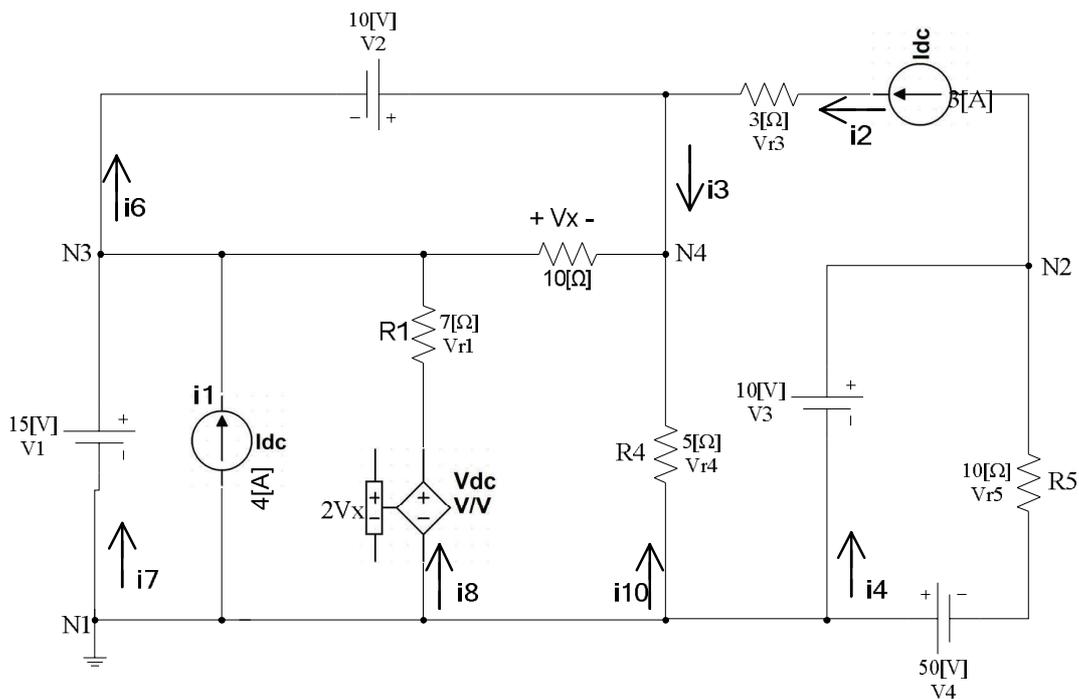
$$V_1 + V_2 + (-V_{R_4}) = 0 \Rightarrow V_{R_4} = 25[V]$$

$$I_{10} = \frac{V_{R_4}}{R_4} = \frac{25}{5} = 5[A]$$

$$N_4 = I_3 + I_9 = I_{10} \Rightarrow I_3 = 6[A]$$

$$V_{R_3} = R_3 - I_2 = 9[V]$$

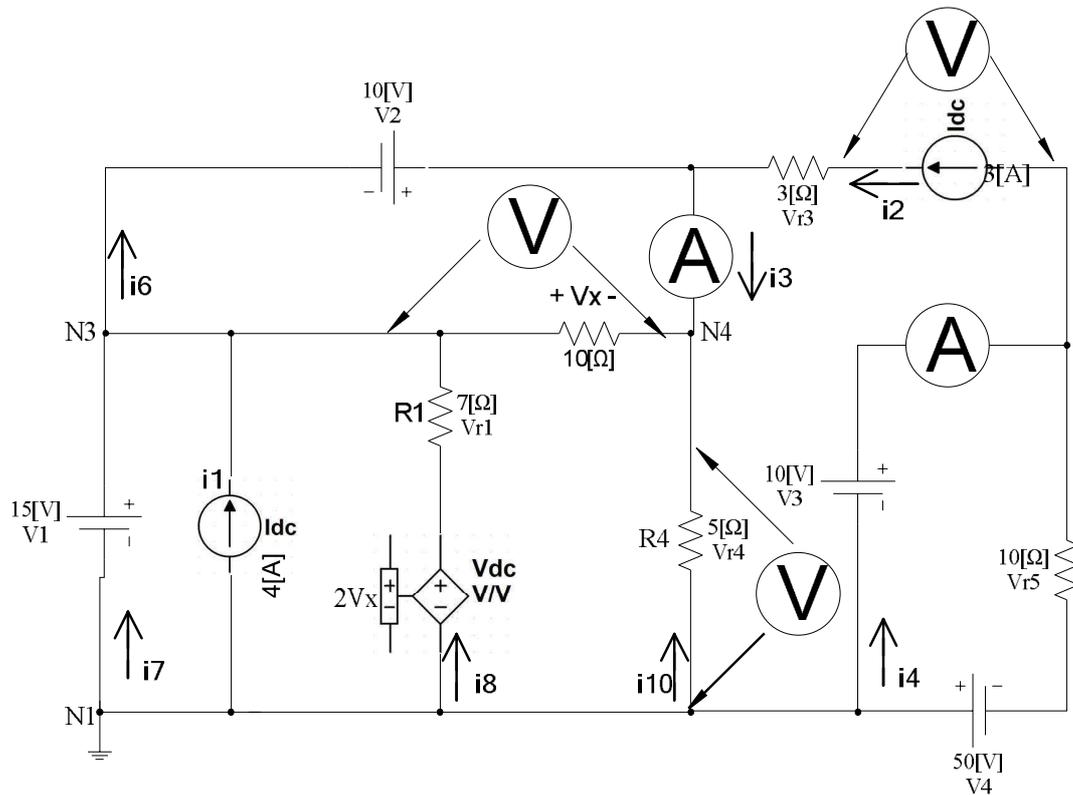
Se muestra la red sin instrumentos de medición:



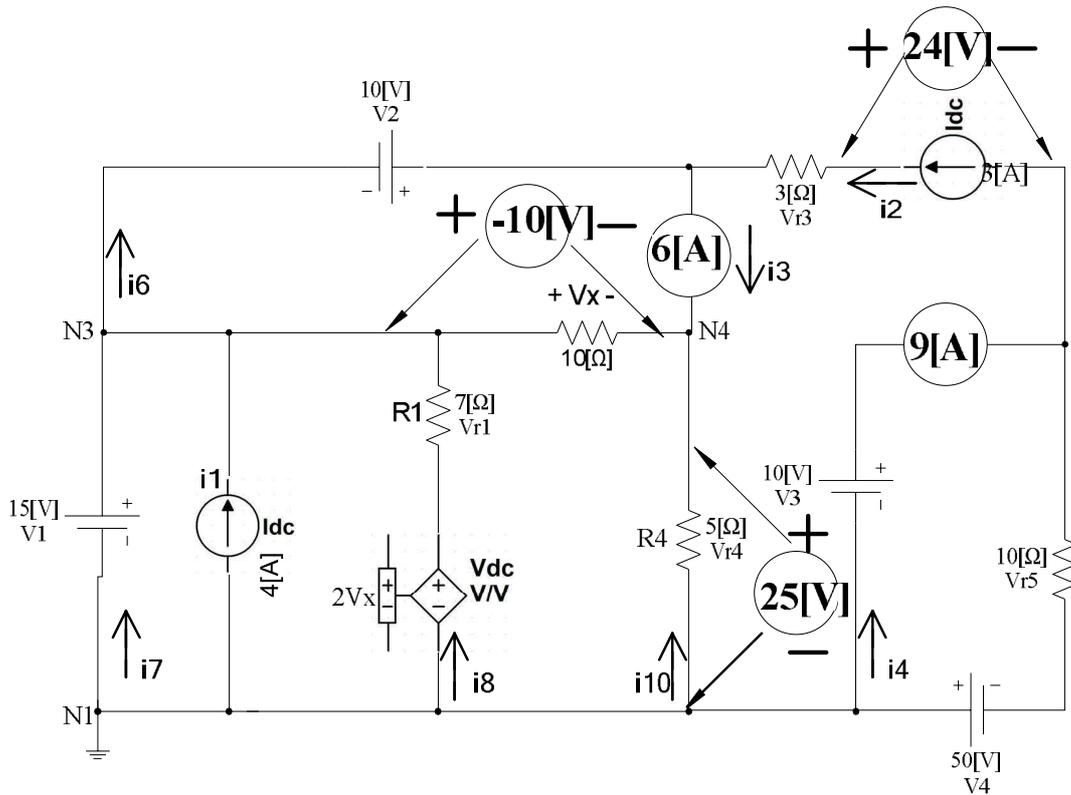
Para calcular los voltajes V_X , V_{R4} y V_{f3A} se necesitan colocar multímetros DC en los terminales marcados y con las polaridades señaladas. Además como las fuentes de voltaje y corriente tanto independientes como dependientes son todas DC, los instrumentos de

medición también son DC.

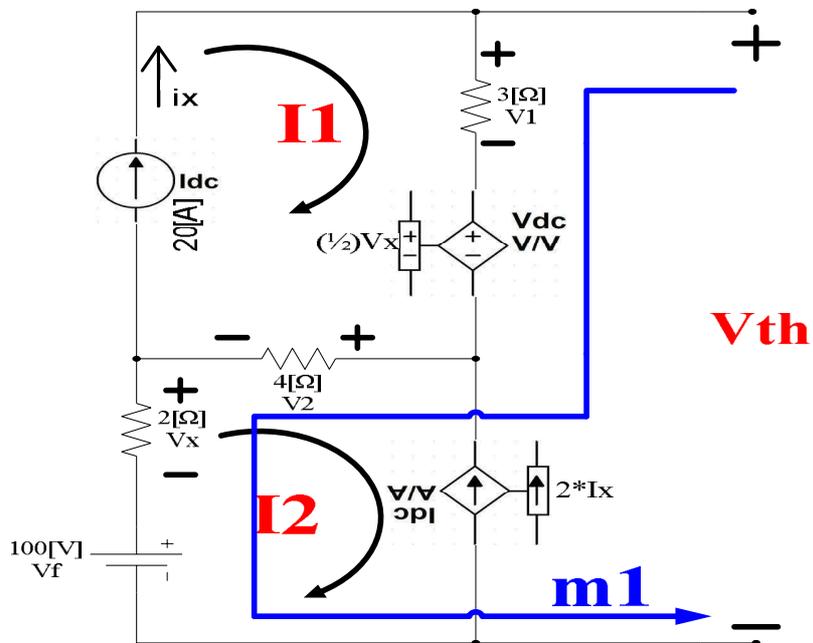
Para calcular las corrientes I3 e I4 se utilizan amperímetros conectados en serie en el camino donde circula la corriente marcada.



Al correr la simulación leemos los valores de los instrumentos de medición:



3.- Halle el equivalente de Thevenin y el equivalente de Norton para red.



Solución:

Se utilizara ecuaciones del método de mallas para encontrar los parámetros de las fuentes controladas.

$$I_x = 20[A]$$

$$I_1 = I_x = 20[A]$$

$$I_2 = -2I_x = -40[A]$$

$$V_x = -2I_2 = -80[V]$$

$$V_1 = 3I_1 = 60[V]$$

$$V_2 = 4(I_1 - I_2) = 240[V]$$

Para encontrar el voltaje, se puede plantear la siguiente ecuación de malla:

$$m: V_{TH} - V_1 - \frac{1}{2}V_x - V_2 - V_x - 100 = 0$$

$$V_{TH} = V_1 + V_2 + 100 + \frac{3}{2}V_x = 520[V]$$

Para halla la impedancia de Thevenin, se reducen a cero las fuentes independientes:

$$V_x = 2I_f$$

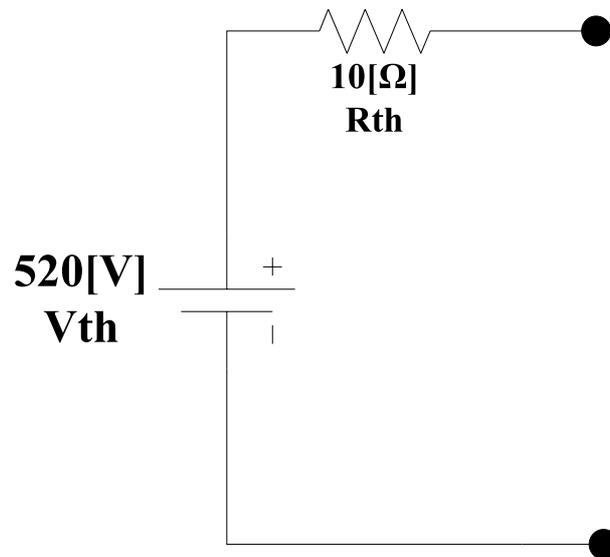
$$m: V_f - \frac{1}{2}V_x - V_x - (4 + 3)I_f = 0$$

$$\Rightarrow V_f = \frac{3}{2}V_x + 7I_f = \frac{3}{2}(2I_f) + 7I_f$$

$$\Rightarrow V_f = 10I_f$$

$$R_{TH} = \frac{V_f}{I_f} = \frac{10I_f}{I_f} = 10[\Omega]$$

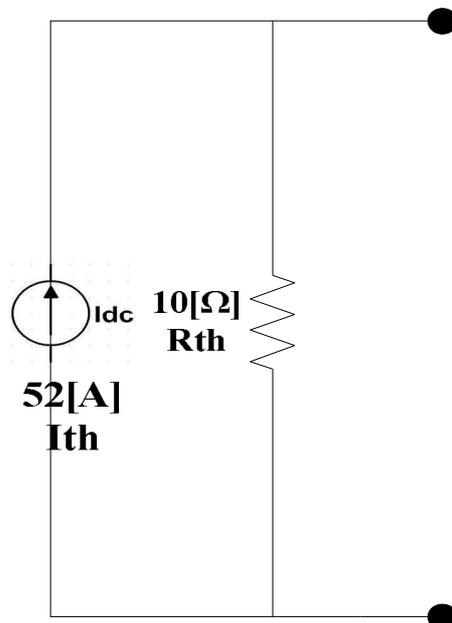
Finalmente el equivalente de Thevenin de la red, queda:



$$V_{TH} = 520[v]$$

$$R_{TH} = 10[\Omega]$$

El equivalente Norton es:

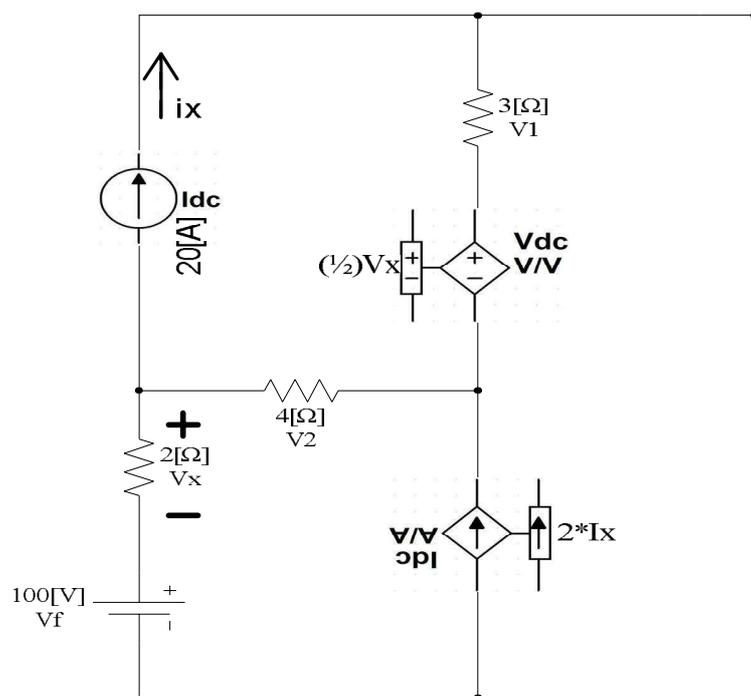


$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} = 52[A]$$

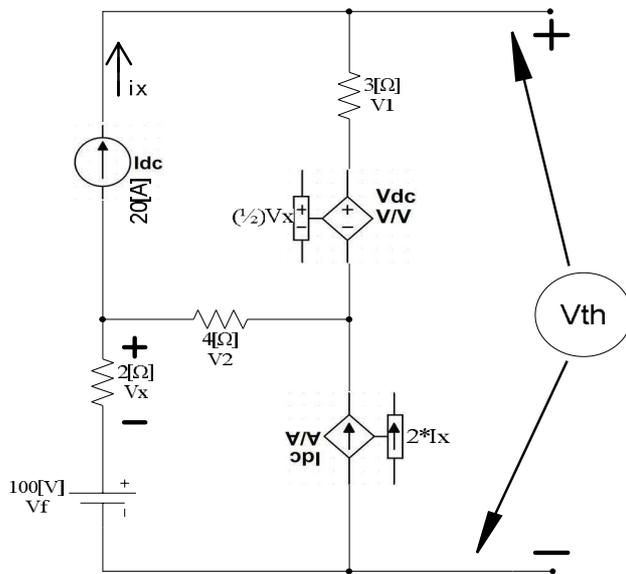
$$R_N = R_{TH} = 10[\Omega]$$

A partir del equivalente de Thevenin se puede obtener el equivalente Northon. En el caso del equivalente de Thevenin se debe medir el voltaje de circuito abierto en los terminales marcados y de nuevo como todas las fuentes en la red son DC se utiliza instrumentos de medición en DC.

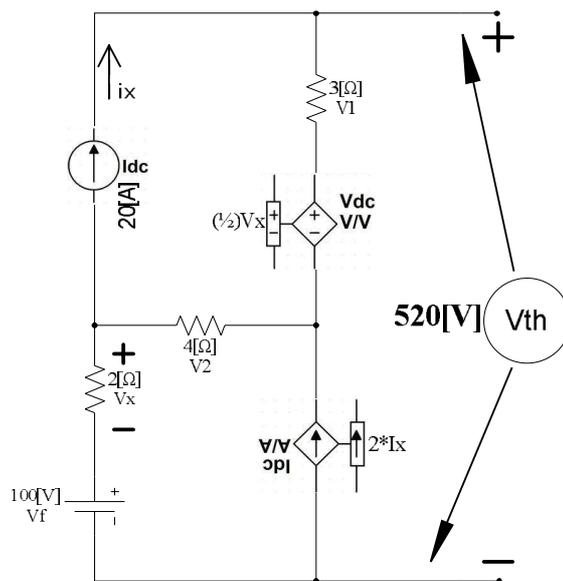
La red sin medidores es:



Colocando el voltímetro para medir el voltaje de Thevenin, se tiene:



El voltaje de Thevenin da:

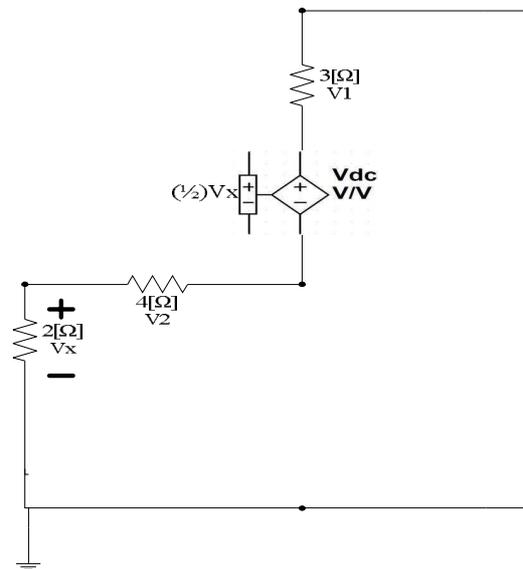


Para calcular la resistencia equivalente de Thevenin se debe reducir a cero las fuentes de voltaje y corriente en la red. Eso quiere decir que las fuentes de voltaje independientes se deben cortocircuitar y las fuentes de corriente independientes se deben poner en circuito abierto.

