



UNIVERSIDAD CATÓLICA
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL

SISTEMA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN TELECOMUNICACIONES

TEMA:

**APLICACIÓN DE MÉTODOS MATRICIALES DE SÍNTESIS EN EL
DISEÑO DE FILTROS DE MICROONDAS**

AUTOR:

ING. MAURO VICENTE AVECILLA CEVALLOS

**Trabajo de titulación previo a la obtención del grado de
Magister en Telecomunicaciones**

TUTOR:

ING. MANUEL ROMERO PAZ, MSc.

Guayaquil, a los 15 días del mes de marzo del año 2021



UNIVERSIDAD CATÓLICA
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL

SISTEMA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN TELECOMUNICACIONES

CERTIFICACIÓN

Certificamos que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por Mauro Vicente AVECILLA CEVALLOS como requerimiento parcial para la obtención del Título de Magíster en Telecomunicaciones.

TUTOR

MSc. Manuel Romero Paz

DIRECTOR DEL PROGRAMA

MSc. Manuel Romero Paz

Guayaquil, a los 15 días del mes de marzo del año 2021



UNIVERSIDAD CATÓLICA
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL

SISTEMA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN TELECOMUNICACIONES

DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD

Yo, Mauro Vicente AVECILLA Cevallos

DECLARO QUE:

El trabajo de Titulación “**Aplicación de métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros de microondas**” previa a la obtención del Título de **Magíster en Telecomunicaciones**, ha sido desarrollado respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan en el documento, cuyas fuentes se incorporan en las referencias o bibliografías. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance del Trabajo de Titulación referido.

Guayaquil, a los 15 días del mes de marzo del año 2021

EL AUTOR

Mauro Vicente AVECILLA Cevallos



UNIVERSIDAD CATÓLICA
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL

**SISTEMA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN TELECOMUNICACIONES**

AUTORIZACIÓN

Yo, Mauro Vicente AVECILLA CEVALLOS

Autorizo a la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil a la **publicación**, en la biblioteca de la institución del Trabajo de Titulación de Titulación, “**Aplicación de métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros de microondas**”, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y total autoría.

Guayaquil, a los 15 días del mes de marzo del año 2021

EL AUTOR

Mauro Vicente AVECILLA CEVALLOS

REPORTE URKUND

The screenshot displays the URKUND software interface. At the top, the title bar shows the application name 'URKUND' and the user 'Luis Córdova Rivadeneria (luis_cordova)'. The main window is divided into several sections:

- Documento:** TI Avecilla Mauro.docx (D96904214)
- Presentado:** 2021-03-01 12:44 (-06:00)
- Presentado por:** Luis Córdova Rivadeneria (l.cordova@yahoo.com)
- Recibido:** luis.cordova.ucsg@analysis.urkund.com

A summary line indicates: 2% de estas 35 páginas, se componen de texto presente en 3 fuentes.

On the right side, a 'de fuentes' (Sources) pane lists the following items:

- Trabajo Titulacion Jose Luis Sanchez.docx
- <https://docplayer.es/42688189-Diseño-de-un-filtro-en-la-banda-de-frecuencias-de-m...>
- Tesis_Valencia_Sullca_Joaquin.pdf
- <https://core.ac.uk/download/pdf/214849585.pdf>
- Tesis_Orauela_Jorge_v3.rtf

The main content area displays the following text:

SISTEMA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN TELECOMUNICACIONES
TEMA: APLICACIÓN DE MÉTODOS MATRICIALES DE SÍNTESIS EN EL DISEÑO DE FILTROS DE MICROONDAS
AUTOR: ING. MAURO VICENTE AVECILLA CEVALLOS
Trabajo de titulación previo a la obtención del grado de Magister en Telecomunicaciones
TUTOR: ING. MANUEL ROMERO PAZ, MSc.
Guayaquil, a los XX días del mes XX año 2021
SISTEMA DE POSGRADO MAESTRÍA EN TELECOMUNICACIONES
CERTIFICACIÓN Certificamos que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por Mauro Vicente Avecilla Cevallos como requerimiento parcial para la obtención del Título de Magister en Telecomunicaciones.
TUTOR
_____ MSc. Manuel Romero Paz

Dedicatoria

Quisiera dedicar este trabajo de titulación a mis padres y a mis abuelos quienes siempre me han guiado, cuidado y apoyado en cada etapa de mi vida, a mis hijos que son el motor fundamental que me impulsa día a día en busca de un mejoramiento constante, a mis hermanas quienes me recuerdan que siempre debo de ser un ejemplo a seguir, a mi esposa que es un pilar fundamental para seguir superándome y a todos aquellos que con su apoyo incondicional se han contribuido en la consecución de nuevos logros

Mauro Vicente Avecilla Cevallos

Agradecimientos

Me gustaría agradecer a mi familia, amigos y compañeros que a lo largo de todos estos años de estudio y preparación han contribuido con sus enseñanzas y consejos a mi formación personal y profesional.

De manera especial a mi familia que con su apoyo ha sido posible cristalizar este trabajo de titulación


Mauro Vicente Avecilla Cevallos



**UNIVERSIDAD CATÓLICA
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

**SISTEMA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN TELECOMUNICACIONES**

TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN

f. 

MSc. Manuel Romero Paz

TUTOR

f. 

MSc. Manuel Romero Paz

DIRECTOR DEL PROGRAMA

f. 

MSc. Edgar Quezada Calle

REVISOR

f. 

MSc. Luis Córdova Rivadeneira

REVISOR

RESUMEN

En el presente trabajo se describe la aplicación de métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros de microondas. Se estudian los fundamentos teóricos de los filtros de microondas, su clasificación y sus etapas de diseño. Se analizan distintos métodos de síntesis haciendo especial énfasis en los métodos matriciales. Se propone el diseño de dos filtros pasa-banda de Chebyshev basados en tecnología de microcintas aplicando métodos de síntesis a partir de la matriz de acoplamiento $N \times N$ y $N + 2$, este último caso, en su forma *folded canonical*. Se realizó la validación y simulación de los prototipos con la asistencia de *softwares* profesionales para el diseño de estructuras en altas frecuencias. En este trabajo se utiliza el método Exploratorio, para profundiza en el estado del arte de los métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros, con lo cual mediante el método Descriptivo se analiza la información obtenida para utilizarla en el diseño de filtros pasa-bandas de Chebyshev en aplicaciones en microondas. Además, la investigación aplica el paradigma Empírico-Analítico y un enfoque Cuantitativo con operaciones matemáticas para caracterizar las técnicas estudiadas y para la realización de los diseños realizados. Esta investigación es Experimental porque se manipulan los parámetros investigados, para obtener las mejores características en el diseño para lograr las especificaciones establecidas.

Palabras clave: filtros de microondas, síntesis, matriz de acoplamiento.

ABSTRACT

The present work describes the application of matrix synthesis methods in the design of microwave filters. The theoretical foundations of microwave filters, their classification and their design stages are studied. Different synthesis methods are analyzed with special emphasis on matrix methods. The design of two Chebyshev band-pass filters based on microstrip technology is proposed, applying synthesis methods from the $N \times N$ and $N + 2$ coupling matrix, the latter case, in its folded canonical form. The validation and simulation of the prototypes was carried out with the assistance of professional software for the design of structures at high frequencies. In this work the Exploratory method is used to delve into the state of the art of matrix synthesis methods in filter design, with which the information obtained is analyzed using the Descriptive method to be used in the design of bandpass filters. Chebyshev in microwave applications. Furthermore, the research applies the Empirical-Analytical paradigm and a Quantitative approach with mathematical operations to characterize the studied techniques and to carry out the designs. This research is Experimental because the investigated parameters are manipulated to obtain the best characteristics in the design to achieve the established specifications.

Keywords: microwave filters, synthesis, coupling matrix.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS.....	XIV
CAPITULO 1 . Descripción del proyecto de intervención.....	17
1.1 Justificación del problema a investigar.	17
1.2 Antecedentes.....	18
1.3 Definición del problema.	19
1.4 Objetivos.....	19
1.4.1 Objetivo General.	19
1.4.2 Objetivos específicos.	19
1.5 Hipótesis.....	19
1.6 Metodología de investigación.	20
CAPITULO 2 . Marco teórico.....	21
2.1 Generalidades de los filtros de microondas.....	21
2.1.1 Características fundamentales de los filtros.....	21
2.1.2 Clasificación de los filtros.....	25
2.1.3 Respuestas de filtros prácticos.....	29
2.1.4 Etapas para el diseño de un filtro.....	34
CAPITULO 3 . Métodos matriciales de síntesis.....	37
3.1 Matriz de acoplamiento.....	37
3.2 Método de síntesis de la matriz NxN.	38
3.3 Síntesis de polinomios.....	39
3.3.1 Función de filtrado.....	40
3.4 Síntesis de la matriz N+2.....	44
3.5 Síntesis de la función de admitancia.....	44
3.5.1 Síntesis mediante polinomios de transferencia y reflexión.....	45
3.5.2 Síntesis mediante aproximación circuital.	49
3.6 Síntesis de la matriz transversal N+2.	53
3.7 Diferentes topologías para la implementación práctica de los filtros.	55
3.7.1 Topología Folded Canonical Form.	56
CAPITULO 4 . Diseño y simulación de filtros pasa-bandas aplicando la síntesis por métodos matriciales.....	70
4.1 Aplicación de la síntesis a partir de la matriz de acoplamiento NxN en el diseño de un filtro de microondas.....	70

4.2	Aplicación de la síntesis a partir de la matriz de acoplamiento $N+2$ en su forma Folded Canonical.	76
4.2.1	Reducción de la matriz de acoplamiento.....	78
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	81
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	84
	GLOSARIO DE TÉRMINOS	85
	ANEXOS.....	86

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Red sin pérdidas conectada a un generador y a una carga.....	22
Figura 2.2. Respuesta ideal de los diferentes tipos de filtros.....	26
Figura 2.3.Filtro pasa-bajos. (a) Respuesta en frecuencia. (b) Circuito básico.....	27
Figura 2.4.Filtro pasa-alto. (a) Respuesta en frecuencia. (b) Circuito básico.	27
Figura 2.5.Filtro pasa-banda. (a) Respuesta en frecuencia. (b) Circuito básico. ...	28
Figura 2.6..Filtro rechazo de banda. (a) Respuesta en frecuencia. (b) Circuito básico.	29
Figura 2.7. Respuesta en frecuencia de un filtro pasa-bajo de Butterworth.....	30
Figura 2.8.Respuesta en frecuencia de un filtro pasa-bajo de Chebyshev.	32
Figura 2.9. Transformación de pasa-bajo a pasa-banda. a) Respuesta de filtro pasa-bajo. b) Respuesta de la transformación a pasa-banda.....	34
Figura 3.1.Modelo circuital de un resonador.	38
Figura 3.2 Redes canónicas de grado par e impar.	43
Figura 3.3 Resonadores en el camino mínimo.....	43
Figura 3.4.Conjunto de N resonadores transversales se incluye el acoplamiento directo fuente/carga <i>MSL</i>	49
Figura 3.5.El circuito equivalente del k-ésimo resonador.....	50
Figura 3.6. Etapas para el cálculo de la matriz ABCD.	51
Figura 3.7.Matriz transversal $N + 2$	55
Figura 3.8. Ejemplo gráfico de la propiedad 1.	59
Figura 3.9.Topología que se pretende conseguir y representación de los posibles acoplamientos distintos de cero.....	60
Figura 3.10.Matriz de acoplamiento.....	60
Figura 3.11.Orden de las cancelaciones de los acoplamientos para el caso par e impar.....	62
Figura 3.12.Matriz tras las primeras 4 transformaciones.	63
Figura 3.13 Matriz tras las primeras 7 transformaciones.	64
Figura 3.14 Aspecto de la matriz en cada una de las 3 transformaciones que eliminan los elementos deseados de la última columna.	65
Figura 3.15 Matriz tras 9 transformaciones.....	66
Figura 3.16 Aspecto final de la matriz.....	67

Figura 4.1. Esquema general del filtro pasa-banda de microcintas con cuatro resonadores.....	71
Figura 4.2. Arreglo para extraer el factor de calidad externo Q_{e1}	73
Figura 4.3. Respuesta en frecuencia simulada para $L_1=12,6$ mm.....	74
Figura 4.4. Arreglo para obtener el coeficiente de acoplamiento M_1	75
Figura 4.5. Respuesta en frecuencia simulada para $S_1=0,3$ mm.....	75
Figura 4.6. Dimensiones finales del filtro.	76
Figura 4.7. Esquemático del filtro deseado.....	77
Figura 4.8. Diseño del filtro pasa-banda de microcintas con cuatro resonadores...	77
Figura 4.9. Respuesta en frecuencia del filtro.....	78
Figura 4.10. Matriz de acoplamiento $N+2$	78
Figura 4.11. Matriz de acoplamiento reducida a la forma folded canonical.	79
Figura 4.12. Red Folded Canonical de orden 4.	79
Figura 4.13. Diseño final del filtro.....	80
Figura 4.14. Respuesta en frecuencia del filtro.....	80

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1 Regiones del comportamiento de la función de filtrado CN_{ω}	42
Tabla 3.2. Resumen del proceso de reducción de la matriz de grado $N = 7$	68
Tabla 3.3 Resumen del proceso de reducción de la matriz de grado $N = 6$	69
Tabla 4.1. Valores de los elementos de prototipo pasa banda con rizado de 0,0988 dB	72

CAPITULO 1 . Descripción del proyecto de intervención.

En el presente capítulo se justificará y delimitará el problema a investigar, se establecerán los objetivos generales y específicos, la hipótesis y la metodología de investigación.

1.1 Justificación del problema a investigar.

Dado el creciente desarrollo de aplicaciones y servicios de telecomunicaciones en la actualidad, el espectro radioelectrónico en la banda de microondas es más exiguo que nunca; bandas de frecuencias que hasta hace no mucho eran muy restringidas han pasado al campo de los bienes de consumo, esto ha impuesto prestaciones elevadas a los dispositivos de microondas y en particular a los pasivos, dentro de las que destacan: bajas pérdidas de inserción, anchos de bandas extremos, elevada selectividad entre bandas muy próximas , altos aislamientos fuera de su banda de trabajo, tamaño y peso reducidos con posibilidad de integración con otros dispositivos y costo mínimo, entre otros.

Para satisfacer en lo posible estos requisitos es necesario el establecimiento de procedimientos fiables de diseño, desde las especificaciones de respuesta hasta la determinación de un prototipo con sus dimensiones, procesos que han de poder automatizarse en lo posible.

Dentro de los dispositivos pasivos más ampliamente usados en esta área de competencias se encuentran los filtros y en particular los pasa-bandas presentes en todos los sistemas de comunicaciones. En general el comportamiento selectivo en frecuencia de este tipo de dispositivo se logra mediante el uso de elementos resonadores acoplados electromagnéticamente.

El proceso de síntesis de filtros formados por resonadores acoplados entre sí consiste en la obtención de una estructura eléctrica cuya respuesta responda a las especificaciones.

Existen distintos métodos para la síntesis de dispositivos formados por resonadores acoplados, para el caso específico de los filtros pasa-bandas, el método de síntesis a partir de la matriz de acoplamiento arroja resultados satisfactorios.

1.2 Antecedentes.

En el diseño y construcción de circuitos que operan a frecuencias de microondas y ondas milimétricas es muy importante tener en cuenta las dimensiones de cada elemento, dado que pueden ser comparables con la longitud de onda, originando efectos parásitos que pueden distorsionar la respuesta deseada. Con la finalidad de eliminar tales efectos, se desarrollan investigaciones para realizar mejoras en los circuitos que conduzcan a la obtención de estructuras lo más sencillas posible que faciliten su análisis.

En el proceso de concepción y diseño de los sistemas modernos de comunicaciones móviles y por satélite la implementación de filtros de microondas juega un papel primordial. Las nuevas aplicaciones requieren de diseños de filtros más compactos y livianos, sin perder la selectividad y la capacidad de resistir señales no esperadas. El diseño de filtros generalmente demanda mucho trabajo para conseguir el procedimiento correcto. Una de las etapas más significativas del diseño es la suma de la función de transferencia esperada (Martínez, 2006). Dado que un filtro puede ser descrito como una matriz de acoplamiento entre resonadores, utilizando las propiedades de dicha matriz es posible despejar sus coeficientes en función de lograr las especificaciones tecnológicas planteadas, es la razón por la cual en el presente trabajo se aborda el diseño de filtros de microondas pasa-bandas utilizando la síntesis por métodos matriciales.

1.3 Definición del problema.

Necesidad de emplear métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros de microondas para obtener estructuras con las especificaciones tecnológicas requeridas por los sistemas de comunicaciones modernos.

1.4 Objetivos.

A continuación, se detallan el objetivo general y los objetivos específicos:

1.4.1 Objetivo General.

Diseñar y simular filtros de microondas con respuesta pasa-banda sobre tecnología de microcintas, empleando métodos matriciales de síntesis.

1.4.2 Objetivos específicos.

- Analizar la teoría de los filtros haciendo énfasis en las generalidades de los filtros de microondas.
- Caracterizar las etapas para el diseño de un filtro de microondas.
- Describir los métodos matriciales de síntesis.
- Caracterizar los métodos de síntesis de la matriz $N \times N$.
- Caracterizar los métodos de síntesis de la matriz $N + 2$.
- Describir la Topología *Folded Canonical Form*.
- Diseñar y simular un filtro de microondas con respuesta pasa-banda de Chebyshev sobre tecnología de microcintas aplicando el método de síntesis a partir de la matriz de acoplamiento $N \times N$.
- Diseñar y simular un filtro de microondas con respuesta pasa-banda de Chebyshev sobre tecnología de microcintas aplicando el método de síntesis a partir de la matriz de acoplamiento $N + 2$ en su forma *folded canonical*.

1.5 Hipótesis.

La aplicación de la síntesis por métodos matriciales en el diseño de filtros de microondas permitirá obtener prototipos más compactos y con mayor

selectividad, especificaciones requeridas por los sistemas de comunicaciones modernos.

1.6 Metodología de investigación.

En el presente trabajo se utiliza el método de investigación Exploratorio, a través del cual se profundiza en el estado actual de la teoría referente al empleo de los métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros, determinando así el marco teórico del trabajo.