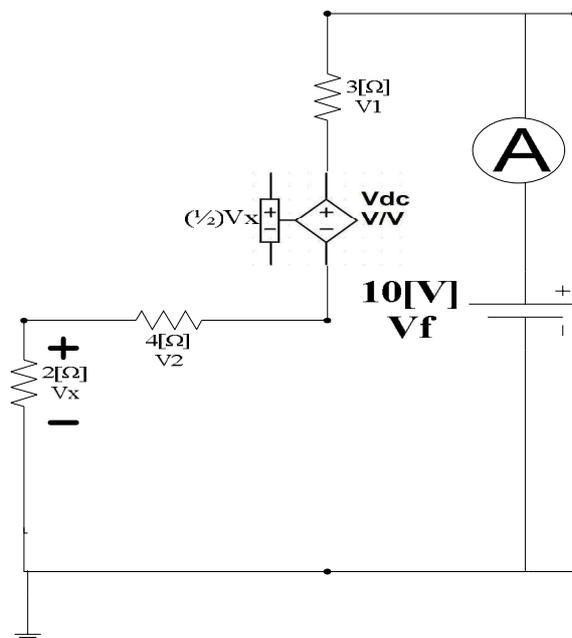
Si existen fuentes de voltaje o de corriente dependientes, se las reduce a cero si la variable

que controla a esas fuentes se elimina al quitar las fuentes independientes, caso contrario las fuentes dependientes quedan en su lugar original.

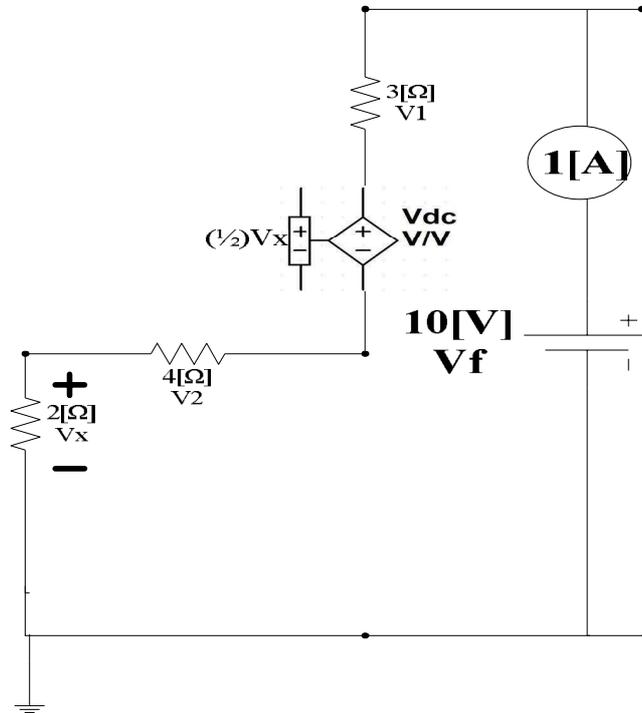
La red equivalente para calcular la resistencia de Thevenin queda:



Una vez colocados la fuente de voltaje auxiliar y el amperímetro se toma la medición para calcular la resistencia equivalente de Thevenin:

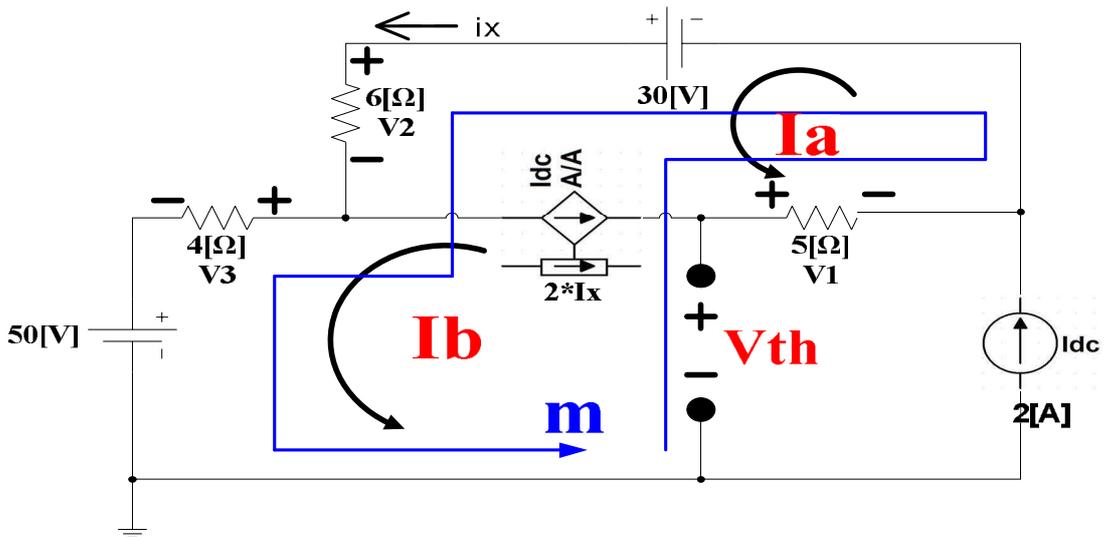


Aplicando la Ley de Ohm se puede calcular la resistencia de Thevenin:



Dando un valor de $10 [\Omega]$.

4.- Determine el equivalente de Thevenin y el equivalente de Norton de la siguiente red.



Solución:

Se utiliza las corrientes de mallas para encontrar los parámetros internos de las fuentes controladas y los voltajes intermedios para hallar el voltaje de Thevenin:

$$I_b = 2[A]$$

$$I_x = I_a$$

$$2I_x = I_a - I_b \Rightarrow 2I_a = I_a - I_b \Rightarrow I_b = -I_a$$

$$I_a = -2[]A$$

$$m: V_{TH} - V_1 + 30 - V_2 - V_3 - 50 = 0$$

$$V_1 = 5(I_a - I_b = -20[V])$$

$$V_2 = 6I_a = -12[V]$$

$$V_3 = 4I_b = 8[V]$$

$$\Rightarrow V_{TH} = V_1 + V_2 + V_3 + 20 = -4[V]$$

Para hallar la impedancia de Thevenin, se reducen a cero las fuentes independientes:

$$I_a = -I_x$$

$$I_b = -I_f$$

$$2I_x = I_b - I_a \Rightarrow -2I_a = I_b - I_a$$

$$\Rightarrow I_b = -I_a$$

$$I_a = I_f$$

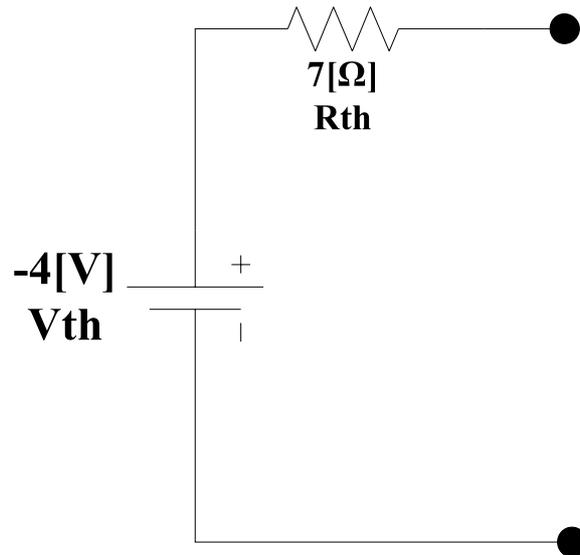
$$m: V_f + I_a(5) + I_a(6) + I_b(4) = 0 \Rightarrow V_f = -11I_a - 4I_b$$

$$\Rightarrow V_f = -11I_f + 4I_f = -7I_f$$

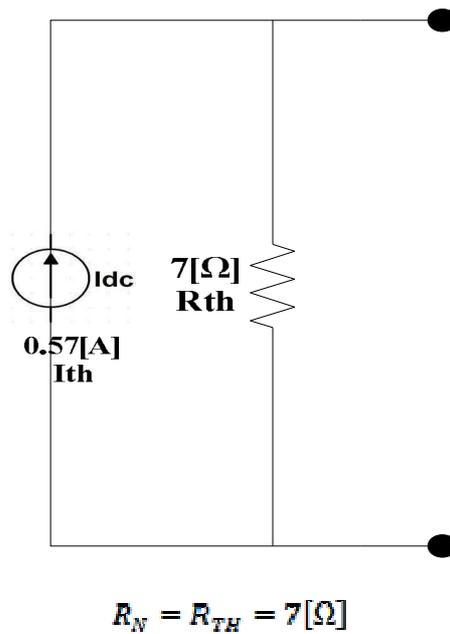
$$R_{TH} = \frac{V_f}{I_f} = \frac{-7I_f}{I_f} = -7[\Omega] \Rightarrow 7[\Omega]$$

$-7[\Omega]$: La impedancia de Thevenin puede resultar negativa siempre y cuando en la red se haya reducido a cero las fuentes independientes y queden fuentes controladas en su estructura, caso contrario nunca debería quedar negativa.

Finalmente el equivalente Thevenin, queda:

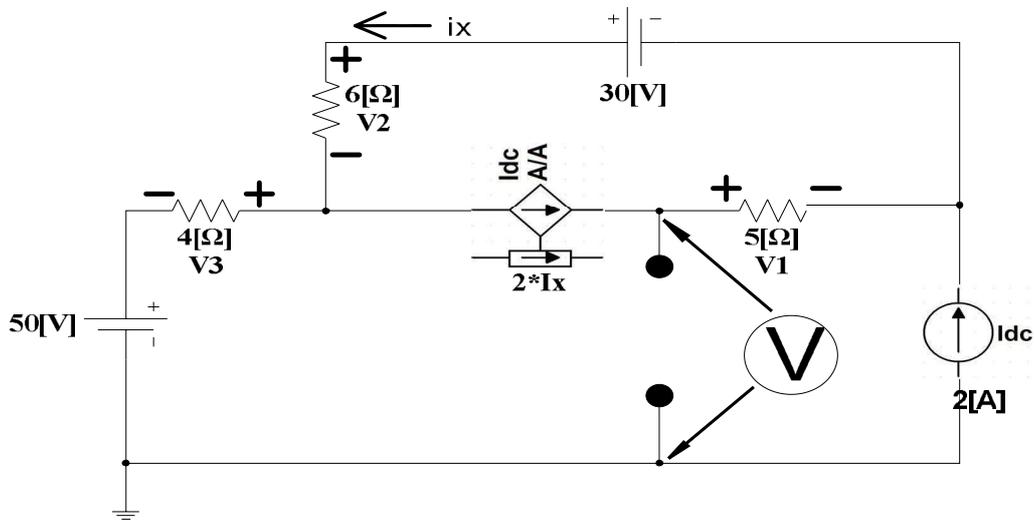


Finalmente el equivalente de Norton, queda:



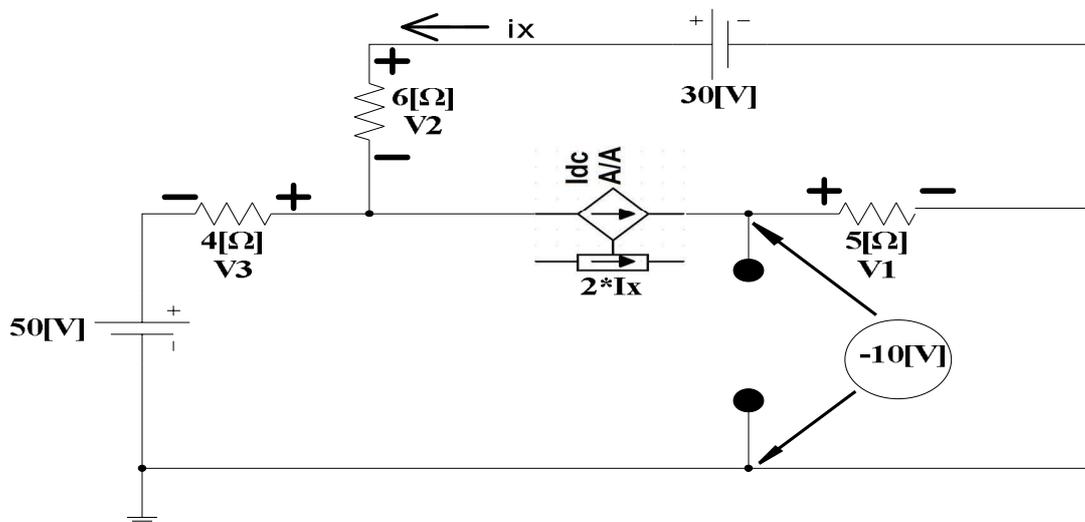
$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_N} = \frac{4}{7} [A] \cong 0.57 [A]$$

De nuevo en este circuito se debe colocar un voltímetro DC en los terminales señalados y con la polaridad indicada para tomar la lectura de voltaje a circuito abierto. La red sin instrumentos de medición es:



La red con el multímetro colocado en el lugar indicado es:

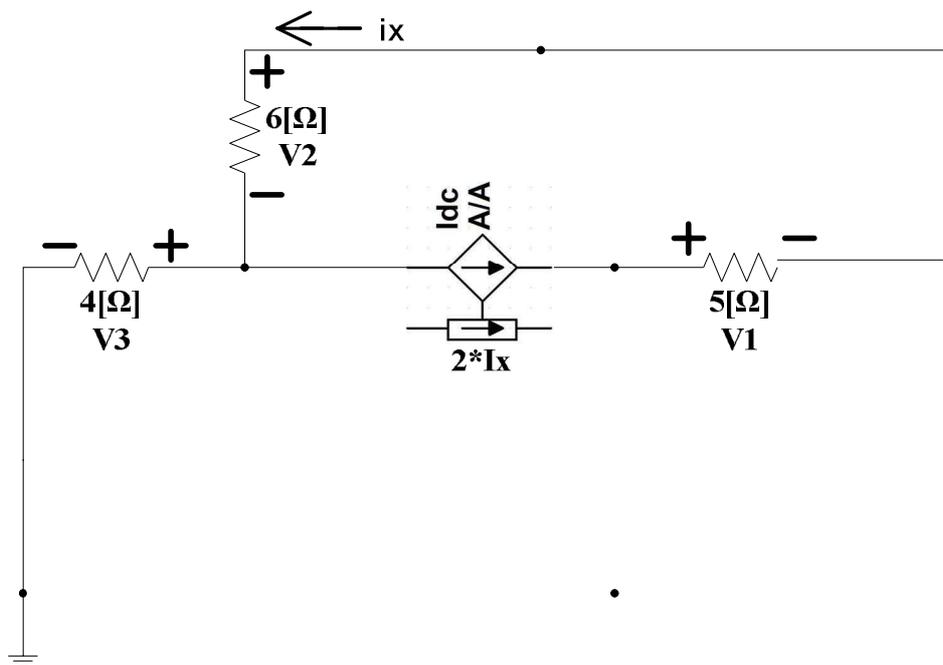
Tomada una vez la medición, obtenemos la siguiente medida:

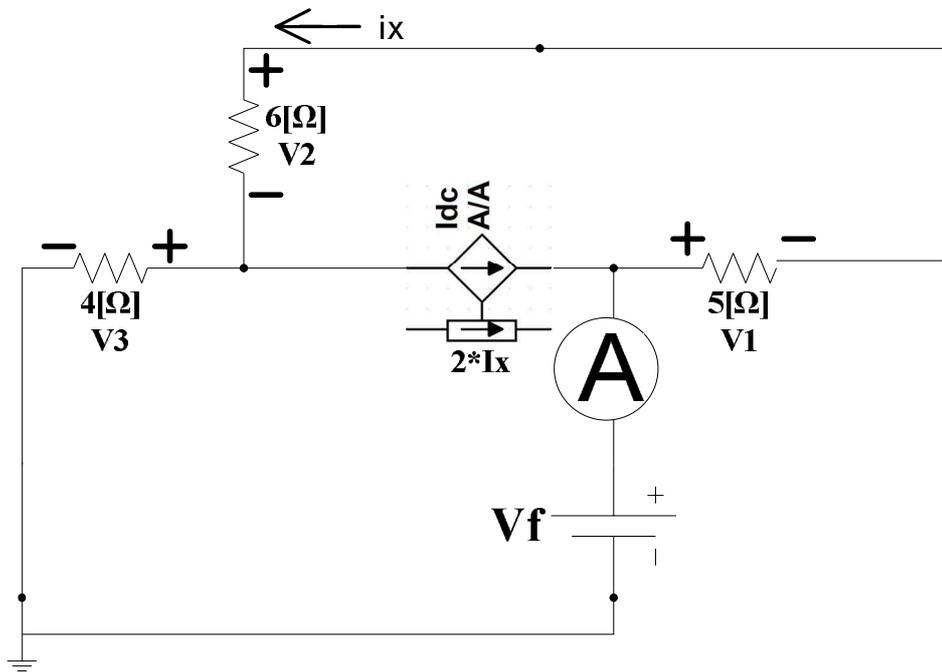


Para calcular la resistencia equivalente de Thevenin se debe reducir a cero las fuentes de voltaje y corriente en la red. Eso quiere decir que las fuentes de voltaje independientes se deben cortocircuitar y las fuentes de corriente independientes se deben poner en circuito abierto.

Si existen fuentes de voltaje o de corriente dependientes, se las reduce a cero si la variable que controla a esas fuentes se elimina al quitar las fuentes independientes, caso contrario las fuentes dependientes quedan en su lugar original.