Posteriormente se emplea el procedimiento Descriptivo para examinar los datos conseguidos y aplicarlos al diseño motivo de este trabajo, en el cual se usa el paradigma empírico-analítico y una orientación cuantitativa.

El diseño es experimental por las pruebas que deben hacerse el diseño.

CAPITULO 2 . Marco teórico.

En este capítulo se exponen los fundamentos teóricos generales de los filtros de microondas, sus características y parámetros fundamentales. Se definen las etapas de diseño de un filtro de microondas haciendo énfasis en la etapa de síntesis.

2.1 Generalidades de los filtros de microondas.

Un filtro es una red de dos puertos usada para controlar la respuesta en frecuencia de un sistema, son fundamentales en estudios de radiofrecuencia y microondas. Para recibir o bloquear ondas en diferentes frecuencias. El dispositivo ideal, presenta pérdidas de inserción nulas en la banda de paso, respuesta lineal y fuera de esta tiene atenuación infinita (Vargas, 2019).

El filtro ideal es irrealizable, por lo tanto, debe haber un compromiso entre las distintas características a conseguir. Según los requerimientos y conocida la aplicación a la que esté destinado, interesará mejorar unas prestaciones u otras: sus pérdidas de inserción, su respuesta en fase, su tamaño, su costo, entre otras. Además, cuando se emplean en el rango de las frecuencias de microondas, las características de atenuación (pasa-bajo, pasa-alto, entre otras) se consiguen hasta cierta frecuencia límite superior a partir de la cual las características se deterioran debido a los efectos parásitos de las discontinuidades entre medios de transmisión, generación de modos superiores, bandas espurias, entre otras (Monsalve, 2008).

2.1.1 Características fundamentales de los filtros.

A continuación, se detallan las principales características de los filtros:

Frecuencia de corte (Fc): La frecuencia de corte delimita el grupo de las frecuencias que pasan o no pasan por el filtro. La frecuencia de corte de un filtro es 3 dB debajo de las pérdidas por inserción del filtro. Esta indica el punto en el cual el filtro es considerado que rechaza las señales indeseadas. Esta frecuencia es la que delimita la banda de paso del filtro (Covarrubias, 2007).

Banda de paso: Es la gama de frecuencias que pueden pasar a través de un filtro sin ser atenuadas.

Banda de rechazo: Conjunto de frecuencias o rangos de frecuencias que el filtro no deja pasar (son atenuadas).

Ancho de banda: El ancho de banda de un filtro es la diferencia entre las frecuencias en las que su atenuación al pasar a través del filtro se mantiene igual o inferior a 3 dB comparada con la frecuencia de corte. En otras palabras, es la diferencia entre la frecuencia de corte superior y la frecuencia de corte inferior (Covarrubias, 2007).

Los filtros son dispositivos de dos puertos que pueden representarse tal y como se aprecia en la figura 2.1.

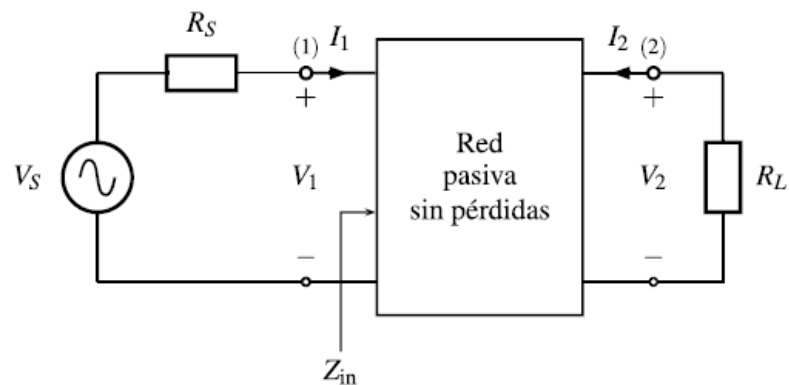


Figura 2.1. Red sin pérdidas conectada a un generador y a una carga.
Fuente: (Cogollos, 2016)

En el esquema general de la figura 2.1 se muestra el filtro conectado a una fuente de señal o generador (que tiene una impedancia interna R_S) y a una impedancia de carga R_L (Cogollos, 2016).

Para estudiar la respuesta del filtro se utilizarán los parámetros de dispersión o parámetros S. A continuación, se expresa la matriz de parámetros S:

$$S(f) = \begin{bmatrix} S_{11}(f) & S_{12}(f) \\ S_{21}(f) & S_{22}(f) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Donde:

$S_{11}(f)$: Es el coeficiente de reflexión visto desde el plano de referencia situado en el puerto 1, cuando se ubica un generador en dicho puerto y se termina en el puerto 2 con su impedancia característica (Mendoza, 2013).

$S_{21}(f)$: Es el coeficiente de transmisión, es decir la señal reflejada (vista desde el plano en el puerto 1), fraccionada la señal incidente (vista desde el plano en el puerto 2), al poner un generador en este último puerto y se termina en el puerto 1 con su impedancia característica (Mendoza, 2013).

- Si se considera el filtro como red pasiva, se cumple que $|S_{ij}| \leq 1$.
- Si se considera que son redes recíprocas , se cumple que $S_{21} = S_{12}$.

Si se asume también que no existen pérdidas, es decir, que la energía que no se transmite a la salida se refleja a la entrada, se cumple la condición de unilaterialidad, que viene dada por (Martínez, 2006):

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \quad (2.2)$$

Se tendrá entonces filtros pasivos y sin pérdidas, formados por elementos reactivos que a cierta frecuencia resonarán y dejan pasar la señal de microondas y en el resto reflejarán la energía. Según esto, se distinguen dos bandas diferenciadas en su respuesta (Martínez, 2006):

- Banda de paso:

$|S_{21}| \rightarrow 0 \text{ dB}$, toda la señal se transmite.

$|S_{11}| \rightarrow \infty \text{ dB}$, la señal no se refleja.

- Banda de atenuación:

$|S_{21}| \rightarrow \infty \text{ dB}$, la señal no se transmite.

$|S_{11}| \rightarrow 0 \text{ dB}$, toda la señal se refleja.

Otro parámetro para determinar será el orden N del filtro, que vendrá dado por el número de resonadores que actúan como tal y que coincidirá con el número de ceros de la respuesta en reflexión S_{11} . Además de éstos, existe otro parámetro importante en la respuesta en frecuencia, que viene dado por la fase de S_{21} y al que se le denomina retardo de grupo. El retardo de grupo $\tau(\omega)$ se mide en segundos e indica el retardo que sufre cada componente espectral de la señal al pasar por el filtro. Se define como (Martínez, 2006):

$$\tau(\omega) = \frac{\partial \Phi(\omega)}{\partial(\omega)} \quad (2.3)$$

Donde:

$\Phi(\omega)$ es la fase de S_{21}

De aquí se deduce que para que el retardo de grupo sea constante en la banda de paso, interesa que la fase de S_{21} sea lineal en dicha banda. Con esto se evitará que se produzca dispersión espectral de la señal. Sin embargo, hay que tener en cuenta que en general se necesitan filtros muy selectivos y cuanto más selectivo sea, menos constante será su retardo de grupo. Existe por tanto un compromiso entre la selectividad de la respuesta en amplitud y la distorsión de fase, de forma que cuanto más abrupta es la respuesta, mayor es la distorsión y cuanto menor sea menos selectivo es el filtro. Es importante también, destacar el significado de los ceros de transmisión y los ceros de reflexión (Martínez, 2006):

Ceros de transmisión: Son los valores de frecuencia en los que no se transmite la señal, por lo que el parámetro S_{21} tiene un valor en dB muy alto. A la hora de diseñar un filtro, será de gran importancia poder determinar la posición de estos ceros, puesto que así se es capaces de eliminar la señal a la frecuencia concreta que se desee (Martínez, 2006).

Ceros de reflexión: Son los valores de frecuencia en los que la señal no se refleja (Martínez, 2006).

El coeficiente de reflexión S_{11} puede determinarse a partir de la ecuación:

$$S_{11} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \quad (2.4)$$

Donde: Z_0 es la impedancia de referencia y Z_{in} es la impedancia de entrada de la red.

Dos parámetros muy importantes en el diseño de filtros de microondas son las pérdidas de retorno R_{Loss} y las pérdidas de inserción I_{Loss} , que se definen como se expresa en las ecuaciones 2.5 y 2.6.

$$R_{Loss} = -20 \log_{10} |S_{11}| \quad (2.5)$$

$$I_{Loss} = -20 \log_{10} |S_{21}| \quad (2.6)$$

2.1.2 Clasificación de los filtros.

Los filtros pueden clasificarse, según su respuesta en frecuencia, en pasa-bajas, pasa-altas, pasa-bandas, filtro de rechazo de banda y filtro pasa-todo (véase la figura 2.2).

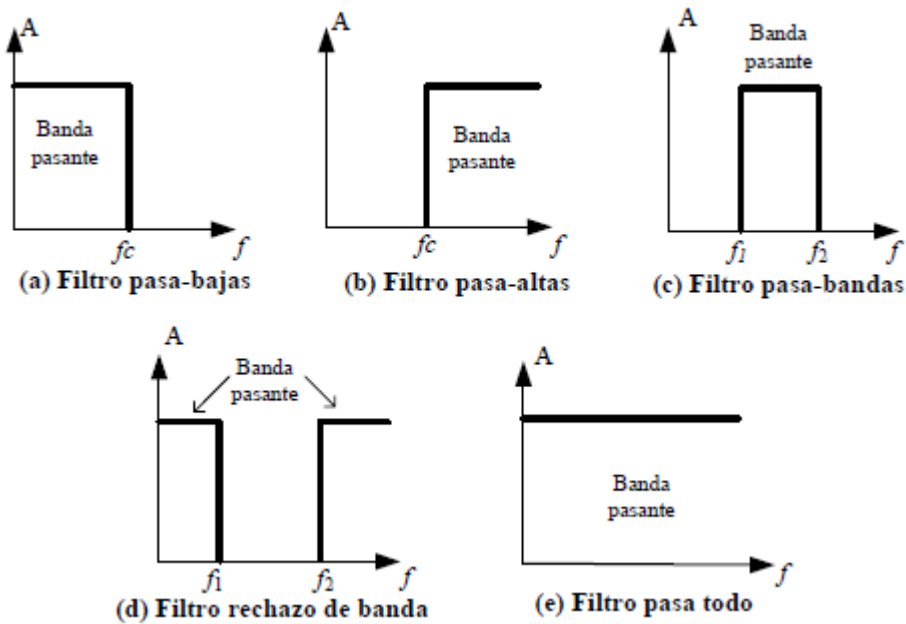
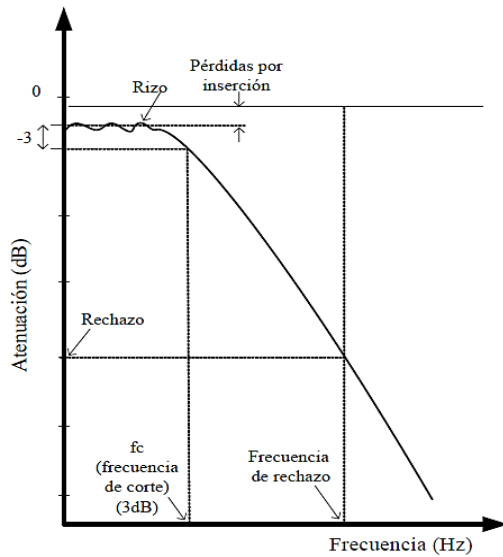


Figura 2.2. Respuesta ideal de los diferentes tipos de filtros.
Fuente: (Covarrubias, 2007)

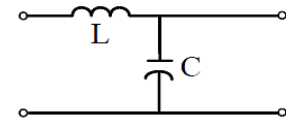
Filtro pasa-todo: Es un filtro selectivo en el tiempo, no modifica el espectro en magnitud sólo afecta el de fase. Se emplea para derivar o integrar una señal $\pm 90^\circ$, elimina los problemas de fase y ocasiona un retardo analógico (véase figura 2.1 e).

Filtro pasa-bajas: Este es un filtro que pasa las bajas frecuencias y rechaza las altas frecuencias. La combinación más simple de un filtro pasa-bajas, es un inductor en serie conectado a un capacitor en paralelo (véase figura 2.3 b)). El número de estos elementos determinan lo selectivo del filtro, siendo más complejo entre más elementos tenga. A bajas frecuencias, la inductancia en serie produce baja impedancia, y el capacitor en paralelo produce alta impedancia, permitiendo que la señal se transfiera a la salida del filtro. Por encima de la frecuencia de corte, el inductor en serie se comporta como una alta impedancia y el capacitor se comporta como baja impedancia, impidiendo que la señal se transfiera a la carga (Pozar, 2012).

En la figura 2.3 a) se observa que para frecuencias por encima de la frecuencia de corte (f_c) la señal es atenuada. La frecuencia de rechazo es usualmente aquella donde la respuesta es atenuada 60 dB.



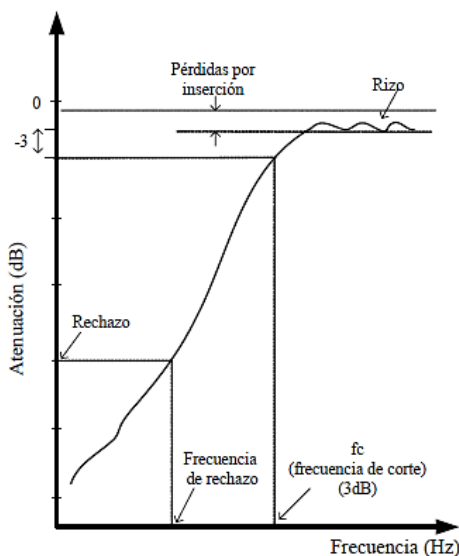
(a) Respuesta de FPB.



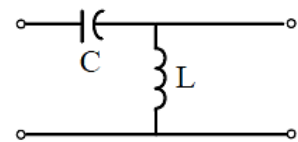
(b) Circuito básico de FPB.

Figura 2.3. Filtro pasa-bajos. (a) Respuesta en frecuencia. (b) Circuito básico.
Fuente: (Covarrubias, 2007)

Filtro pasa-altas: Permite el paso de frecuencias mayores a la frecuencia de corte y rechaza todas las frecuencias inferiores de esta (véase figura 2.4 a). Un capacitor en serie, conectado a un inductor en paralelo, genera la estructura de un filtro pasa-altas (véase la figura 2.4 b). En alta frecuencia, el capacitor presenta baja impedancia mientras que el inductor tiene alta, permitiendo que la señal pase a través del filtro con mínimas pérdidas (Pozar, 2012).



(a) Respuesta de FPA.



(b) Circuito básico de FPA

Figura 2.4. Filtro pasa-alto. (a) Respuesta en frecuencia. (b) Circuito básico.
Fuente: (Covarrubias, 2007)

Filtro pasa-bandas: Un filtro pasa-bandas es un tipo de filtro que deja pasar un determinado rango de frecuencias que se encuentran entre la frecuencia de corte inferior (f_1) y la frecuencia de corte superior (f_2) mientras atenúa el paso del resto (véase figura 2.5 a). En la figura 2.5 b) se muestra un circuito básico de un filtro pasa-bandas conformado por un inductor y un capacitor conectados en serie.

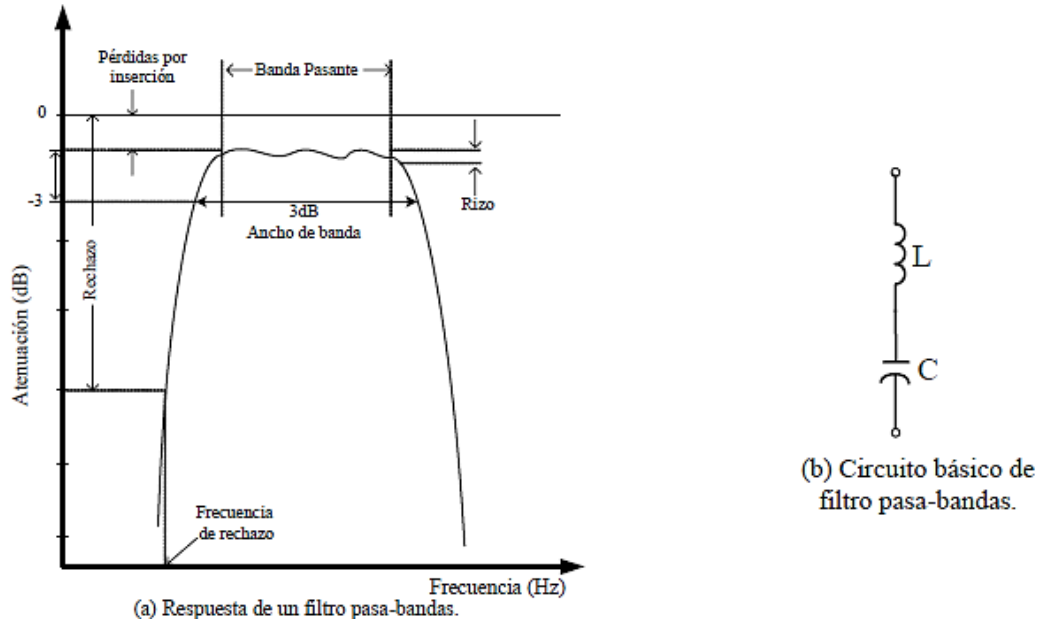


Figura 2.5. Filtro pasa-banda. (a) Respuesta en frecuencia. (b) Circuito básico.
Fuente: (Covarrubias, 2007)

Filtro rechazo de banda o supresores de banda: Suprime el paso de un rango de frecuencias definidas por la frecuencia de corte superior (f_2) e inferior (f_1). La señal presenta altas pérdidas entre f_1 y f_2 (véase figura 2.6 a)). En la figura 2.6 b) se muestra un circuito básico de un filtro pasa-bandas conformado por un inductor y un capacitor conectados en paralelo.