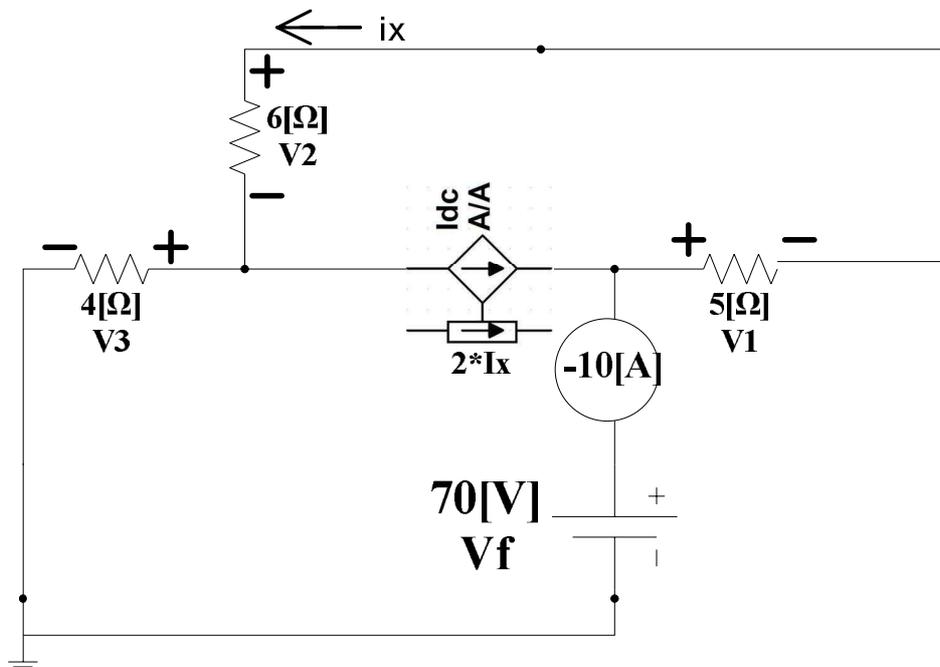
La red equivalente para calcular la resistencia de Thevenin queda:





La red con la fuente auxiliar y el amperímetro, queda:

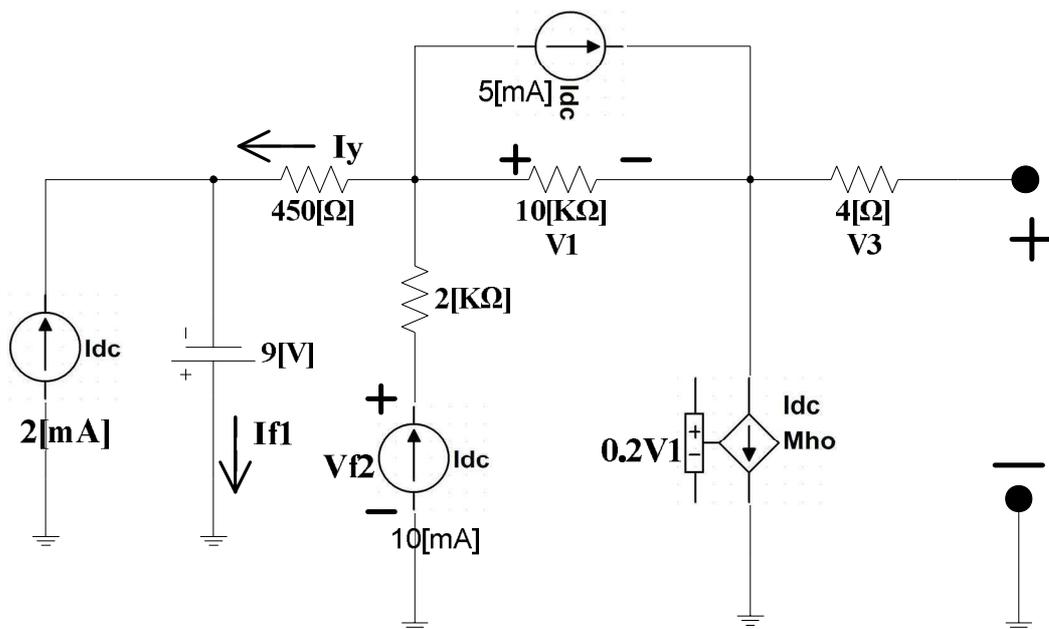
Y al tomar las mediciones tenemos:



Lo que concuerda con los resultados teóricos obtenidos, y en este caso da una resistencia negativa de $-7 \text{ } [\Omega]$ debido a que en la red eléctrica se tiene fuente controlada de corriente y la misma no queda eliminada cuando se toma la lectura de la resistencia equivalente de Thevenin.

5.- Para el circuito mostrado, usando solo transformaciones de fuentes y las reducciones necesarias, determinar:

- $V1, Vx, Vy.$
- Potencia entregada por la fuente de 9 [V] .
- Potencia consumida por la fuente de 10 [mA] .



Solución:

Elementos redundantes $\left\{ \begin{array}{l} - \text{Fuente de } 2 \text{ [mA]} \text{ (en paralelo con } 9 \text{ [V])} \\ - \text{Resistor de } 2 \text{ [K}\Omega\text{]} \text{ (en serie con } 10 \text{ [mA])} \end{array} \right\}$

Realizando las transformaciones de fuentes respectivas:

$$V_{ab} = V_1$$

a) Aplicando la L.K.V.:

$$-4.5 - 450I - 10KI + 50 - V_x = 0$$

Pero: $V_{ab} = -50 + 10KI$; $I = 0.2V_{ab}$

$$\Rightarrow V_{ab} = -10K(0.2V_{ab}) = -50$$

$$V_{ab} = 0.02501[V]$$

$$V_1 = 0.02501[V]$$

$$-4.5 - 450(0.2V_1) - 10K(0.2V_1) + 50 = V_x$$

$$V_x = -6.77[V]$$

En nodo A: $I_Y = (10 * 10^{-3}) - 0.2V_1 \Rightarrow I_Y = 5[mA]$

b) $I_{f1} = (2 * 10^{-3}) + I_Y \Rightarrow I_f = 7[mA]$

$$P_{9[V]} = 9I_{f1} = 63[mW]$$

c) $V_{f2} = -9 + 450I_Y + 2K(10 * 10^{-3}) = -9 + 450(5 * 10^{-3}) + 20$

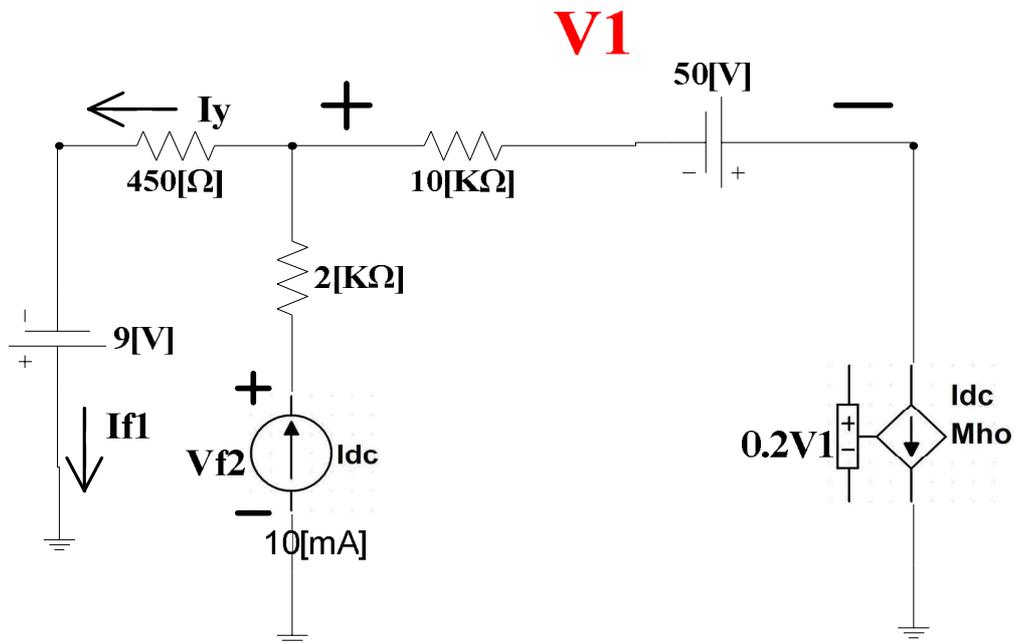
$$V_{f2} = 13.25[V]$$

$$P_{10[mA]} = (10 * 10^{-3})V_{f2} = 132.5[mW] \text{ Suministrados}$$

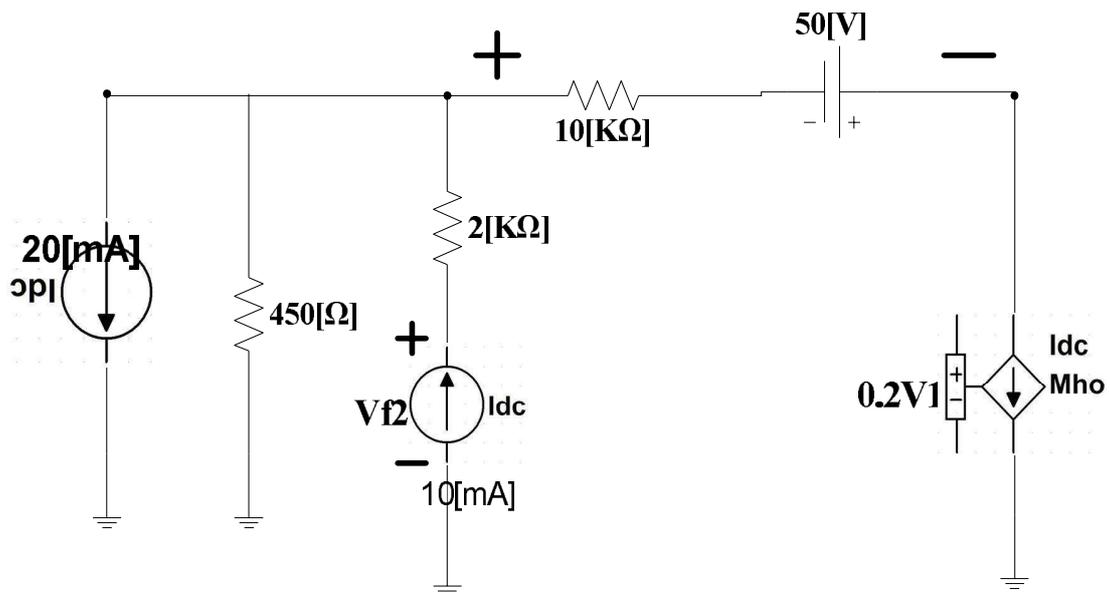
Para calcular la corriente I_Y y los voltajes V_X y V_1 se necesita realizar las transformaciones de fuentes y elementos redundantes en serie y en paralelo, tal como se muestra a continuación:

Se eliminan los elementos redundantes como lo son la fuente de 2 [mA] en paralelo con la de 9 [V] y el resistor de 2 [KΩ] en serie con la fuente de corriente de 10 [mA]. Luego se

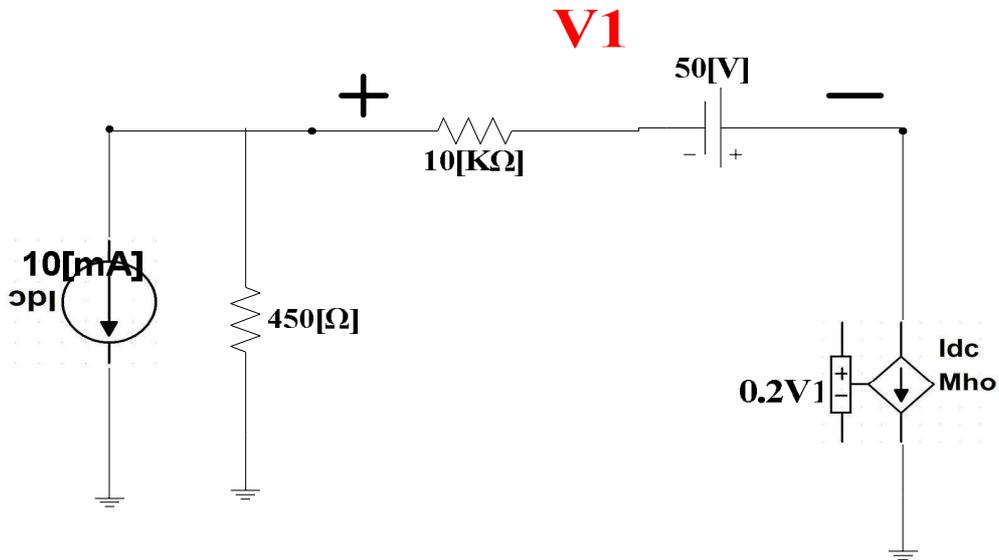
hace la transformación de fuente de 5 [mA] con el resistor de 10 [KΩ], tal como se muestra en la figura.



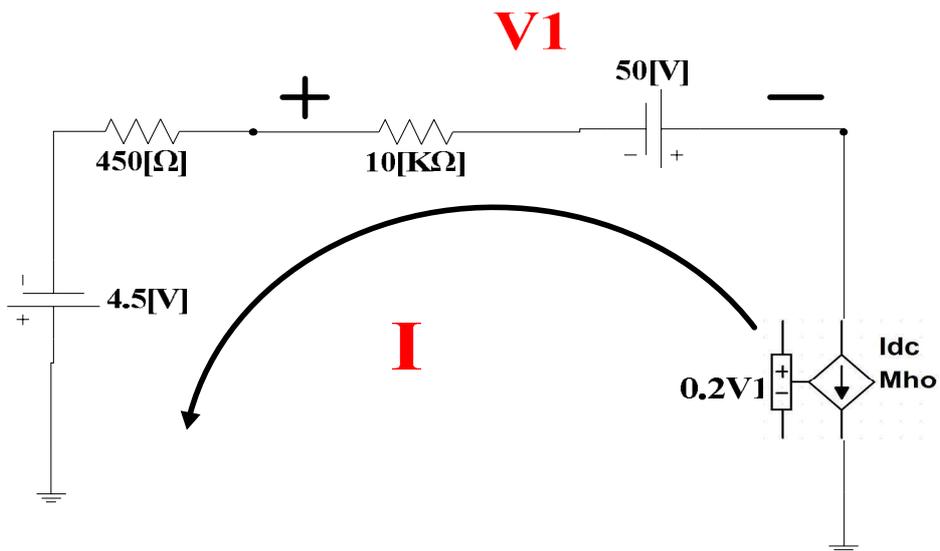
Luego se convierte la fuente de 9 [V] con el resistor de 450 [Ω] en una fuente de corriente de 20 [mA] con el mismo resistor en paralelo, tal como lo muestra la figura:



Las fuentes de 20 [mA] y 10 [mA] se suman algebraicamente considerando sus direcciones quedando una sola fuente de corriente en su lugar:



Finalmente, se transforma la fuente de 10 [mA] que queda con el resistor de 450 [Ω] en una fuente de voltaje equivalente dando una red de una sola malla en la que se puede aplicar la Ley de Kirchoff de voltajes para calcular el voltaje VX:

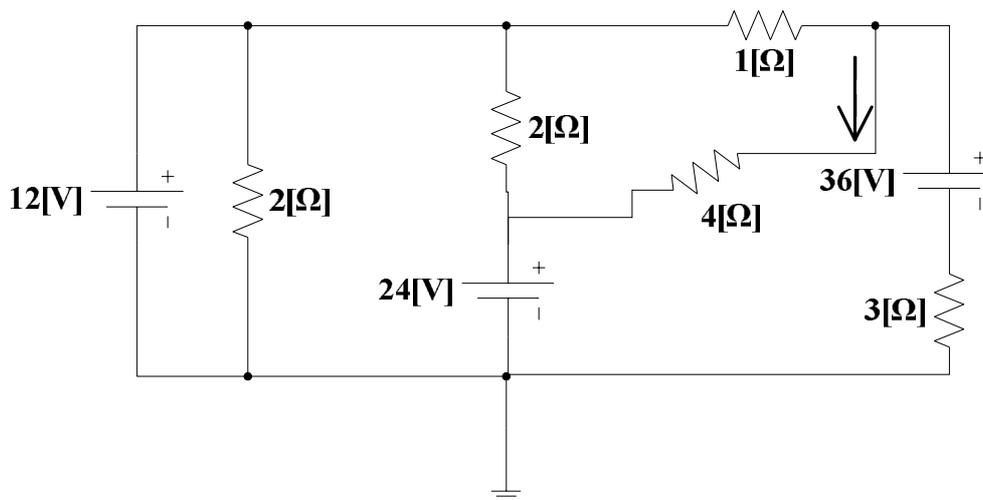


Finalmente como se tiene la corriente I_Y se puede encontrar el valor de la corriente que atraviesa la fuente de 9 [V], y con eso se calcula el valor de la potencia entregada por esta fuente de voltaje (63 [mW]).

Teniendo el valor de V_1 y el valor de la fuente de corriente $0.2V_1$ se puede aplicar una malla con la L.K.V. para obtener la caída de tensión en la fuente de 10 [mA] (13.25 [V]), con esto la potencia que ella entrega es de 132.5 [mW].

6.- En el circuito adjunto:

- Calcular la corriente I_x aplicando el principio de superposición.
- Sin usar mallas y nodos, calcular los voltajes V_{ab} y V_{cd} .
- Calcular la potencia entregada por la fuente de 12(V).