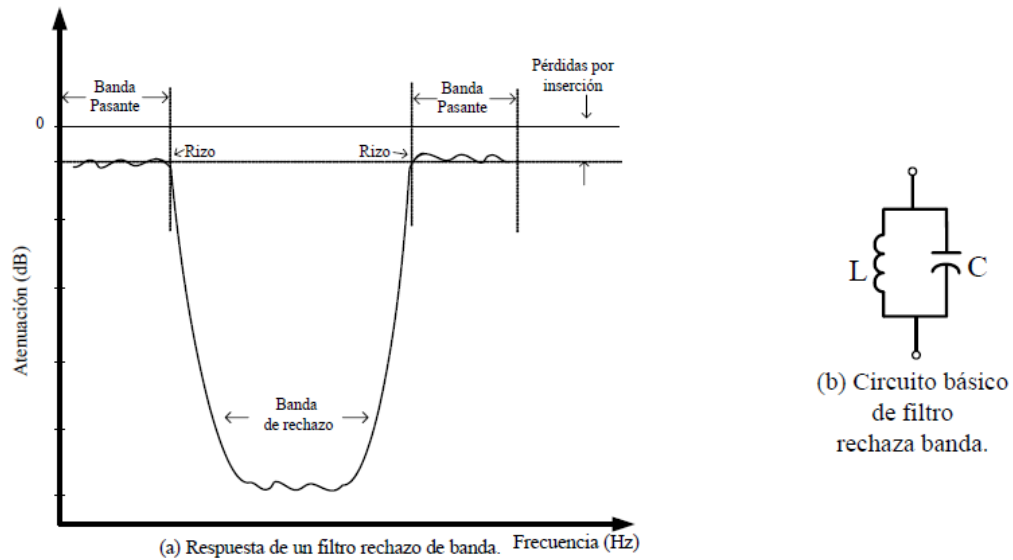


Figura 2.6..Filtro rechazo de banda. (a) Respuesta en frecuencia. (b) Circuito básico.
Fuente: (Covarrubias, 2007)

2.1.3 Respuestas de filtros prácticos.

Para el diseño de filtros es necesario caracterizar dos aproximaciones clásicas: Butterworth (respuesta máximamente plana) y Chebyshev (igual rizado).

2.1.3.1 Respuesta máximamente plana o filtro de Butterworth.

A esta característica también se denomina respuesta binomial o de Butterworth, y es óptima en el sentido de que proporciona la respuesta de banda de paso más plana posible para un orden o complejidad de filtro dada (Vargas, 2019).

Para un filtro pasa-bajo las pérdidas de inserción están determinadas por:

$$P_{LR} = 1 + k^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \quad (2.7)$$

Donde:

N: Orden del filtro

ω_c : frecuencia de corte

La banda de paso se extiende desde $\omega = 0$ a $\omega = \omega_c$. El máximo valor de P_{LR} en la banda de paso es $1 + k^2$ y por esta razón se denomina a k^2 “tolerancia en la banda de paso”. Si se elige $1 + k^2$ como el punto a -3 dB, como se suele especificar normalmente, se tiene que $k = 1$. Para $\omega > \omega_c$ las pérdidas de inserción se incrementan indefinidamente a una tasa que depende del exponente $2N$, el cual está relacionado con el número de secciones empleadas en el filtro. Para $\omega \gg \omega_c$, $P_{LR} = \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2N}$ lo que demuestra que las pérdidas de inserción se incrementan con una tasa de $20N$ dB/década (Pozar, 2012).

Una respuesta típica de este tipo de filtro es la que se aprecia en la figura 2.7.

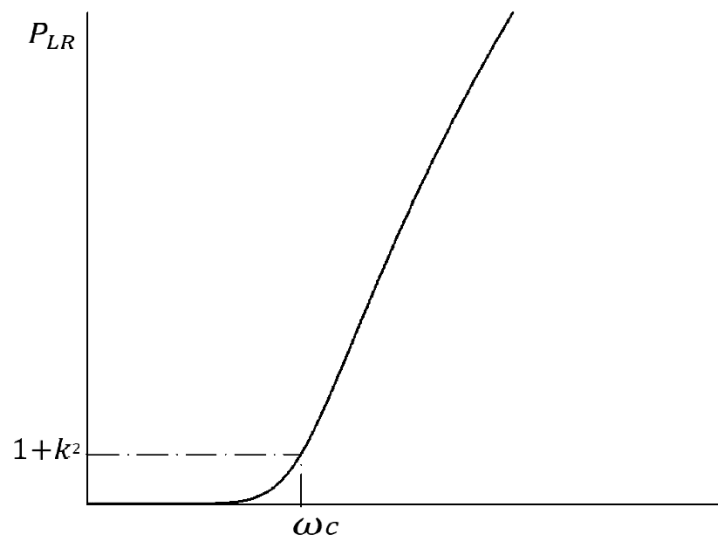


Figura 2.7. Respuesta en frecuencia de un filtro pasa-bajo de Butterworth.
Fuente: (Vargas, 2019)

2.1.3.2 Respuesta de igual rizado o filtro de Chebyshev.

Conocido como respuesta de igual rizado (*Equal Ripple*), deben su nombre a Pafnuti Chebyshev, debido a que la función matemática de su respuesta en frecuencia utiliza los denominados polinomios de Chebyshev.

Con estos filtros se consigue una caída más pronunciada de la respuesta en frecuencias bajas debido a que presentan rizado en alguna de sus

bandas (paso o rechazo). A diferencia del Filtro de Butterworth donde los polos se distribuyen sobre una circunferencia, los polos del filtro Chebyshev lo hacen sobre una elipse; sus ceros se encuentran en el eje imaginario. En dependencia del rizado se conocen dos tipos de filtros Chebyshev: Filtros de Chebyshev de tipo I y tipo II (Vargas, 2019).

Filtros de Chebyshev de tipo I:

- Son filtros que únicamente tienen polos, presentan un rizado constante en la banda pasante y presentan una caída monótona en la banda de rechazo.

Filtros de Chebyshev de tipo II:

- Estos filtros a diferencia de los Chebyshev I presentan ceros y polos, su rizado es constante en la banda de rechazo y además presentan una caída monótona en la banda de paso.

Las pérdidas de inserción para el filtro de Chebyshev pasa-bajo, se representan como:

$$P_{LR} = 1 + k^2 T_N^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \quad (2.8)$$

Donde $T_N \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$ es el polinomio de Chebyshev de grado n, cuya ecuación es:

$$T_n \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) = \cos \left(N * \cos^{-1} \frac{\omega}{\omega_c} \right) \quad \text{para } \left| \frac{\omega}{\omega_c} \right| < 1 \quad (2.9)$$

$$T_n \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) = \cosh \left(N * \cosh^{-1} \frac{\omega}{\omega_c} \right) \quad \text{para } \frac{\omega}{\omega_c} > 1 \quad (2.10)$$

$T_N \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$ oscila entre ± 1 para $|\omega/\omega_c| < 1$ y se incrementa monótonamente para $\omega/\omega_c > 1$. Las pérdidas de inserción oscilarán entre 1 y $1 + k^2$ en la banda de paso, siendo igual a $1 + k^2$ en la frecuencia de

corte incrementando monótonamente para $\omega > \omega_c$. Por lo que, k^2 determina el nivel de rizado en la banda de paso.

Una respuesta típica de este tipo de filtro es la que se aprecia en la figura 2.8.

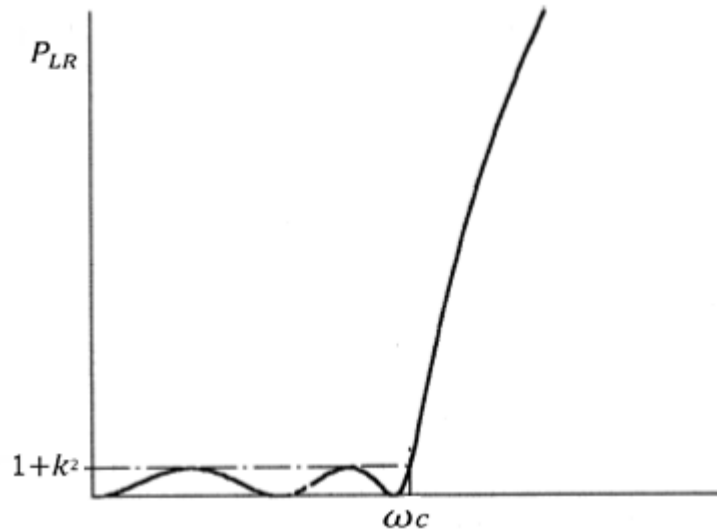


Figura 2.8. Respuesta en frecuencia de un filtro pasa-bajo de Chebyshev.

Fuente: (Vargas, 2019)

Para una relación $\frac{\omega}{\omega_c}$ grande, T_N se puede expresar como:

$$T_N(x) \cong \frac{1}{2}(2x)^{2N} \quad (2.11)$$

Para este caso las pérdidas de inserción se pueden aproximar por la siguiente expresión:

$$P_{LR} \cong \frac{k^2}{4} \left(\frac{2\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \quad (2.12)$$

Como en el caso de Butterworth estas se incrementan a una tasa de 20N dB/década. Una característica muy llamativa de la respuesta Chebyshev en comparación con la curva de Butterworth es que, para el mismo orden, proporciona una mayor selectividad a costa del igual rizado dentro de la banda de paso (Vargas, 2019).

2.1.3.3 Transformación de filtros pasa-bajo a pasa-banda.

Los diseños de filtros pasa-bajo prototipo pueden ser transformados para obtener respuestas pasa-banda. Si ω_1 y ω_2 denotan los límites de la banda de paso, entonces se puede obtener una respuesta pasa-banda a partir de la siguiente sustitución (Pozar, 2012):

$$\omega \leftarrow \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (2.13)$$

Donde

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad (2.14)$$

Siendo Δ el ancho de banda fraccional del pasa-banda. La frecuencia central ω_0 puede ser seleccionada como la media geométrica:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad (2.15)$$

Luego, a partir de la transformación (2.13) se mapean las características pasa-banda (véase figura 2.9), como se expresa a continuación:

$$\text{Cuando } \omega = \omega_0, \quad \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 0$$

$$\text{Cuando } \omega = \omega_1, \quad \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega_1} \right) = -1$$

$$\text{Cuando } \omega = \omega_2, \quad \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega_2^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega_2} \right) = 1$$

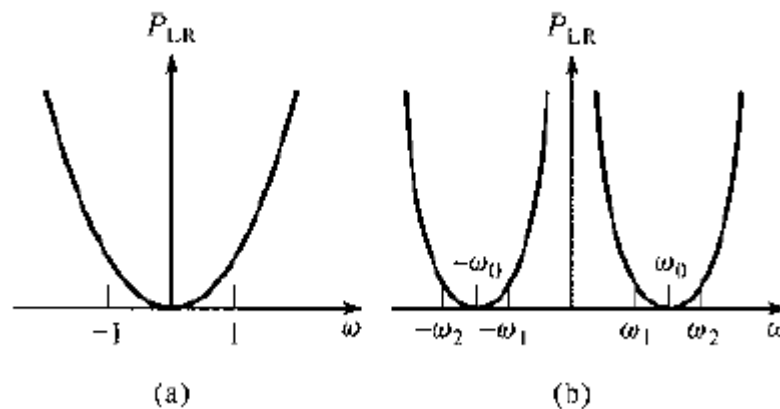


Figura 2.9. Transformación de pasa-bajo a pasa-banda. a) Respuesta de filtro pasa-bajo. b) Respuesta de la transformación a pasa-banda.
Fuente: (Pojar, 2012)

2.1.4 Etapas para el diseño de un filtro.

El diseño de un filtro puede dividirse en cinco etapas (Covarrubias, 2007):

Planteamiento: descripción informal del problema.

Especificación: reformulación del problema en términos de una serie de parámetros cuantitativos característicos.

Aproximación: obtención de una función de atenuación que satisfaga los parámetros especificados.

Síntesis: obtención de un circuito que realice la función obtenida en la etapa de aproximación. Proceso mediante el cual se diseña un circuito de microondas con una respuesta en frecuencia que se adapte a las especificaciones dadas.

Verificación: Confirmación del cumplimiento de las especificaciones funcionales y otras condiciones de proyecto (costo, tamaño, consumo, etc.).

Las etapas mencionadas no tienen una única solución ni siguen necesariamente un orden lineal o secuencial. A menudo, al llegar a cierto punto se comprueba que es necesario volver atrás para modificar alguna decisión previa. En algunos casos puede ser preciso inclusive reexaminar el planteamiento o flexibilizar algunas especificaciones (Covarrubias, 2007).

2.1.4.1 Síntesis de dispositivos formados por resonadores acoplados.

Las tendencias actuales exigen elevadas prestaciones a los dispositivos de microondas, en particular a los pasivos. Algunas de las prestaciones más importantes son:

- Pérdidas de inserción bajas.
- Anchos de banda extremos, dependiendo de la aplicación.
- Elevada selectividad entre bandas muy próximas.
- Alto aislamiento fuera de su banda de trabajo, en grandes anchos de banda.
- Tamaño y pesos reducidos, con posibilidad de integración con otros dispositivos.
- Costo mínimo.

En general, el comportamiento selectivo en frecuencia de este tipo de dispositivos se logra mediante el uso de elementos resonadores o simplemente resonadores, acoplados entre sí electromagnéticamente.

El proceso de síntesis de dispositivos formados por resonadores acoplados entre sí consiste en la obtención de una estructura eléctrica cuya respuesta en frecuencia responda a las especificaciones. Es decir, partiendo de una respuesta en frecuencia, definida como una función racional, se pretende obtener la caracterización de los elementos que forman una red eléctrica cuya respuesta sea precisamente la indicada. Las características de dichos elementos son las siguientes:

- Número de resonadores que forman la red, conocido como orden.

- Frecuencia de resonancia de los resonadores.
- Disposición de los acoplamientos electromagnéticos entre pares de resonadores y con los puertos de la red.
- Valor de los correspondientes coeficientes de acoplamiento.

Existen múltiples métodos de síntesis de cuadripolos, es decir, de redes de dos puertos. Básicamente, estos métodos pueden ser agrupados en tres categorías:

1. Síntesis mediante extracciones: Los elementos de la red son obtenidos uno a uno sucesivamente, dando lugar cada paso a una red remanente más sencilla, hasta extraerla por completo.
2. Síntesis por métodos matriciales: Una red puede ser descrita como una matriz de acoplamientos entre resonadores. Utilizando las propiedades de dicha matriz es posible despejar sus coeficientes en función de la respuesta en frecuencia especificada.
3. Síntesis por optimización: La síntesis es en realidad un problema no lineal. Puede resolverse por tanto mediante las técnicas iterativas habituales.

Según se plantea en (García, 2004), los filtros pasa-bandas son caracterizados habitualmente mediante su matriz de acoplamientos, cuyos elementos son en la forma más básica los coeficientes de acoplamiento entre cada par de resonadores.

En el siguiente capítulo se realiza un estudio más detallado del método de síntesis por métodos matriciales.

CAPITULO 3 . Métodos matriciales de síntesis.

En el presente capítulo se desarrolla el procedimiento completo de síntesis para obtener la matriz de acoplamiento $N \times N$ y $N + 2$ de filtros pasa-banda de Chebyshev. Se detallan las ventajas de la matriz de acoplamiento $N + 2$ frente a la tradicional $N \times N$.

3.1 Matriz de acoplamiento.

La matriz de acoplamientos es una representación adecuada de una red de dos puertos formada por resonadores acoplados (véase figura 3.1), y lo es por varios motivos (García, 2004):

- Se trata de una representación completa de la red, a lo sumo puede ser necesario añadir a la representación sus resistencias terminales, en la cual está contenida toda la información de interés sobre los elementos que la componen:
- Valores numéricos de los elementos, como frecuencia de resonancia y coeficientes de acoplamientos.
- Topología de acoplamientos.

Aunque la red contiene más elementos circuitales que los descritos explícitamente en la matriz, estos son fijos si se aplican las normalizaciones de frecuencia e impedancia adecuadas.

- Permite el cálculo eficiente de la respuesta en frecuencia de la red.
- La inclusión de pérdidas en los resonadores es sencilla, mediante la inserción de una resistencia en el circuito equivalente del resonador, conectada en serie o en paralelo dependiendo del tipo de resonador.

- Se han descritos diversas técnicas de síntesis de la matriz de acoplamientos, tanto analíticas, como basadas en procedimientos iterativos y de optimización.
- Mediante el uso de procedimientos algebraicos, puede transformarse una matriz en otra diferente, cuya respuesta en frecuencia sea idéntica, es decir, es posible obtener diferentes redes con el mismo comportamiento.

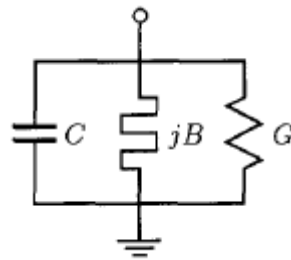


Figura 3.1. Modelo circuital de un resonador.

Fuente: (García, 2004)

3.2 Método de síntesis de la matriz $N \times N$.

Para la etapa de síntesis se deben establecer primeramente los ceros de transmisión, el orden del filtro y las pérdidas de retorno deseadas. A partir de éstos valores se podrá obtener la matriz de acoplamiento.

El método de síntesis de la matriz $N \times N$ puede dividirse en dos partes fundamentales (Martínez, 2006):

- Síntesis de los polinomios: Se describe el comportamiento de la función de filtrado, así como la técnica recursiva y el principio de singularidad alternativa necesarios para la obtención de los polinomios que determinarán los parámetros S_{21} y S_{11} .
- Procedimiento para obtener la matriz de acoplamiento: Se obtienen las ecuaciones del circuito, así como del cálculo de los parámetros de admitancia y la relación entre estos y los parámetros de transmisión y reflexión. Se aplica el algoritmo de ortonormalización de *Gram-Schmidt*, utilizado en la última fase antes de la obtención de la matriz de acoplamiento.

3.3 Síntesis de polinomios.

En cualquier red de filtros sin pérdidas de 2 puertos, compuesta por una serie de N resonadores interacoplados, las funciones de reflexión y transferencia pueden expresarse como un cociente de dos polinomios de grado N , que comparten denominador común (Mishra & Singh, 2012):

- Coeficiente de reflexión

$$S_{11}(\omega) = \frac{F_N(\omega)}{E_N(\omega)} \quad (3.1)$$

- Coeficiente de transferencia

$$S_{21}(\omega) = \frac{P_N(\omega)}{\varepsilon \cdot E_N(\omega)} \quad (3.2)$$

Donde ω es la variable real de frecuencia normalizada, relacionada con la variable compleja s según $s = j \cdot \omega$.