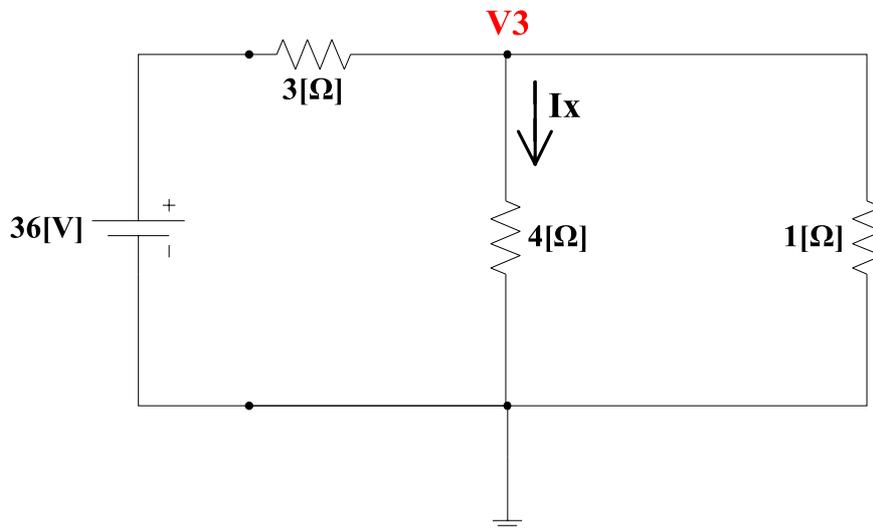


Solución:

a) Fuente 12[V]

$$V_1 = 12 \left[\frac{\frac{(4)(3)}{4+3}}{1 + \frac{(4)(3)}{4+3}} \right] = 12 \left[\frac{12/7}{7+12} \right] = 12 \left(\frac{12}{19} \right) = \left(\frac{144}{19} \right) [V]$$

$$I_x' = \frac{V_1}{4} = \frac{36}{19} [A]$$



$$V_2 = 24 \left[\frac{4}{4 + \frac{3}{4}} \right] = \frac{384}{19} [V]$$

$$I_x = -\frac{V_2}{4} = -\frac{96}{19} [A]$$

Fuente 36[V]

$$V_3 = 36 \left[\frac{\frac{4}{5}}{3 + \frac{4}{5}} \right] = \frac{144}{19} [V]$$

$$I_X'' = \frac{V_3}{4} = \frac{36}{19} [A]$$

Finalmente: $I_X = I_X' + I_X'' + I_X''' = -1.2632A [A]$

$$V_x = 36 - 4I_x - 24 = 17.0528[V]$$

$$V_a - 12 - V_x - V_b = 0 \Rightarrow V_a - V_b = 12 + V_x$$

$$\Rightarrow V_{ab} = 29.0528[V]$$

$$V_c - 36 + V_x - V_d = 0 \Rightarrow V_c - V_d = 36 - V_x$$

$$\Rightarrow V_{cd} = 18.9472[V]$$

$$24 - V_Y - 12 = 0 \Rightarrow V_Y = 12[V]$$

$$I_b = \frac{V_Y}{2} = 6[A]$$

$$I_Y = \frac{V_x}{3} = 5.68423[A]$$

En nodo C: $I_a = I_x - I_Y = -6.9475[A]$

$$I_c = \frac{12}{2} = 6[A]$$

En nodo a: $I = I_a - I_b + I_c = -6.9475 []A$

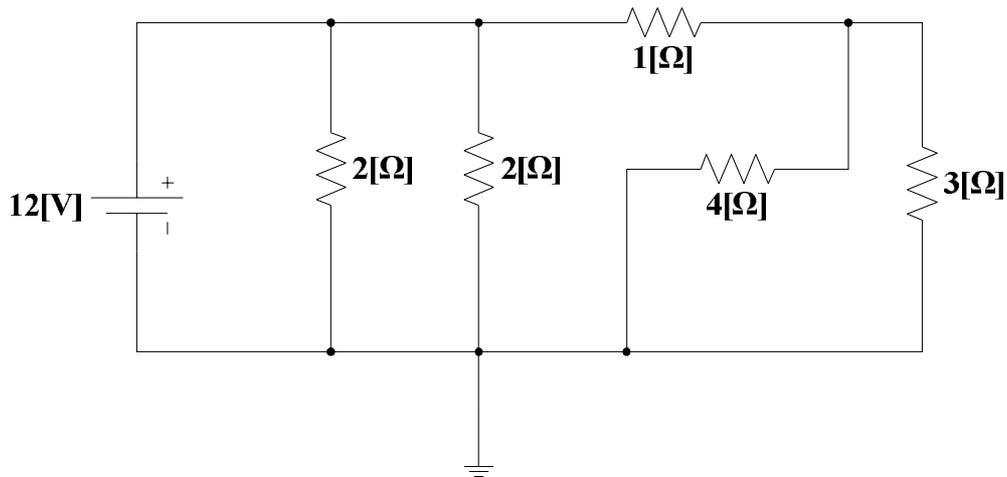
$$P_{12[V]} = 12I = -83.4[W] \text{ Entregados}$$

$$P_{12[V]} = 83.4[W] \text{ Consumidos}$$

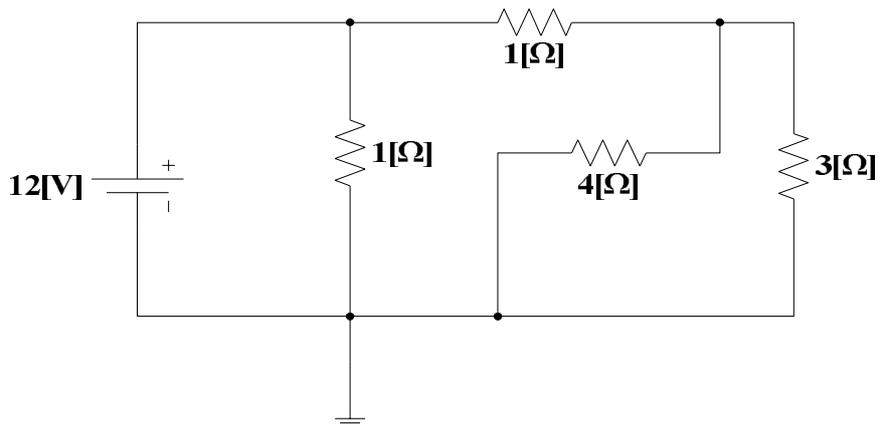
Como se puede observar en el circuito existen tres fuentes independientes de voltaje y

como piden el valor de la corriente I_X utilizando el teorema de superposición, se debe analizar para cada fuente por separado (haciendo que las otras dos se cortocircuiten por ser fuentes de voltajes). Cuando actúe cada fuente por separado se deberá reducir el circuito resultante utilizando los conceptos de resistores en serie y resistores en paralelo.

Para el primer caso, la fuente de 12 [V]:

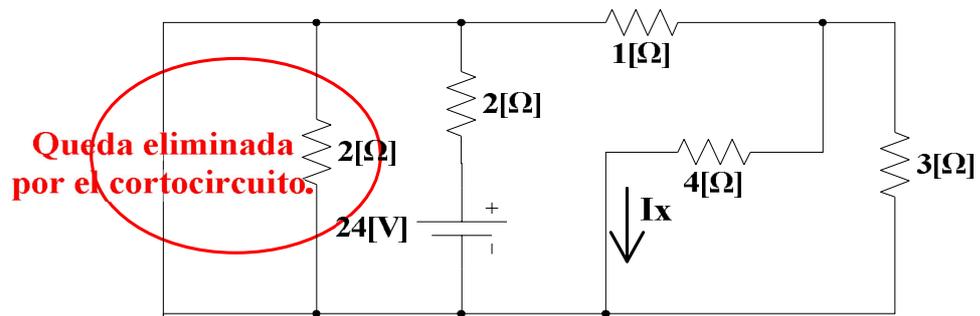


Se puede ver que los dos resistores de 2 [Ω] están en paralelo, por tanto se los puede reducir:



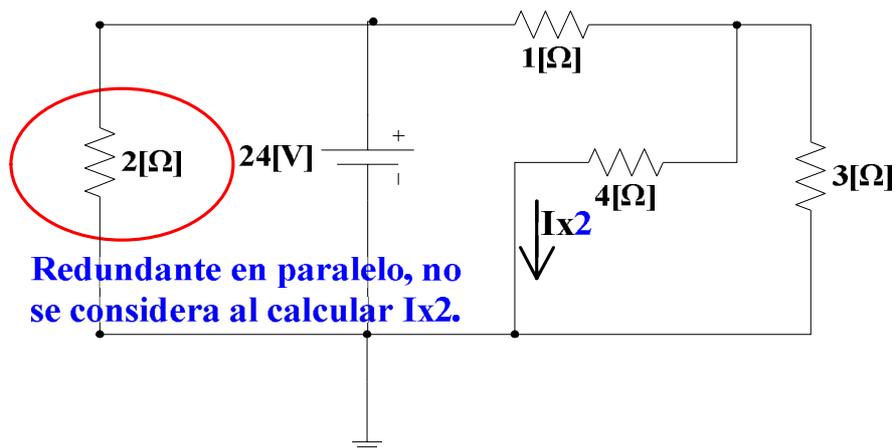
Al hacer los cálculos esta corriente da un valor de: 1.8947 [A].

Para el segundo caso, la fuente de 24 [V]:



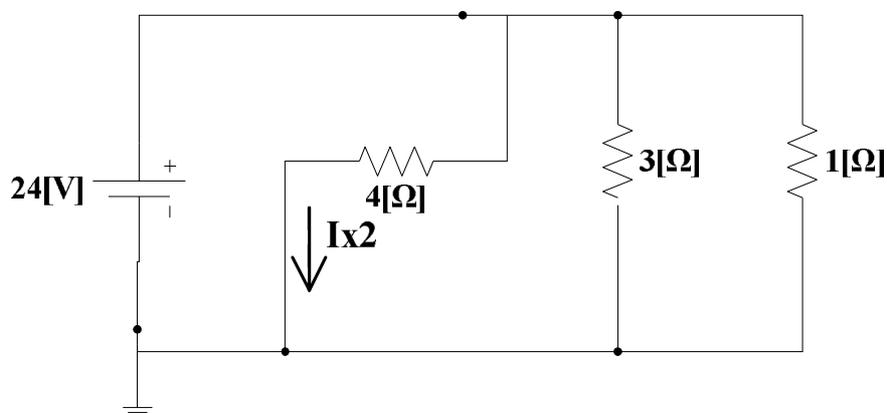
El resistor de $2[\Omega]$ en serie con la fuente de voltaje queda en paralelo con ella luego de quitar el resistor de $2[\Omega]$ por el cortocircuito.

La red queda de la siguiente manera:



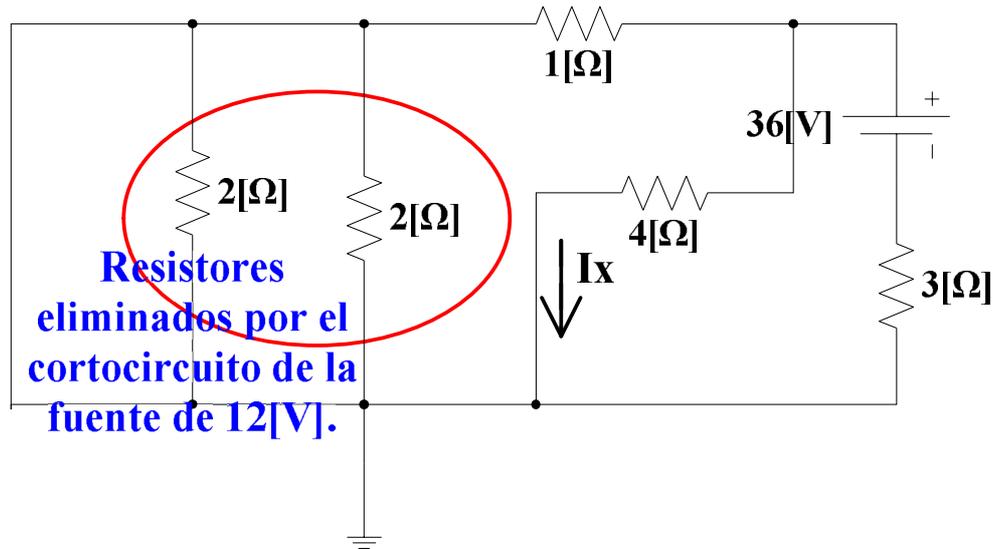
Redundante en paralelo, no se considera al calcular I_{x2} .

La red queda finalmente de la siguiente manera:

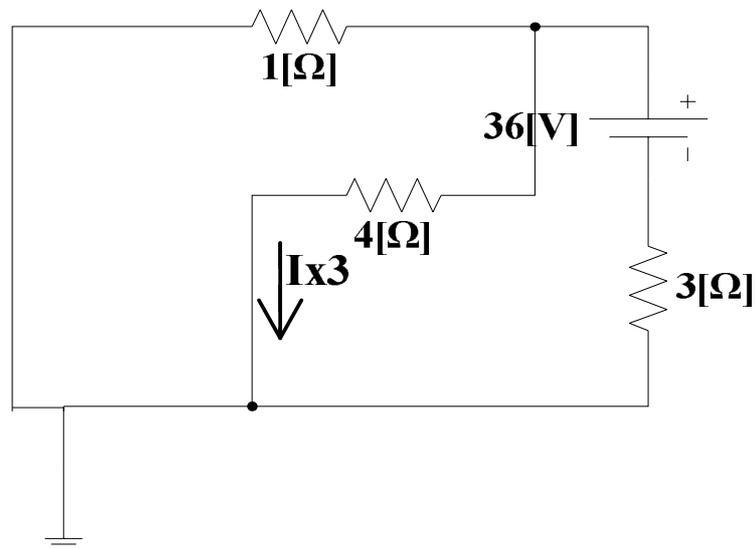


Se debe considerar que R18 y R20 están en paralelo en la red, y al aplicar divisor de tensión para R19 y luego la respectiva Ley de Ohm para R19 podemos determinar el valor de I_{X2} el cual es: -5.0526 [A].

Para el tercer caso, la fuente de 36 [V]:



La red queda de la siguiente manera:

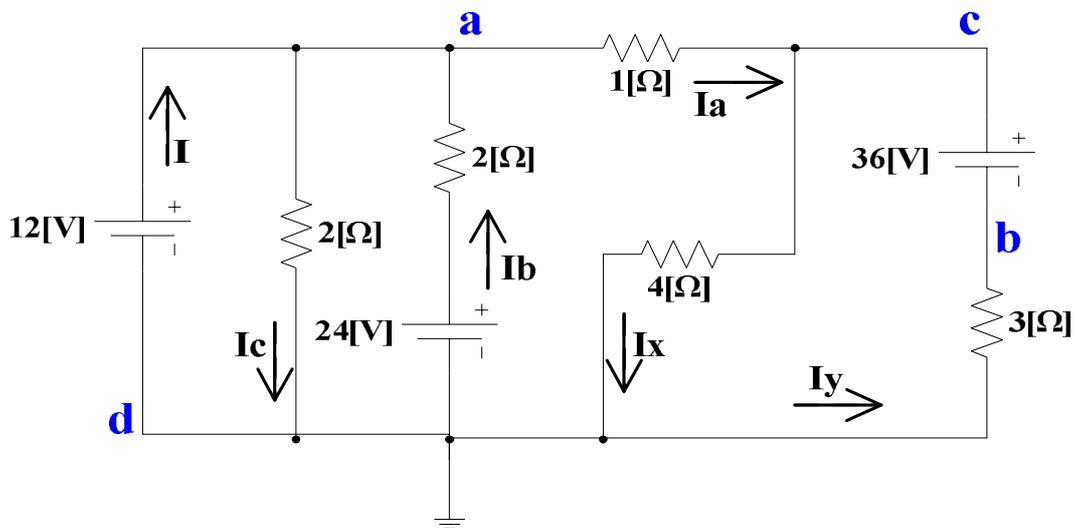


En este caso tenemos a R18 y R19 en paralelo y al aplicar división de tensión para estos

resistores y luego la Ley de Ohm para R19 podemos obtener el valor de I_{X3} el cual es:
 1.8947 [A] .

Para obtener el valor total de I_X se deben sumar los tres valores individuales, lo que da como resultado: -1.2632 [A] .

Para el literal b), procedemos así:

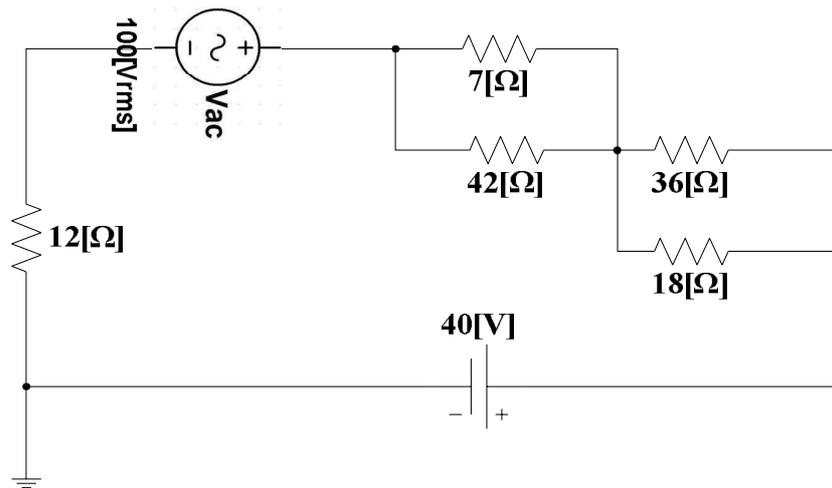


Aplicando la ley de Voltajes de Kirchoff y recordando que $V_{AB}=V_A-V_B$ y que $V_{CD}=V_C-V_D$, se obtienen los siguientes resultados: $V_{AB}= 29.0528 \text{ [V]}$ y $V_{CD}= 18.9472 \text{ [V]}$.

Con el mismo circuito del literal b), y aplicando la L.K.V. y L.K.I. en los nodos A y C se puede obtener el valor de la corriente I que atraviesa la fuente de 12 [V] , el cual es: -6.9475 [A] . Por tanto la potencia de la fuente de 12 [V] es de 83.4 [W] consumidos.

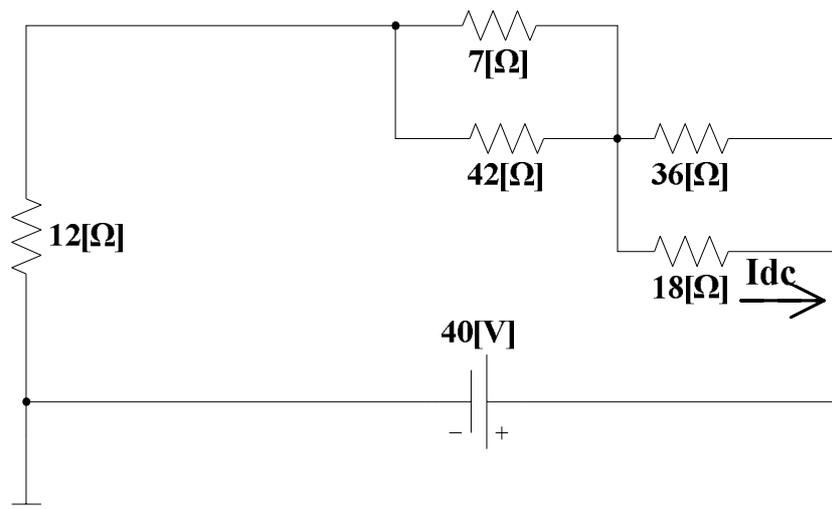
7.2 Ejercicios resueltos usando el software Pspice

1.- Halle 'i' usando las reducciones apropiadas y el principio de divisor de corriente en el circuito siguiente:

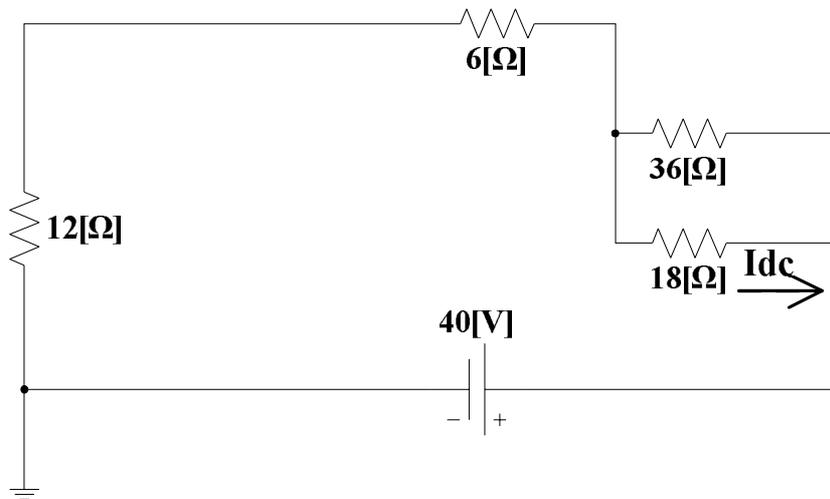


Solución:

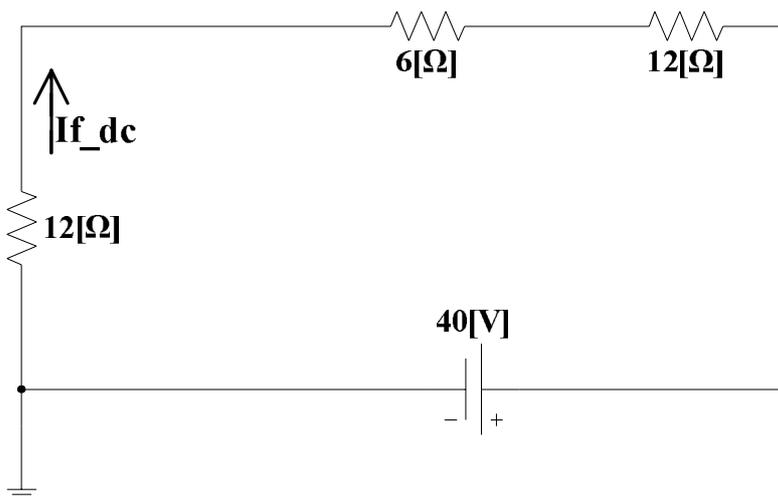
Como en la red existen fuentes de voltaje de AC y DC se debe aplicar el principio de superposición para hallar la corriente 'i' resultante. Aplicando la fuente de 40 [V].