El polinomio $P_N(\omega)$, numerador de $S_{21}(\omega)$, contiene los ceros de transmisión de la función de transferencia y por tanto se puede determinar a partir de estos. Además, para una función de filtrado de Chebyshev, ε es una constante que normaliza el valor de $S_{21}(\omega)$ al nivel de rizado constante en $\omega = \pm 1$ según:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{RL/10} - 1}} \cdot \frac{P_N(s)}{F_N(s)} \Big|_{s=j} = \frac{1}{\sqrt{10^{RL/10} - 1}} \cdot \frac{P_N(j \cdot \omega)}{F_N(j \cdot \omega)} \Big|_{\omega=\pm 1} \quad (3.3)$$

Donde RL representa el nivel de pérdidas de retorno expresado en dB y se asume que todos los polinomios han sido normalizados tal que sus coeficientes de grado más alto son la unidad.

Para desarrollar la expresión de la función de transferencia (3.2) se elevará esta al cuadrado, se sustituirá en la expresión de la función de reflexión (3.1) y quedará de la forma siguiente:

$$S_{21}^2(\omega) = \frac{P_N^2(\omega)}{\varepsilon^2 \cdot E_N^2(\omega)} = \frac{P_N^2(\omega)}{\varepsilon^2 \cdot \left(\frac{F_N^2(\omega)}{S_{11}^2(\omega)}\right)} \quad (3.4)$$

Se utiliza la ecuación de conservación de la energía para una red sin pérdidas, se puede seguir el desarrollo de la expresión anterior:

$$S_{11}^2(\omega) + S_{21}^2(\omega) = 1 \quad \rightarrow \quad S_{11}^2(\omega) = 1 - S_{21}^2(\omega) \quad (3.5)$$

$$S_{21}^2(\omega) = \frac{P_N^2(\omega)}{\varepsilon^2 \cdot \left(\frac{F_N^2(\omega)}{S_{11}^2(\omega)}\right)} = \frac{P_N^2(\omega)}{\varepsilon^2 \cdot \left(\frac{F_N^2(\omega)}{1 - S_{21}^2(\omega)}\right)} \quad (3.6)$$

Se despeja el valor de S_{21}^2 :

$$S_{21}^2(\omega) = \frac{1}{\varepsilon^2 \cdot C_N^2(\omega) + 1} = \frac{1}{(1 + j \cdot \varepsilon \cdot C_N(\omega)) \cdot (1 - j \cdot \varepsilon \cdot C_N(\omega))} \quad (3.7)$$

3.3.1 Función de filtrado.

En el desarrollo anterior se definió una nueva función $C_N(\omega)$, que se conoce como función de filtrado de grado N (Martínez, 2006) y que viene dada por:

$$C_N(\omega) = \frac{F_N(\omega)}{P_N(\omega)} \quad (3.8)$$

Esta función tiene una forma concreta para la función de Chebyshev de la forma siguiente:

$$C_N(\omega) = \cosh \left[\sum_{n=1}^N \cosh^{-1} \left(\frac{\omega - \frac{1}{\omega}}{1 - \frac{\omega_n}{\omega_n}} \right) \right] = \cosh \left[\sum_{n=1}^N \cosh^{-1}(x_n) \right] \quad (3.9)$$

Donde $j \cdot \omega = s_n$ es la posición del n-ésimo cero de transmisión en el plano complejo. La función de filtrado se comporta de la siguiente manera:

Tabla 3.1 Regiones del comportamiento de la función de filtrado.

$ \omega < 1$	$-1 < C_N(\omega) < 1 \rightarrow C_N(\omega) < 1$
$ \omega = 1$	$C_N(\omega) = 1 \rightarrow C_N(\omega) = 1$
$ \omega > 1$	$C_N(\omega) < -1 \text{ y } C_N(\omega) > 1 \rightarrow C_N(\omega) > 1$

Fuente: (Martínez, 2006)

Por otra parte, cuando todos los ceros de transmisión deseados se aproximan a infinito, la función $C_N(\omega)$ degenera en la función pura de Chebyshev:

$$C_N(\omega)|_{\omega_n} = \cosh \left[\sum_{n=1}^N \cosh^{-1} \left(\frac{\omega - 0}{1 - 0} \right) \right] \quad (3.10)$$

$$C_N(\omega)|_{\omega_n} = \cosh[N \cdot \cosh^{-1}(\omega)] \quad (3.11)$$

A la hora de elegir la posición de los ceros de transmisión, debe conservarse la simetría alrededor del eje imaginario $s = j \cdot \omega$ del plano 's' complejo, para asegurar que el polinomio numerador de $C_N(\omega)$ esto es, $F_N(\omega)$ con grado N y el polinomio denominador de $C_N(\omega)$, esto es, $P_N(\omega)$ con grado igual al número de ceros de transmisión finitos, tengan ambos, coeficientes puramente reales (Mishra & Singh, 2012).

Si se supone, por ejemplo, que se tienen dos ceros de transmisión finitos en el plano complejo, que en general, tendrán la siguiente forma:

$$s_1 = \sigma_1 + j \cdot \beta_1 \quad (3.12)$$

$$s_2 = \sigma_2 + j \cdot \beta_2 \quad (3.13)$$

En ese caso, el polinomio $P_N(s)$ se calculará según:

$$P_N(s) = s^2 - s \cdot (\sigma_2 + j \cdot \beta_2 + \sigma_1 + j \cdot \beta_1) + \sigma_1 \cdot \sigma_2 + j \cdot \sigma_1 \cdot \beta_2 + j \cdot \beta_1 \cdot \sigma_2 - \beta_1 \cdot \beta_2 \quad (3.14)$$

Se deduce entonces, que para que $P_N(s)$ tenga coeficientes reales, se debe cumplir:

$$-j \cdot \beta_2 = j \cdot \beta_1 \quad (3.15)$$

$$j \cdot \sigma_1 \cdot \beta_2 = -j \cdot \beta_1 \cdot \sigma_2 \quad (3.16)$$

Por lo que se llega a:

$$-\beta_2 = \beta_1 = \beta \quad (3.17)$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \quad (3.18)$$

Con lo que las raíces tendrán la forma:

$$s_1 = \sigma + j \cdot \beta \quad (3.19)$$

$$s_2 = \sigma - j \cdot \beta \quad (3.20)$$

Se concluye que la posición de los ceros de transmisión debe ser simétrica alrededor del eje imaginario, para que los coeficientes del polinomio $P_N(\omega)$ sean reales. Además, en el método de síntesis que se describirá, debe cumplirse que el número de ceros de transmisión con posiciones finitas en el plano 's' debe ser $n_{fz} \leq N$. Si $n_{fz} \leq N$, aquellos ceros sin posiciones finitas, deberán ser situados en el infinito. Sin embargo, las redes canónicas de dos puertos que más tarde expresarán la función de transferencia, deberán comportarse según la regla del 'camino mínimo':

Regla del camino mínimo: El máximo número de ceros de transmisión en posiciones finitas que puede realizar una red, viene dado por $n_{max} = N - n_{min}$, siendo n_{min} el número de resonadores en la ruta más corta que exista en la red entre la terminación de fuente y carga.

Las redes que se sintetizarán, tendrán en un principio la siguiente forma:

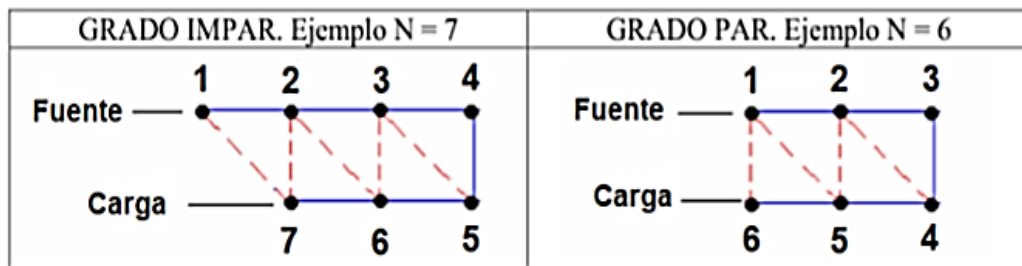


Figura 3.2 Redes canónicas de grado par e impar.
Fuente: (Martínez, 2006)

En las que se puede observar que el camino mínimo entre fuente y carga, pasa como mínimo por $n_{min} = 2$ resonadores:

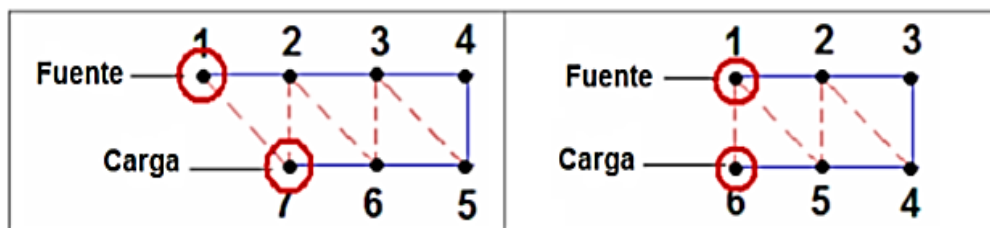


Figura 3.3 Resonadores en el camino mínimo.