Los resistores de 7 [Ω] y 42 [Ω] están en paralelo y se reducen:



Los resistores de 36 [Ω] y 18 [Ω] también están en paralelo y se reducen:

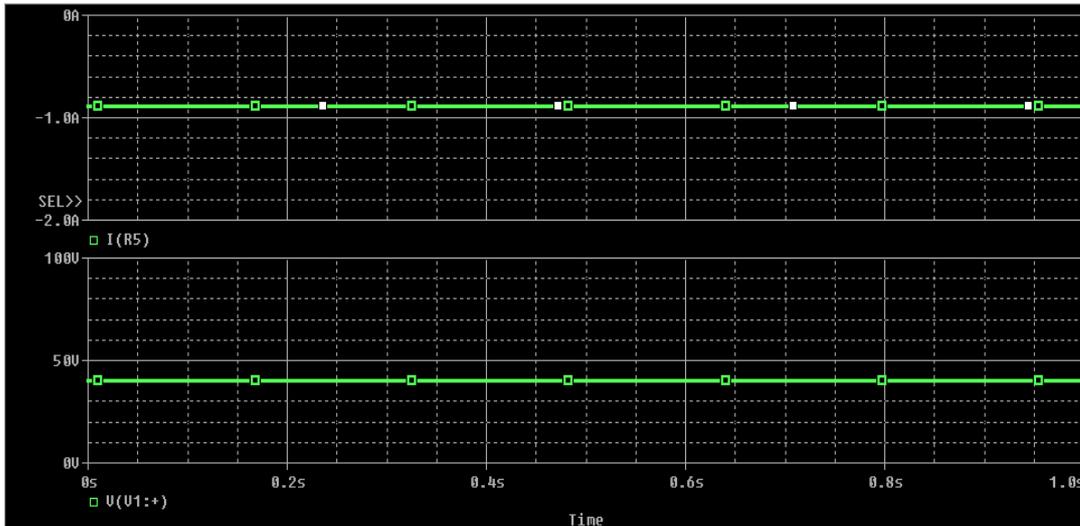


De este último gráfico podemos escribir:

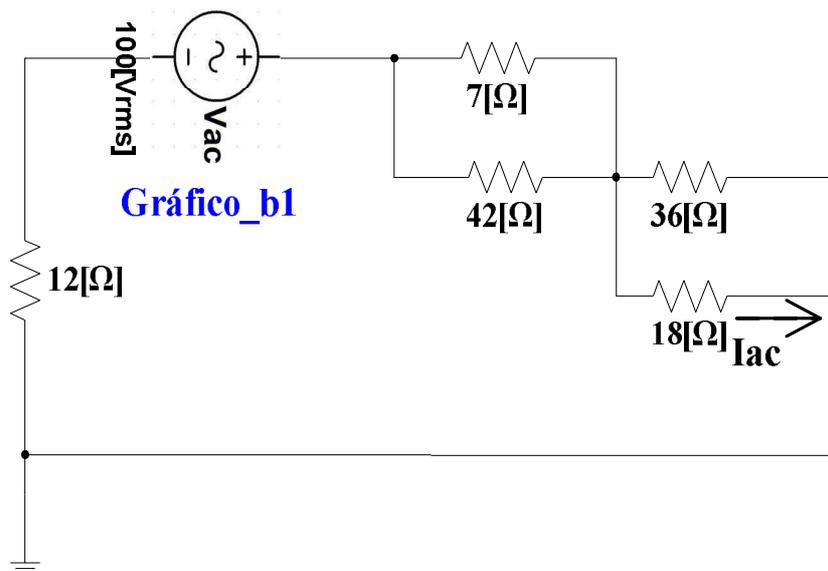
$$i_{f_{DC}} = \frac{-40}{12 + 6 + 12} = -\frac{4}{3} [A_{DC}]$$

Del gráfico_a2 podemos aplicar el divisor de corriente:

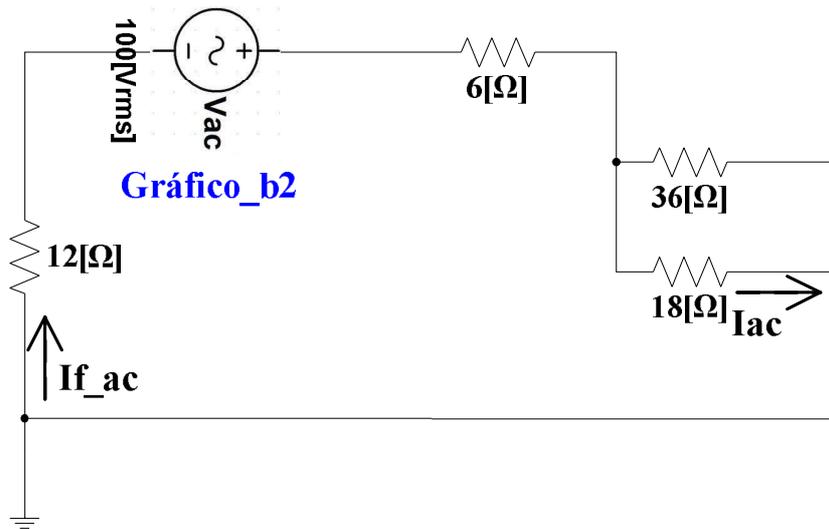
$$i_{DC} = i_{f_{DC}} * \frac{36}{18 + 36} \text{ (Divisor de Corriente)}$$



Aplicando la fuente de 100 [Vrms]:

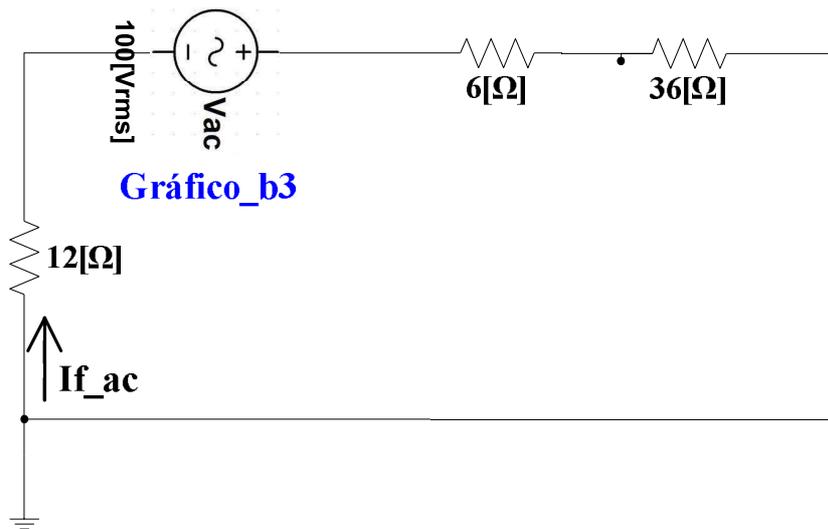


De nuevo se tiene que los resistores de 7 [Ω] y 42 [Ω] están en paralelo:



De aquí se puede aplicar el divisor de corriente.

Se reducen los últimos dos resistores en paralelo:

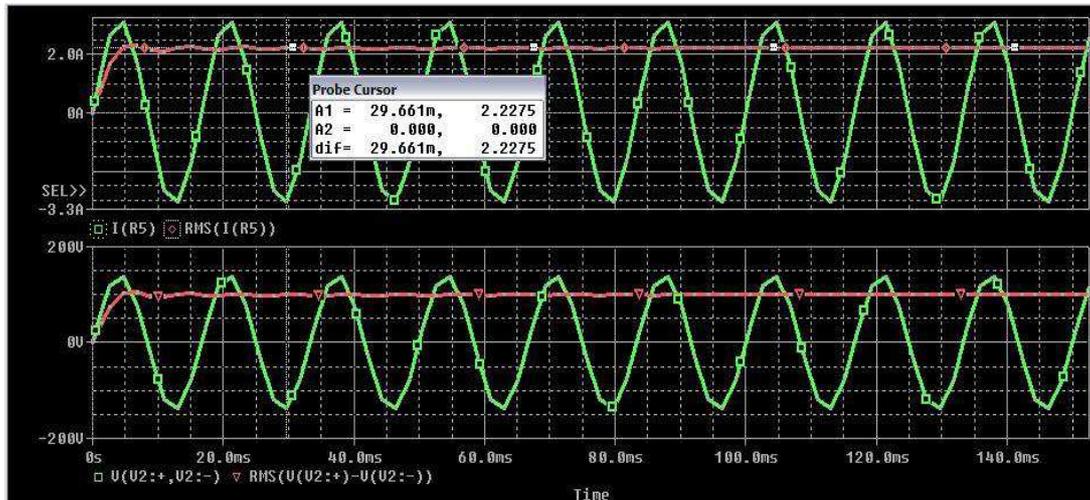


De este último gráfico se puede aplicar la Ley de Voltajes de Kirchoff:

$$i_{f_{AC}} = \frac{100}{12 + 6 + 12} = \frac{10}{3} [Arms]$$

Del gráfico_b2 se puede concluir:

$$i_{AC} = i_{f_{AC}} * \frac{36}{18 + 36} \text{ (Divisor de Corriente)}$$

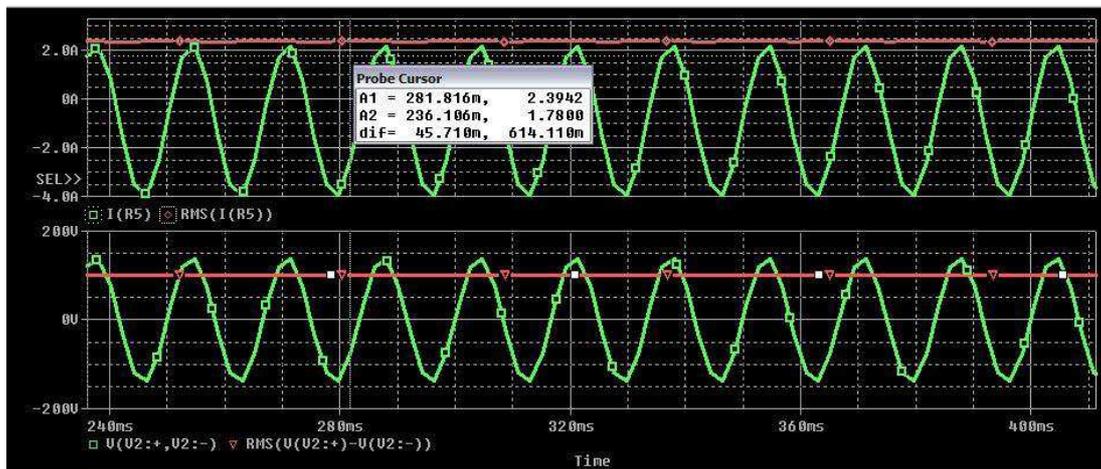


Finalmente se tiene, la resultante de la corriente "i":

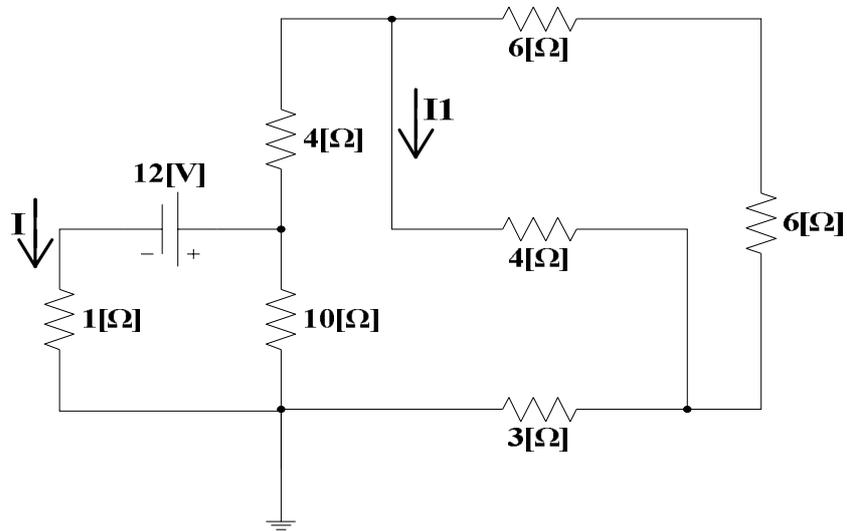
$$i = i_{DC} + i_{AC} = \left(\frac{8}{9} + \frac{20}{9} \text{rms} \right) [A]$$

Como $100[V_{rms}] = 100\sqrt{2}\text{Cos}(\omega t)$, $\omega = 2\pi f \wedge f = 60[Hz]$

$$\text{Entonces: } i = \left(\frac{8}{9} + \frac{20}{9} \sqrt{2}\text{Cos}(120\pi t) \right) [A]$$



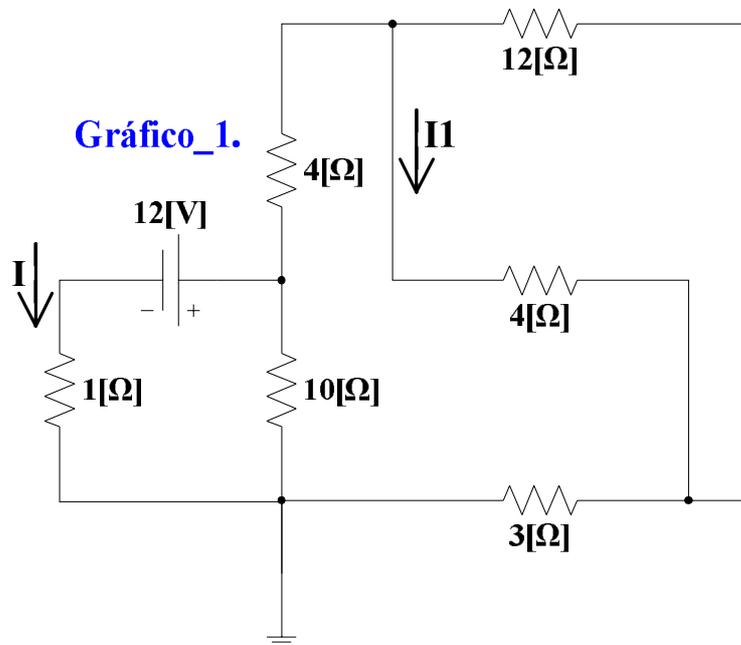
2.- Halle 'i' e 'i1' usando las reducciones apropiadas y el principio de divisor de corriente en el siguiente circuito:



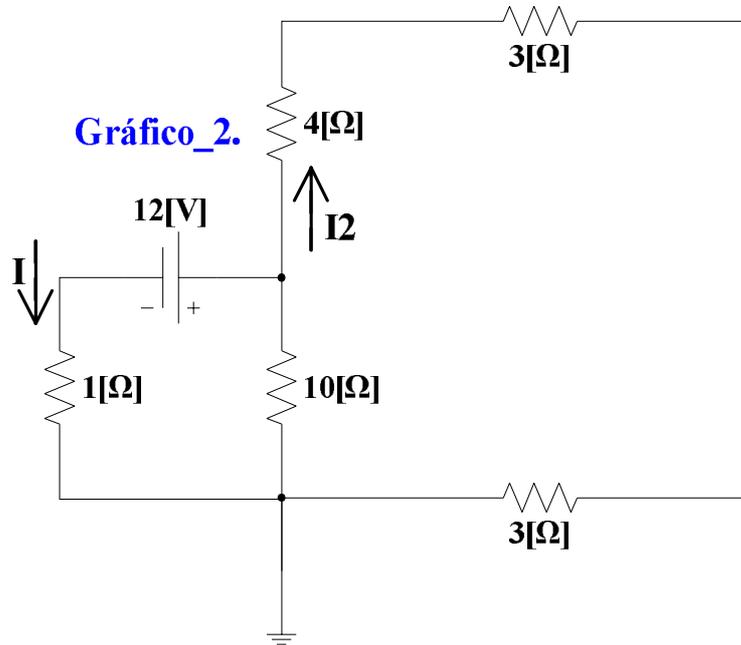
Solución:

A este circuito se lo puede reducir de la siguiente manera:

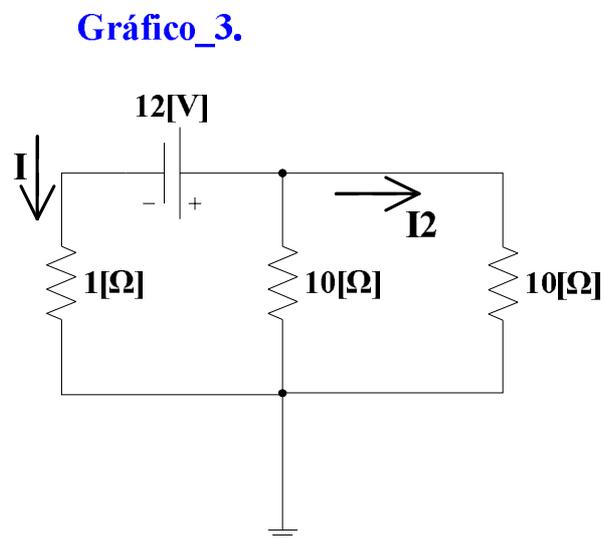
Los dos resistores de 6 [Ω] se sumaron ya que están en serie.



Luego los resistores de 4 $[\Omega]$ y 12 $[\Omega]$ están en paralelo y se los reduce.

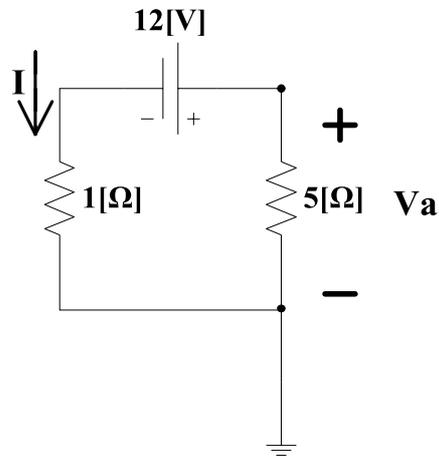


De ahí se puede reducir en serie los resistores de 3 $[\Omega]$ y 4 $[\Omega]$:



Y finalmente nos queda la red:

Gráfico_4.

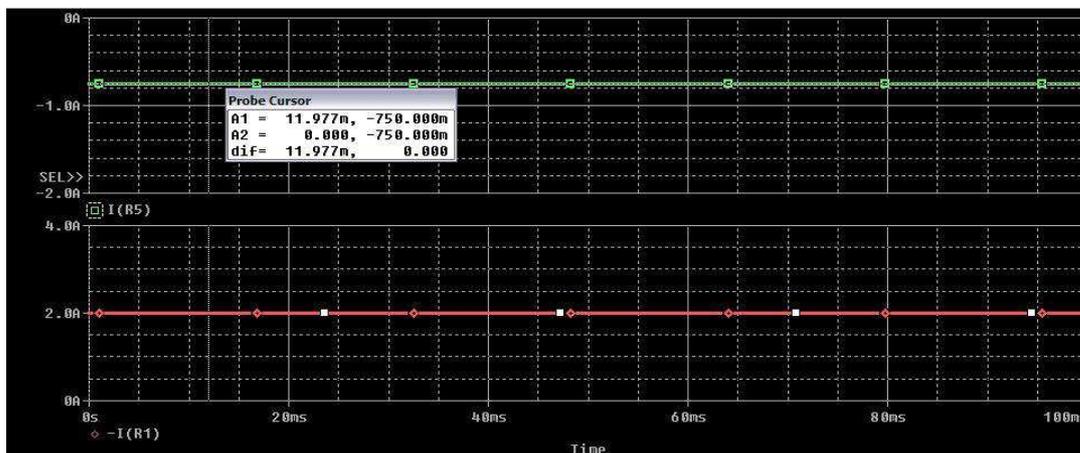


De este último gráfico podemos sacar las siguientes relaciones:

$$i = \frac{12}{1 + 5} = 2[A]$$

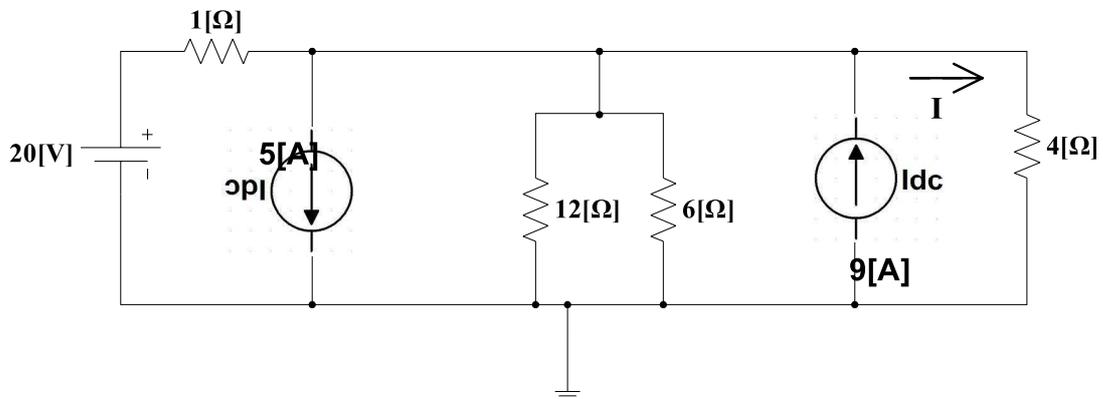
Del gráfico_1 podemos aplicar el divisor de corriente y determinar el valor de 'i1':

$$i_1 = i_2 \frac{12}{4 + 12} \text{ (Divisor de Corriente)}$$



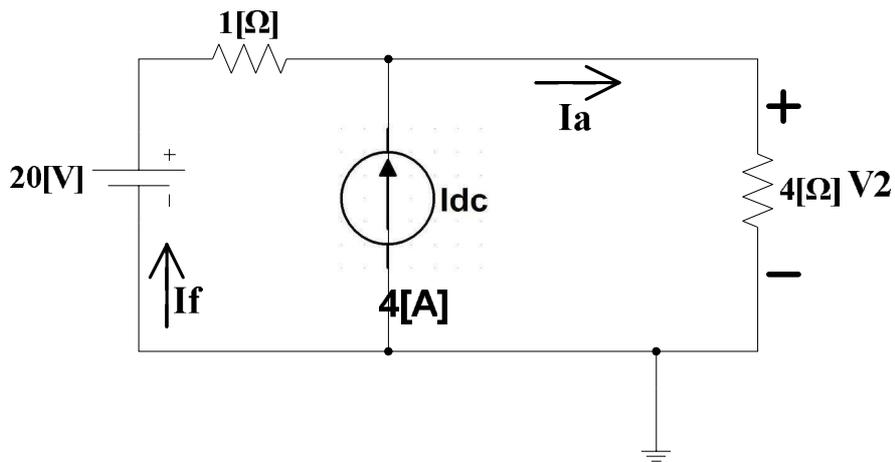
Como se puede ver en la gráfica de las corrientes en el circuito, se puede ver que se cumplen los valores teóricos en el simulador.

3.- Halle 'i' y la potencia absorbida por el resistor de 12 [Ω] en el circuito siguiente:

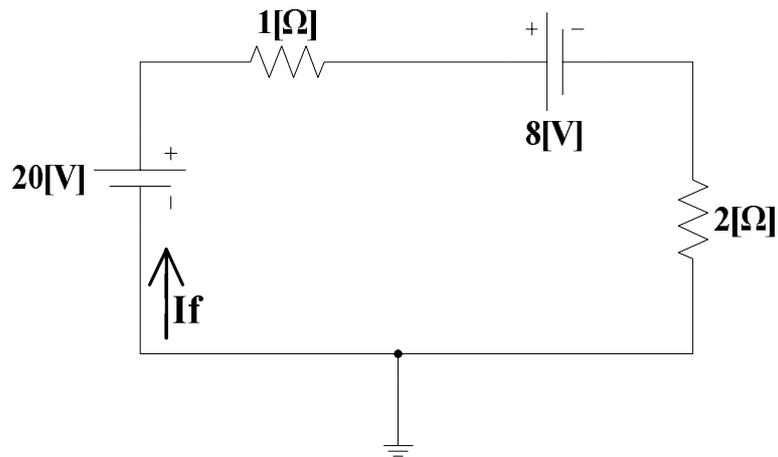


Solución:

Tal como se tiene en la red se la puede reducir combinando los resistores en paralelo y las dos fuentes de corriente en paralelo.



Y por último se puede transformar la fuente de 4 [Ω] en una de voltaje equivalente:



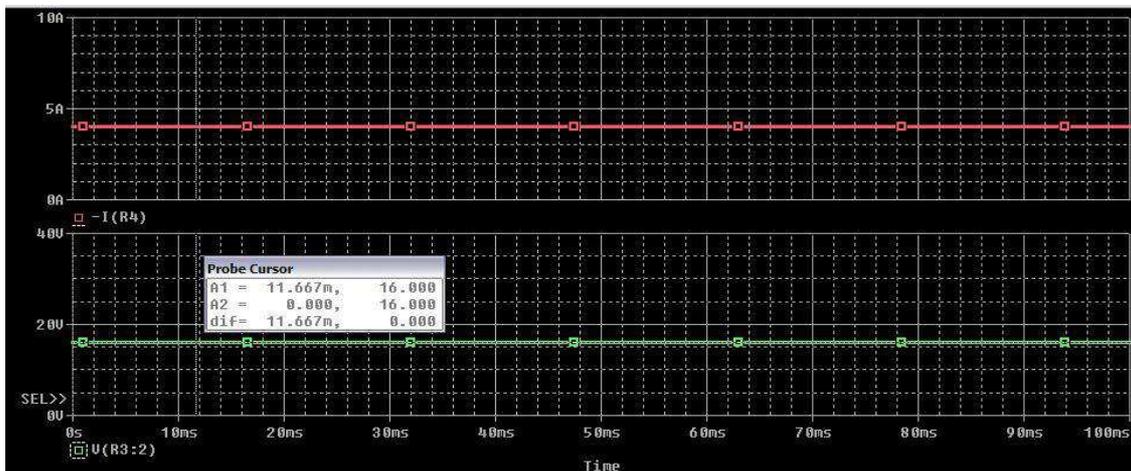
De este último gráfico podemos sacar las siguientes ecuaciones:

$$I_f = \frac{20 - 8}{1 + 2} = 4[A]$$

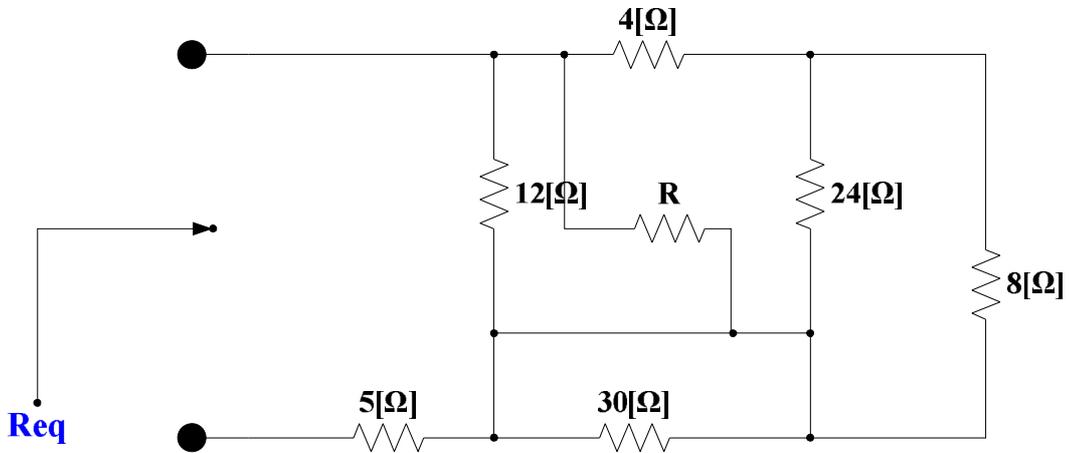
Del gráfico_1 se puede obtener el valor del voltaje V2:

$$V_2 = I_a * (2) = 16[V] \leftarrow \text{Voltaje presente en el resistor de } 4 [\Omega].$$

$$I = \frac{V_2}{4} = 4[A]$$



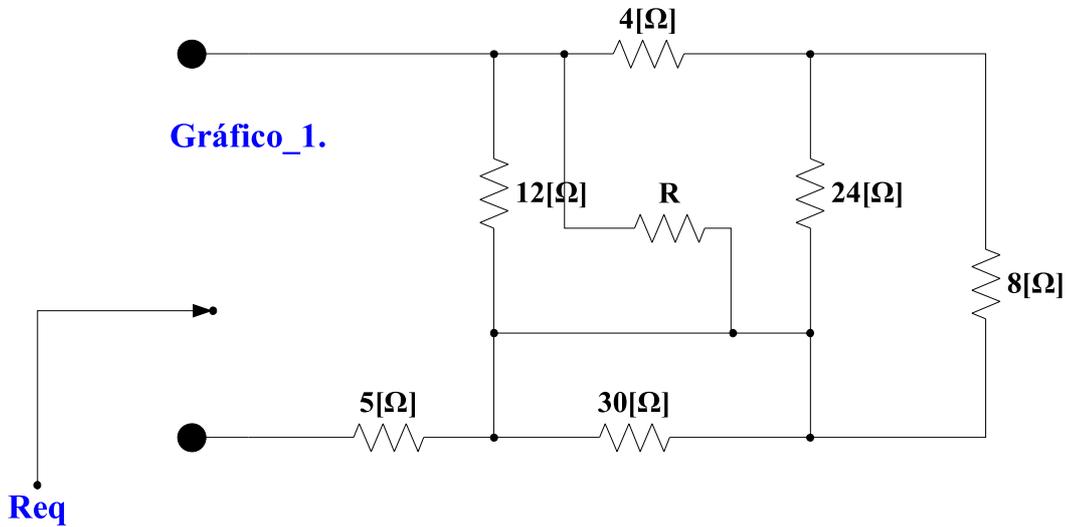
4.- En el siguiente circuito, dado que $R_{eq} = 9 \text{ } [\Omega]$. Halle el valor de 'R'.



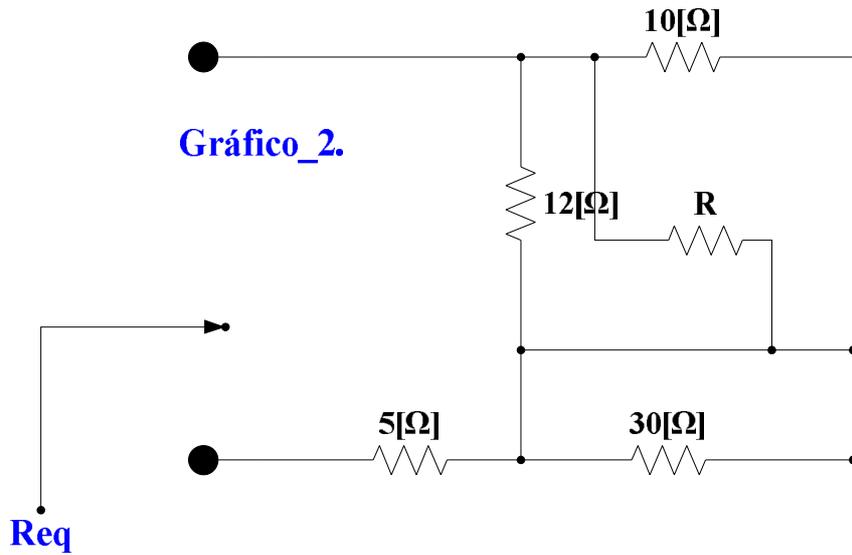
Solución:

Se debe reducir el circuito conservando la variable 'R' como incógnita y al final determinarla con la relación adecuada.

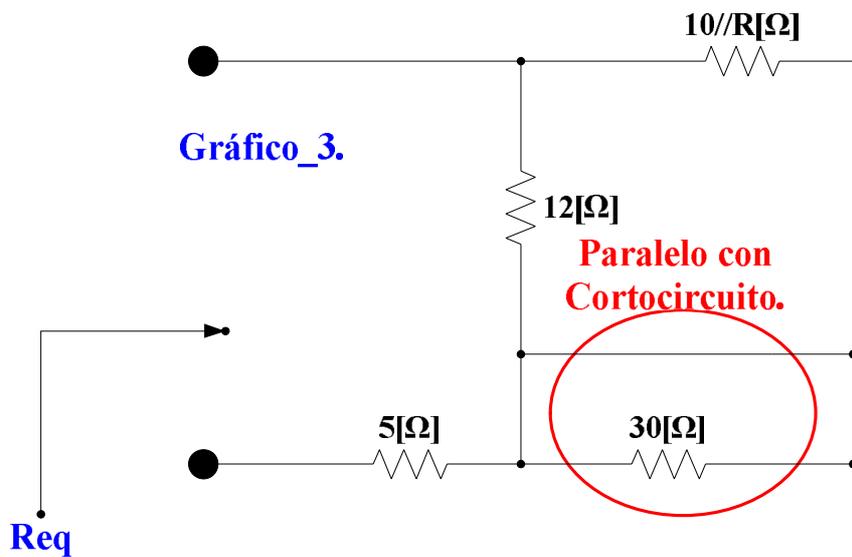
El circuito de la figura con relaciones en serie y paralelo de resistores.



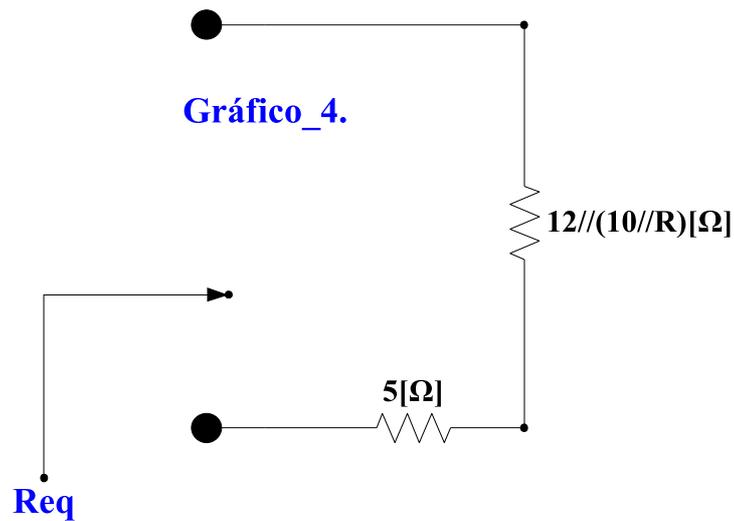
Como se puede observar los resistores de $6 \text{ } [\Omega]$ y $4 \text{ } [\Omega]$ están en serie y se los puede reducir:



Luego en el siguiente paso nos damos cuenta de que los resistores de 10 [Ω] y el de valor 'R' quedan en paralelo:



Como podemos ver en el gráfico_3 el resistor de 30 [Ω] queda eliminado de la red al estar en paralelo con un cortocircuito. Con esto podemos hacer la última reducción de los resistores de 12 [Ω] y "10 // R" que se encontrarían en paralelo.

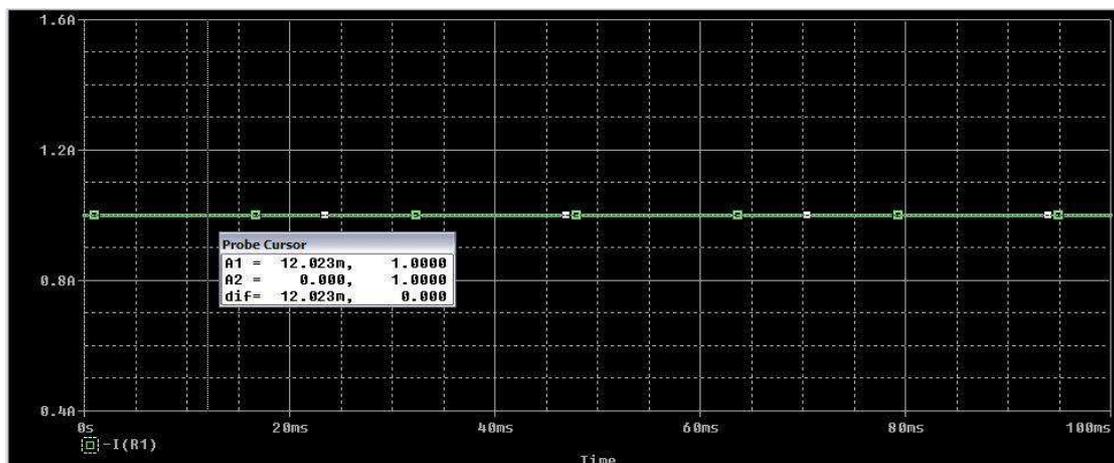


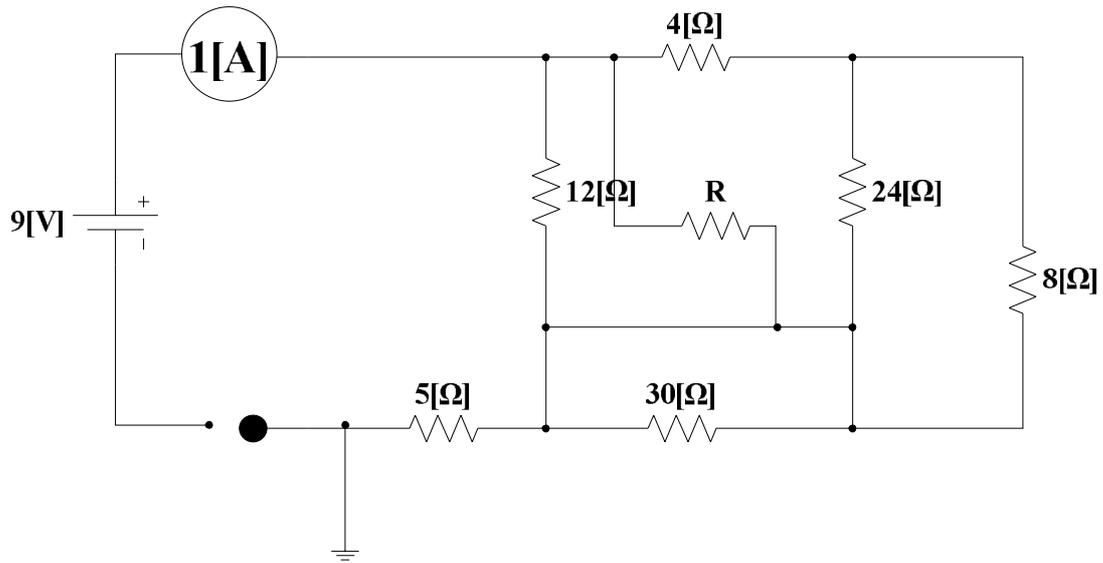
De este último circuito podemos escribir:

$$R_{eq} = 5 + (12 \parallel 10 \parallel R)$$

Si aplicamos un voltaje de 9 [V] a la red, como la resistencia equivalente es de 9[Ω] debemos esperar tener una respuesta de 1 [A] en la corriente absorbida por la red para que se cumpla la Ley de Ohm. Si al reemplazar el resistor ‘R’ por uno de 15 [Ω], debemos obtener una corriente de 1 [A] como señal de respuesta ante un estímulo de 9 [V].

En la gráfica siguiente se demuestra lo que se menciona:

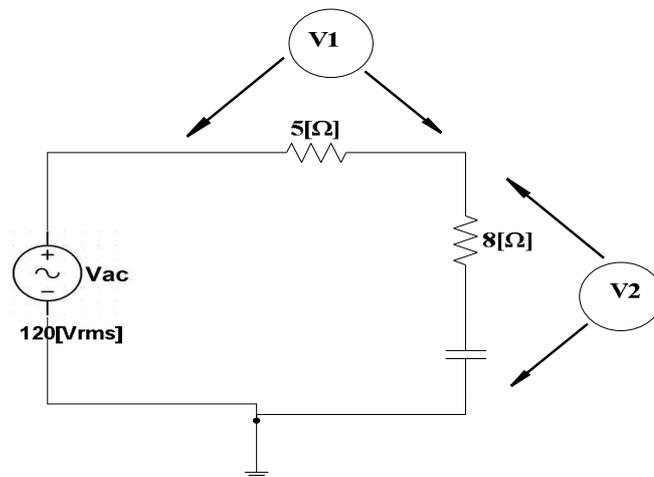




5.- El voltímetro V1 mide 63.6 [Vrms].

El voltímetro V2 mide 87.3 [Vrms].

Hallar el valor de 'R' y 'C'.

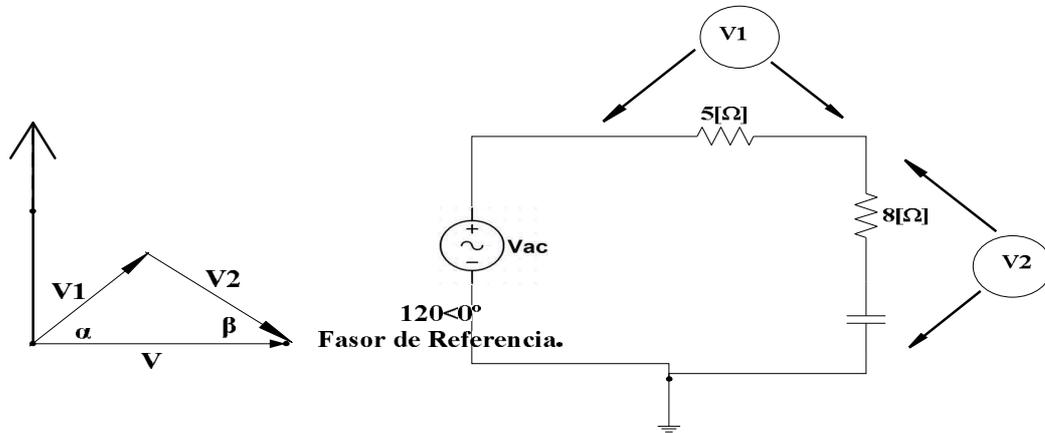


Un voltímetro es un instrumento que se lo puede representar como una gran impedancia de tal manera que al colocarlo en un circuito, por aquel instrumento no circulará corriente permitiendo leer así el voltaje entre los terminales en el que se lo coloque.

Dicho esto, vemos que el circuito tiene una carga tipo RC serie, entonces sabemos que para este circuito el voltaje de la fuente atrasa la corriente y además que en el resistor, V1 e I

están en fase.

Haciendo el diagrama fasorial de los voltajes, se tiene:



Aplicando la Ley de Cosenos en el diagrama fasorial:

$$|V_2|^2 = |V|^2 + |V_1|^2 - 2|V||V_1|\cos(\alpha)$$

$$|V_1|^2 = |V|^2 + |V_2|^2 - 2|V||V_2|\cos(\beta)$$

Una vez obtenidos los ángulos α y β podemos expresar en forma de fasores los voltajes V_2 y V_1 :

$$\therefore \begin{cases} V_1 = 63.6 \angle 44.84^\circ \\ V_2 = 87.3 \angle -30.91^\circ \end{cases}$$

Teniendo el fesor corriente en el circuito, podemos obtener el valor de la impedancia RC y con eso el valor de sus componentes rectangulares de resistencia y reactancia:

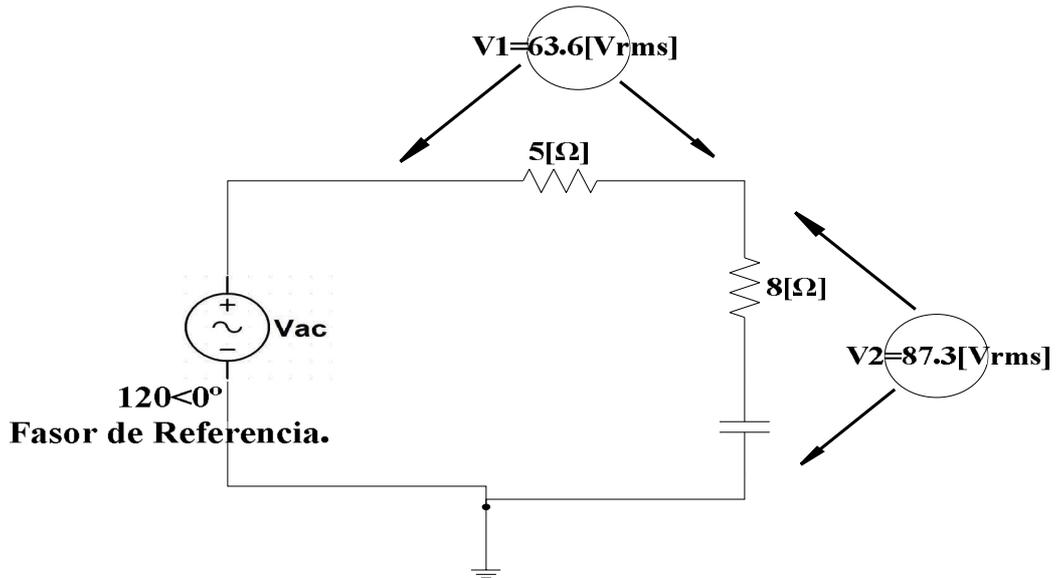
$$Z_{RC} = \frac{V_2}{I} = \frac{87.3 \angle -30.91^\circ}{4.24 \angle 44.84^\circ}$$

Con el valor de la reactancia capacitiva y sabiendo que la frecuencia de la señal de voltaje es de 60 [Hz] se puede obtener el valor de capacitancia que hace cumplir los

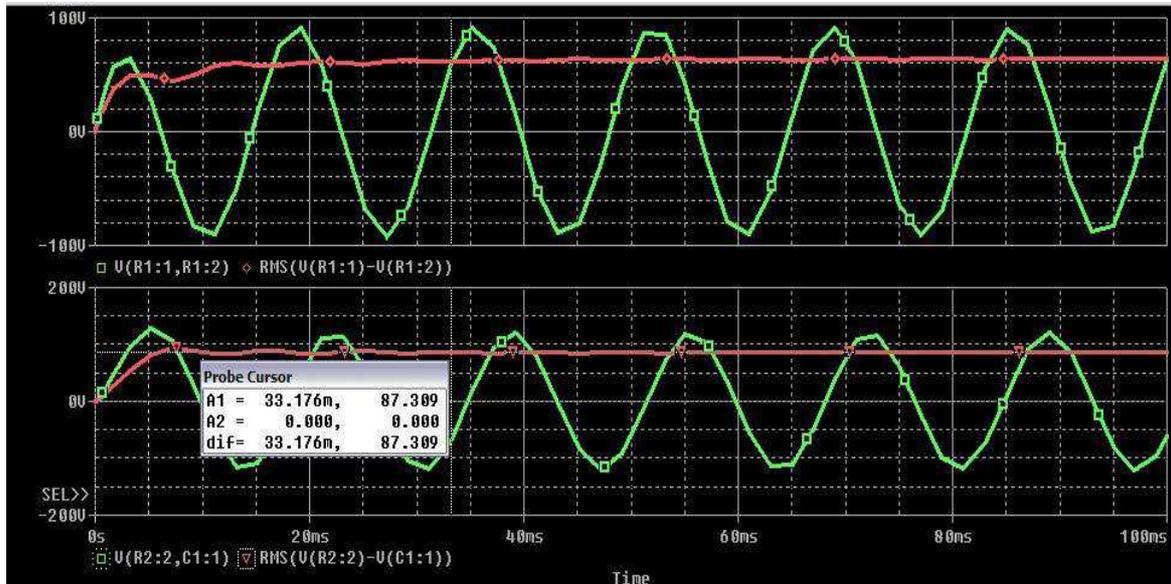
requerimientos:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

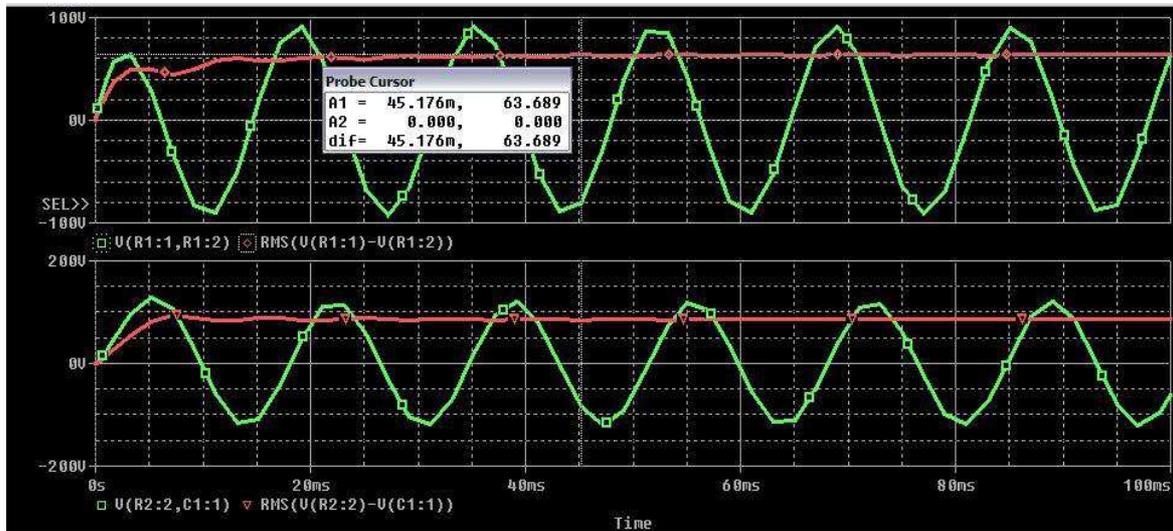
Veamos la respuesta del circuito simulado en Pspice:



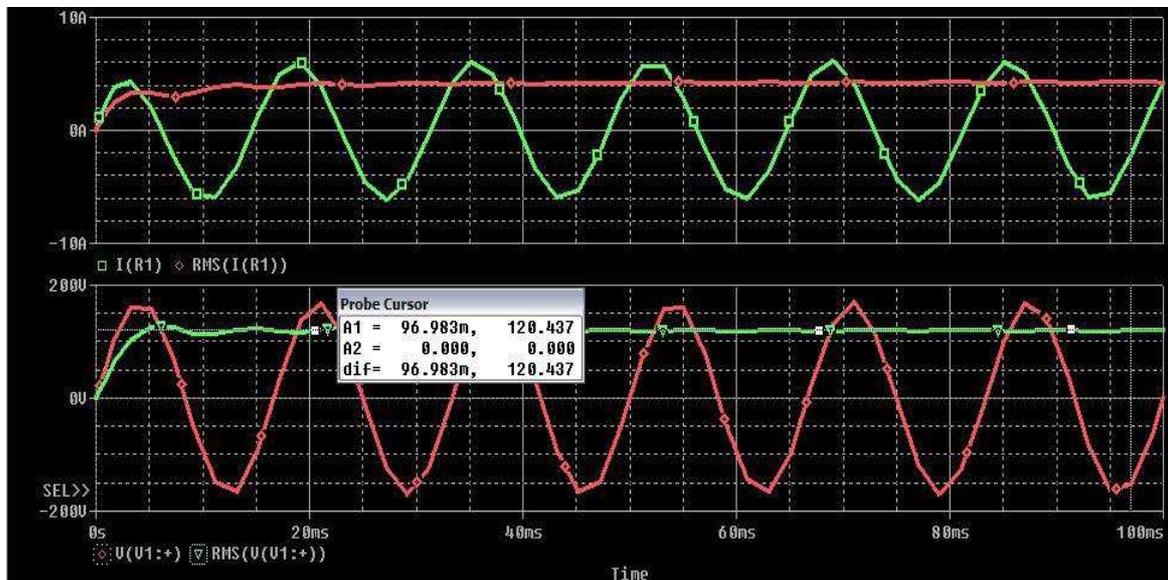
El voltaje V2:



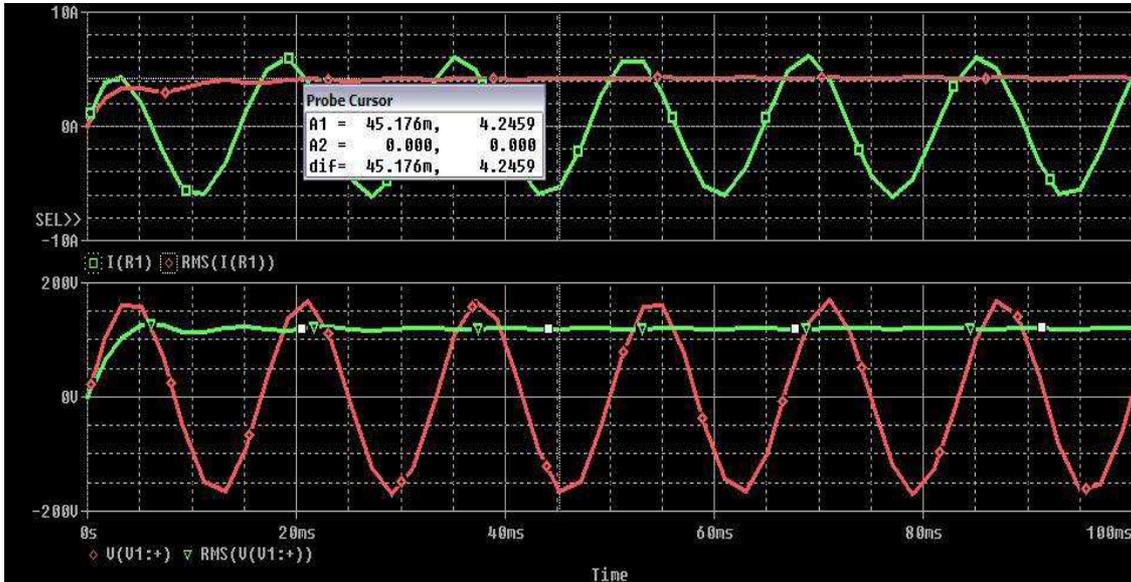
El voltaje V1:



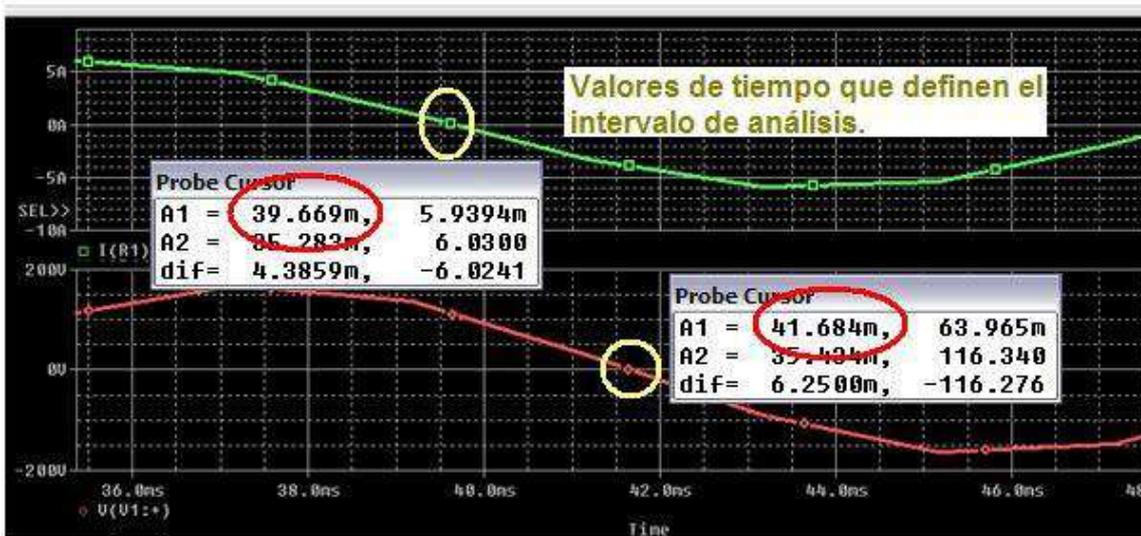
El voltaje de la fuente aplicado:



La corriente que circula por la malla principal:



Como ya se hizo en los cálculos teóricos, el ángulo que la corriente adelanta al voltaje en esta red es el ángulo α cuyo valor es 44.84° . Pues ese mismo ángulo debe existir de desfase entre las señales de voltaje y corriente generadas por el simulador pero cuantificadas como un intervalo de tiempo. Esto se demuestra de la siguiente manera:



Según la gráfica tenemos un intervalo de: $(41.684 - 39.669) [\text{mseg}] = 2.015 [\text{mseg}]$.

Con este valor de intervalo de tiempo podemos obtener la proporción de frecuencia de las

señales en la red, aplicando una regla de tres:

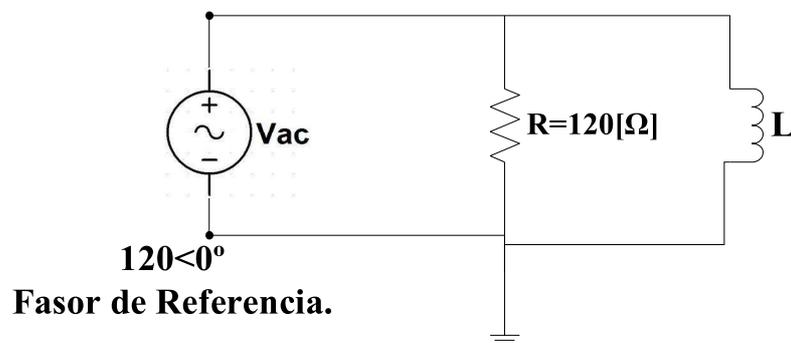
$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{100}{6} [mseg] & 60 [Hz] \\ 2.015 [mseg] & X_{Hz} \end{array} \right\}$$

Con esta proporción de frecuencia podemos sacar el ángulo correspondiente para el intervalo de tiempo entre la señal de voltaje aplicado y la señal de corriente, de nuevo con una regla de tres:

$$\left\{ \begin{array}{ll} 60 [Hz] & 360^\circ \\ 7.254 [Hz] & X^\circ \end{array} \right\}$$

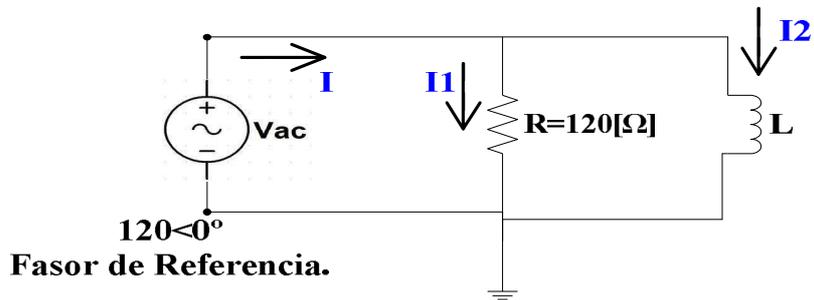
Como se puede ver el resultado es el valor aproximado del ángulo α que es el ángulo entre la corriente y el voltaje en la red.

6.- Dado el circuito en donde $|I| = 2[A_{rms}]$. Determine el valor de 'L' (inductancia propia).



Solución:

Observemos el circuito.

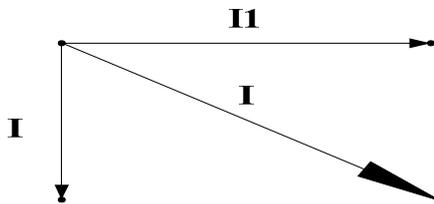


$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}}{R} \rightarrow |I_1| = \frac{|V|}{R} = \frac{120}{120} = 1[A_{rms}]$$

Fasorialmente: $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$.

Pero no podemos decir que: $|I| = |I_1| + |I_2|$ ya que estas corrientes no están en fase.

Sabemos que un inductor, la corriente atrasa al voltaje en sus terminales un ángulo de 90° , analizando el diagrama fasorial de las corrientes; recordando también que para un circuito RL, en particular este, I atrasa a V; se tiene:



$$|I_2| = \sqrt{|I|^2 - |I_1|^2} = \sqrt{(2)^2 - (1)^2}$$

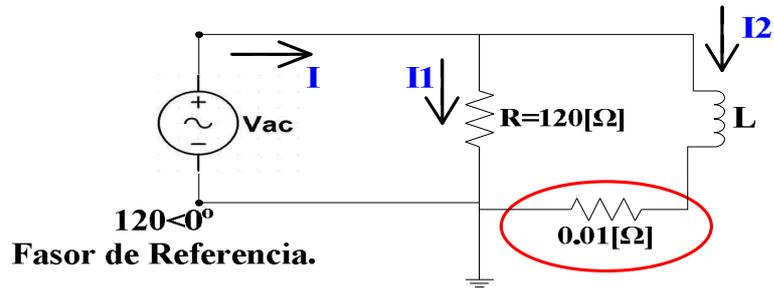
$$\rightarrow |I_2| \cong 1.732051[A_{rms}] \cong 1.732051 \angle -90^\circ[A_{rms}]$$

$$X_L = \frac{|V|}{|I_2|} = \frac{120}{1.732051} = 69.282025[\Omega]$$

$$X_L = 2\pi fL \rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{69.282025}{120\pi}$$

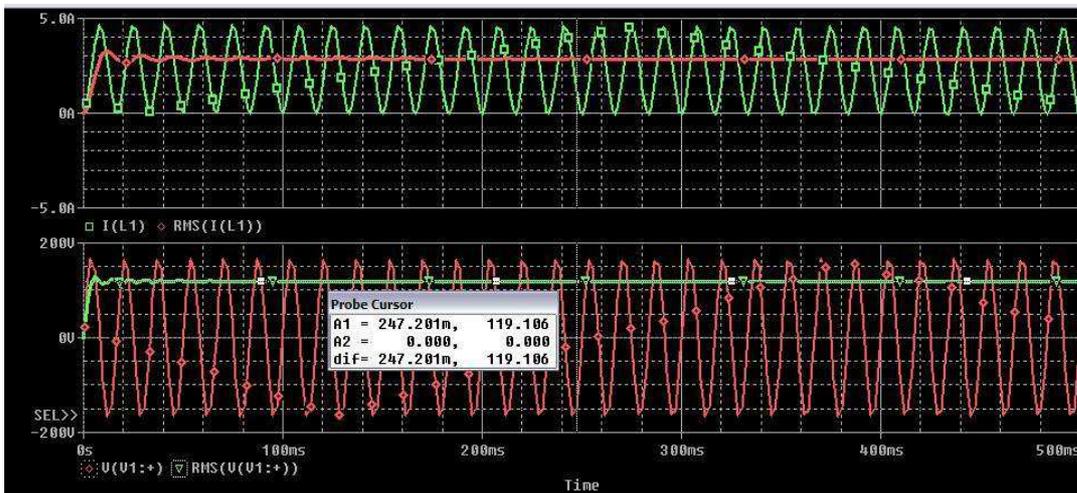
$$\rightarrow L \cong 183.78[mH]$$

Comprobando los resultados con el simulador:

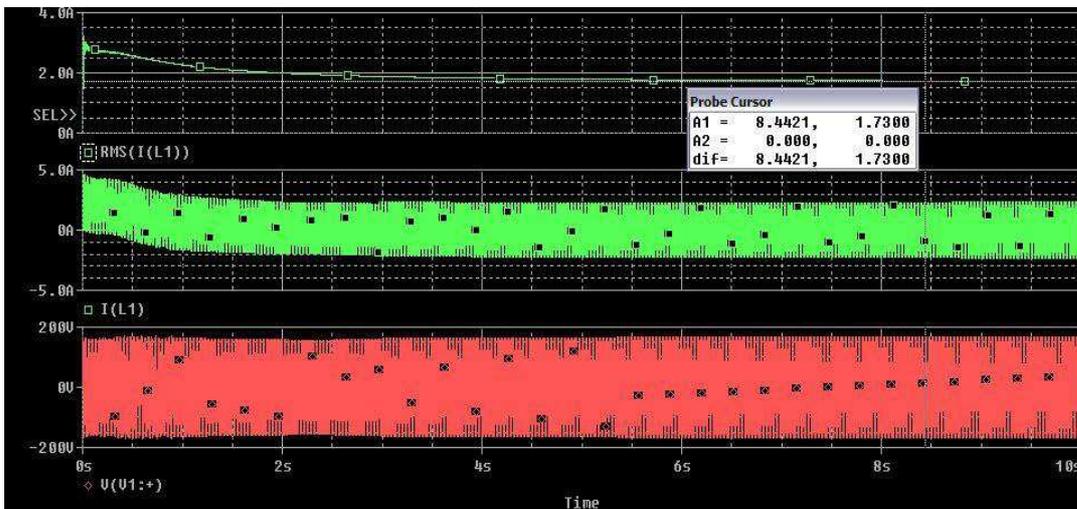


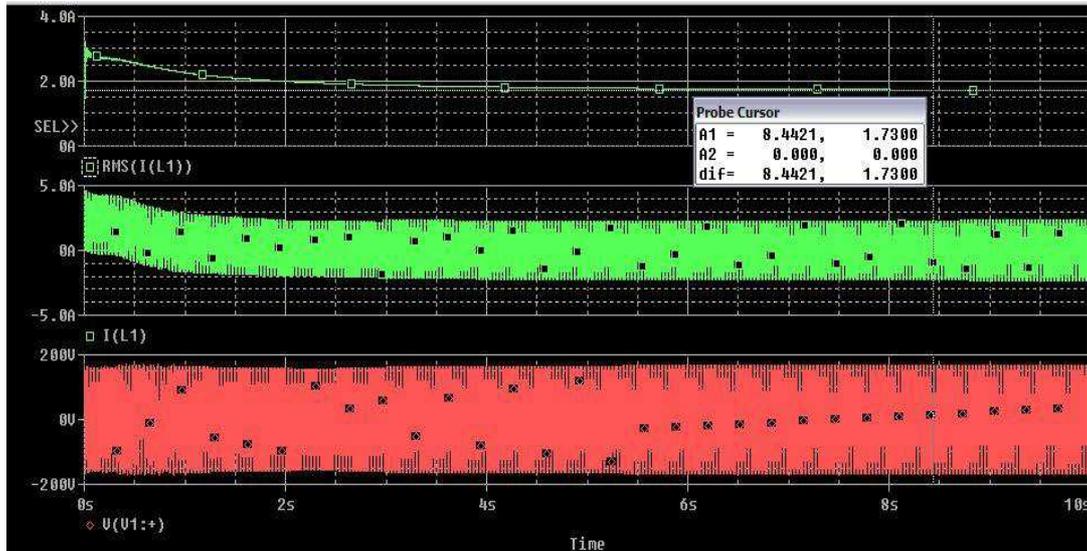
Resistor limitador de corriente que exige el simulador al momento de generar las señales.

Señal de voltaje aplicada:

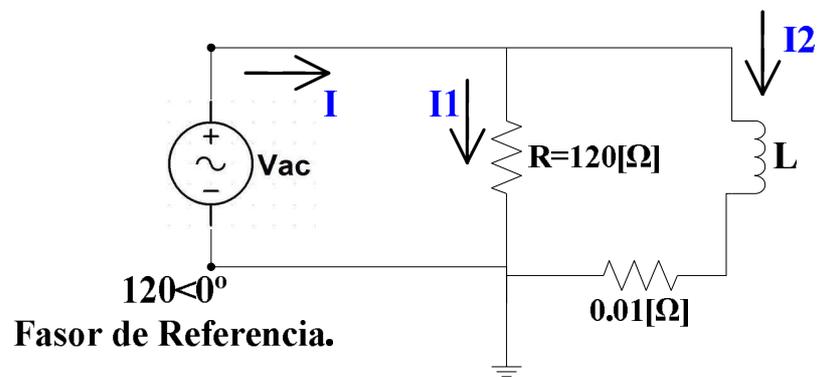


Señal de corriente medida en el inductor:





Cabe mencionar que el simulador exige que aparte de existir un resistor limitante de corriente en la rama del inductor, éste debe tener un valor similar al del inductor (valor de resistencia) para que la corriente derivada en aquel inductor coincida con los valores teóricos obtenidos.



CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1 Conclusiones

- Los software Multisim y Pspice ofrecerán resoluciones y resultados más exactos de los ejercicios de circuitos eléctricos, con lo cual los estudiantes tendrán herramientas informáticas factibles y dinámicas para verificar los ejercicios resueltos manualmente en las asignaturas de Circuitos Eléctricos I y Circuitos Eléctricos II.
- Cabe recalcar que el uso de estos simuladores será de total beneficio para los estudiantes, ya que son aplicables al programa de estudio de dichas asignaturas.
- Durante el desarrollo del software los estudiantes aprenderán a diseñar todo tipo de circuitos eléctricos, preparándolos para su vida profesional en base a la tecnología de esta era.
- Al momento que el estudiante instale el software Pspice no solo está usando un simulador de circuitos analógicos y digitales sino además:
 - Un programa de edición grafica de circuitos.
 - Un analizador de ondas u osciloscopio virtual.
 - Un editor de estímulos.
 - Una aplicación específica para optimizar el comportamiento del circuito.
 - Un conjunto de utilidades que le permiten editar y caracterizar componentes y definir subcircuitos.
- Dar a conocer al estudiante que el software Multisim construye experiencia en los estudiantes a través de la aplicación práctica del diseño, generación de prototipos y pruebas de circuitos eléctricos.

8.2 Recomendaciones

- Previo a realizar cualquier diseño dentro de uno de los simuladores se sugiere revisar el manual de uso para obtener la información necesaria para el manejo de los mismos y garantizar un excelente funcionamiento.
- Los software contienen ejemplos ya desarrollados para ser utilizados como guía del estudiante, se recomienda analizar dichos ejemplos ya que proporcionan datos importantes para un mayor rendimiento y funciones de diseño.
- Ya que nosotros estamos facilitando el software Pspice a la Facultad, el estudiante para poder practicar puede a su vez desde su casa bajar el programa. Es recomendable que bajen la versión estudiante de Pspice el de MICROSIM V8, ya que ORCAD ha retirado su versión estudiante V9. También existen otro programas similares a Multisim y Pspice. Pueden instalar SWCAD II, también es muy recomendable, permite simular sin restricciones de forma gratuita.

RECURSOS DISPONIBLES

- Laboratorio de Circuitos Eléctricos de la Facultad Técnica para el Desarrollo.
- Software Multisim
- Computadores para la utilización del los simuladores.
- Mimio Interactive Virtual Ink. (Pizarra electrónica virtual)
- Infocus

PRESUPUESTO

Ítem	Descripción	Cant.	Precio/u.	Total
1	MIMIO PAD	1	356.05	356.05
2	MIMIO WIRELESS	1	301.96	301.96
3	MIMIO INTERACTIVE	1	320.00	320.00
4	SOFTWARE SPICE (CD, INCLUYE MANUAL DIGITAL)	1	40.00	40.00
	TOTAL			\$1,018.01

BIBLIOGRAFÍA

- *afinidadelñectrica.com*. (6 de marzo de 2007). Obtenido de [http://www.aufinidadeelectrica.com.ar/articulo analisis-de-circuitos-a.wikispaces.com](http://www.aufinidadeelectrica.com.ar/articulo-analisis-de-circuitos-a.wikispaces.com).
- (5 de septiembre de 2011). Obtenido de http://pesquera.tel.uva.es/tutorial_cir/tema5/imp_adm.html
- Cadence.Co. (1988). *Pspice Software*. EU: Orcad.
- *CIFP*. (2 de diciembre de 2009). Obtenido de <http://www.cifp-mantenimiento.es>
- *circuitosrcl.blogspot.com*. (27 de noviembre de 2007). Obtenido de <http://circuitosrcl.blogspot.com>
- *electricidad-ibf.blogspot.com*. (7 de julio de 2008). Obtenido de <http://www.electricidad-ibf.blogspot.com/factor-de-potencia>
- *enal.edu.ec*. (4 de julio de 2008). Obtenido de <http://www.virtual.enal.edu.co/curso/circuitoselectricosI>
- *esacademic.com*. (24 de agosto de 2006). Obtenido de <http://esacademic.com/dic.nsf>
- *ESPA*. (21 de agosto de 2009). Obtenido de http://www.info-ab.uclm.es/labelec/ruido_cuant
- *fisicapractica.com*. (14 de marzo de 2007). Obtenido de <http://www.fisicapractica.com/transferencia>
- *fotosdeelectronica.com*. (14 de noviembre de 2000). Obtenido de http://www.fotosdeelectronica.com/medicion-potencia-carga_trifasica-410
- *gadgetmania.com*. (2 de septiembre de 2011). Obtenido de www.noticiasdot.com/publicaciones/gadgetmania

- *gemini.udistrital*. (21 de agosto de 2006). Obtenido de <http://www.gemini.udistrital.edu.co>
- *ifent.org*. (24 de agosto de 2007). Obtenido de <http://www.ifent.org/lecciones/CAP05>
- *ingenotas.com*. (22 de junio de 2011). Obtenido de <http://www.electricidad.ingenotas.com/transformacion-de-fuentes>
- Instruments., N. (2006). *Multisim Software*. EU: NI.
- *jplatas*. (17 de junio de 2009). Obtenido de <http://www.jplatas.webs.ull.es>
- *labfisicadlasso*. (25 de julio de 2012). Obtenido de <http://www.labfisicadlasso.blogspot.com/divisores-de-voltaje-y-corriente>
- *labo51g3.blogspot.com*. (30 de noviembre de 2010). Obtenido de <http://www.labo51g3.blogspot.com/laboratorio-de-electronica-2>
- *lawebdefisica*. (2 de septiembre de 2003). Obtenido de <http://www.forum.lawebdefisica.com>
- *monografias.com*. (3 de octubre de 2006). Obtenido de <http://www.monografias.com/trabajos93/circuitos-resistivos>
- *profesormolina.com.ar*. (25 de mayo de 2002). Obtenido de <http://www.profesormolina.com.ar/tutoriales/circ-elec>
- *rincondelvago.com*. (24 de junio de 1998). Obtenido de http://www.rincondelvago.com/analisis-de-circuitos-electricos_red-de-dos-puertos
- *Scielo_Mexico*. (27 de enero de 1998). Obtenido de <http://scielo.org.mx/scielo>
- *senfor.com*. (13 de diciembre de 2008). Obtenido de www.senfor.com/default
- *tuveras.com*. (8 de junio de 2003). Obtenido de <http://www.tuveras.com/electronica>

- *UASLP.* (27 de mayo de 2001). Obtenido de <http://www.gaia.fc.uaslp.mx/medillin/frecuenciacompleja>
- *unicrom.com.* (30 de agosto de 2002). Obtenido de http://www.unicrom.com/tut_transformador.asp
- *Universidad Nacional de Colombia.* (24 de junio de 2003). Obtenido de <http://www.virtual.urial.edu.co/cursos/ingenieria>
- *Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco.* (9 de mayo de 2000). Obtenido de <http://www.ing.unp.edu.ar/electronica/signaturas>
- *Universidad_Tecmilenio.* (6 de febrero de 2012). Obtenido de <http://www.cursos.tecmilenio.edu.mx>
- *valorms.blogspot.* (23 de agosto de 2012). Obtenido de <http://www.valorms.blogspot.com>
- *virtual.unal.edu.co.* (12 de octubre de 2005). Obtenido de <http://www.virtual.unal.edu.co>
- *wikipedia.* (20 de mayo de 2001). Obtenido de <http://www.es.wikipedia.org/wiki/analisis-de-nodos>
- *wordpress.* (19 de enero de 2009). Obtenido de <http://www.analisisdecircuitos.wordpress.com>