Fuente: (Martínez, 2006)

Se concluye que estas redes canónicas tendrán un máximo de $n_{max} = N - n_{min} = N - 2$ posiciones finitas de ceros, por lo que cuando se sinteticen los polinomios para esas redes, al menos dos de los ceros de transmisión se deberán situar en el infinito.

El objetivo ahora es encontrar los coeficientes de los polinomios de grado N en la variable ω , correspondiente al $\cosh[\sum_{n=1}^N \cosh^{-1}(x_n)]$. Con estos polinomios, se podrá proceder a la síntesis del prototipo de la red, de donde se logrará obtener una red eléctrica real con la función de

transferencia característica dada por $S_{21}(\omega)$. Esto se logra con el uso de la siguiente definición de la función hiperbólica inversa:

$$\cosh^{-1}(x_n) = \ln(x_n + \sqrt{x_n^2 - 1}) \quad (3.21)$$

3.4 Síntesis de la matriz N+2.

La matriz de acoplamiento $N + 2$ posee las siguientes ventajas con respecto a la tradicional $N \times N$ (Martínez, 2006):

- Se pueden incluir múltiples acoplamientos de entrada/salida, es decir, se pueden incluir los mismos directamente desde la fuente hacia los resonadores internos o desde éstos hacia la carga, además de los principales acoplamientos de entrada/salida del primer y último resonador en el circuito del filtro.
- Se pueden sintetizar funciones de filtrado del tipo *fully canonical*, mientras que el método de síntesis de la matriz de acoplamiento $N \times N$, permitía sólo un máximo de $N - 2$ ceros de transmisión en posiciones finitas.
- La matriz $N + 2$ permite, además, aparcar temporalmente acoplamientos en las filas o columnas más externas durante algunos procedimientos de síntesis, mientras se realizan rotaciones en otro lugar de esta, lo cual puede resultar muy útil.
- El método de síntesis de la matriz $N + 2$, es más sencillo que el de la $N \times N$, puesto que no requiere la etapa de ortonormalización de *Gram-Schmidt*.

3.5 Síntesis de la función de admitancia.

Para construir la matriz de acoplamiento transversal $N + 2$, primero se construye la de los parámetros de admitancia en cortocircuito $[Y_N]$ para la red total, de dos formas distintas (Cameron, Kudsia, & Mansour, 2018):

- La primera, a partir de los coeficientes de los polinomios racionales que determinan los parámetros de dispersión $S_{21}(s)$ y $S_{11}(s)$ y que representan las características del filtro que se va a realizar.
- La segunda, a partir de los elementos del circuito de la red de matriz transversal.

Así, mediante las dos expresiones de $[Y_N]$ que se obtengan, se podrá relacionar los elementos de la matriz de acoplamiento con los coeficientes de los polinomios $S_{21}(s)$ y $S_{11}(s)$.

3.5.1 Síntesis mediante polinomios de transferencia y reflexión.

Los polinomios de transferencia y reflexión son:

Coefficiente de reflexión:

$$S_{11}(s) = \frac{F(s)}{\varepsilon_R \cdot E(s)} \quad (3.22)$$

Coefficiente de transferencia:

$$S_{21}(s) = \frac{P(s)}{\varepsilon \cdot E(s)} \quad (3.23)$$

- Se asume que los polinomios $E(s)$, $F(s)$ y $P(s)$ han sido normalizados a su grado más alto.
- $E(s)$ y $F(s)$, son polinomios de grado N , siendo N el grado de la función de filtrado.
- $P(s)$ es un polinomio de grado igual al número de ceros de transmisión deseados, n_{fz} .

Pero, además, por tratarse de la síntesis de la matriz $N + 2$, se debe tener en cuenta que ahora:

- Se cumple que el número de ceros de transmisión finitos debe ser menor que el grado de la función de filtrado, esto es, $n_{fz} < N$, a diferencia de lo que ocurre en la síntesis de la matriz de acoplamiento $N \times N$, donde la limitación es $n_{fz} < N - 2$.
- Aparece un nuevo término ε_R cuyo valor es igual a la unidad en todos los casos, excepto en funciones de filtrado completamente canónicas.

La aparición del nuevo término ε_R , hace que se tenga que calcular de forma diferente su valor, al igual que el de la otra constante ε , en función de si se está en una red completamente canónica o no.

Cálculo general de ε y ε_R .

En el caso más general, se excluyen aquellos en los que la función de filtrado sea de un orden igual al del número de ceros de transmisión situados en posiciones finitas, el valor de las constantes ε y ε_R se calcula como:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{RL}{10}} - 1}} \cdot \frac{P(s)}{F(s)}, \text{ con } RL = \text{Nivel de pérdidas de retorno.} \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_R = 1 \quad (3.25)$$

Cálculo de ε y ε_R en funciones del filtrado *fully canonical*.

En este caso la constante ε_R tendrá un valor algo mayor que la unidad, que vendrá dado por:

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - 1}} \quad (3.26)$$

Para el cálculo de las constantes, una vez que se conocen los polinomios (s) y $F(s)$, se puede calcular el siguiente valor:

$$k = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{RL}{10}} - 1}} \cdot \frac{P(s)}{F(s)} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_R} \quad (3.27)$$

Las constantes se pueden calcular como:

$$\varepsilon = \sqrt{k^2 + 1} \quad (3.28)$$

Es importante también asegurar la ortogonalidad de los parámetros de transferencia y reflexión. Para ello, debe cumplirse la condición de fase 3.29, lo que implica que la suma de las fases individuales que forman la fase total de los vectores $S_{11}(s)$, $S_{21}(s)$, debe ser múltiplo de $\pi/2$ radianes. Como $S_{21}(s)$, $S_{11}(s)$ y $S_{22}(s)$ comparten denominador común (s) , sólo es necesario considerar sus polinomios del numerador hasta donde concierne a la condición de fases:

$$\Delta\varphi = \left[\phi - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right] = \frac{\pi}{2} \cdot (2 \cdot k \pm 1) \quad (3.29)$$

Entonces, los múltiplos de $\pi/2$ dependerán de:

- El número de ceros de transmisión en posiciones finitas n_{fz} , del polinomio numerador de $S_{21}(s)$, esto es, $P(s)$.
- El grado N de la función de filtrado, que será el grado de los polinomios numeradores de $S_{11}(s)$ y $S_{22}(s)$, esto es, de $F(s)$ y $F(s)^*$ respectivamente.

Por otra parte, los polinomios del numerador y del denominador de los elementos $y_{21}(s)$ e $y_{22}(s)$ de la matriz $[Y_N]$, pueden construirse directamente a partir de los polinomios de transferencia y reflexión, $S_{21}(s)$ y $S_{11}(s)$. Si para una red de dos terminaciones con impedancias de fuente y de carga de 1Ω , se cumple que:

Para N par:

$$y_{22}(s) = \frac{y_{22n}(s)}{y_d(s)} = \frac{n_1(s)}{m_1(s)} \quad (3.30)$$

$$y_{21}(s) = \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} = \frac{P(s)}{\varepsilon \cdot m_1(s)} \quad (3.31)$$

Para N impar:

$$y_{22}(s) = \frac{y_{22n}(s)}{y_d(s)} = \frac{m_1(s)}{n_1(s)} \quad (3.32)$$

$$y_{21}(s) = \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} = \frac{P(s)}{\varepsilon \cdot n_1(s)} \quad (3.33)$$

Donde:

$$m_1 = Re(e_0 + f_0) + j \cdot Im(e_1 + f_1) \cdot s + Re(e_2 + f_2) \cdot s^2 + \dots \quad (3.34)$$

$$n_1 = j \cdot Im(e_0 + f_0) + Re(e_1 + f_1) \cdot s + j \cdot Im(e_2 + f_2) \cdot s^2 + \dots \quad (3.35)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N \quad (3.36)$$

$$e_1 = \text{Coeficientes complejos de } E(s) \quad (3.37)$$

$$f_1 = \text{Coeficientes complejos de } F(s) / \varepsilon_R \quad (3.38)$$

Si se conoce entonces el numerador y denominador de $y_{21}(s)$ e $y_{22}(s)$, sus residuos r_{21k} y r_{22k} ($k = 1, 2, \dots, N$), podrán obtenerse con la expansión en fracciones simples, mientras que los valores propios

puramente reales λ_k de la red, se pueden encontrar a partir de las raíces puramente imaginarias del polinomio denominador común $y_d(s)$, que vendrán dadas por $j \cdot \lambda_k$. Si se expresa los residuos de forma matricial, se obtiene la siguiente matriz de admitancias:

$$[Y_N] = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{y_d(s)} \cdot \begin{bmatrix} y_{11n}(s) & y_{12n}(s) \\ y_{21n}(s) & y_{22n}(s) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$[Y_N] = j \cdot \begin{bmatrix} 0 & K_0 \\ K_0 & 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{(s - j \cdot \lambda_k)} \cdot \begin{bmatrix} r_{11k} & r_{12k} \\ r_{21k} & r_{22k} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

3.5.2 Síntesis mediante aproximación circuital.

Además de la síntesis de la matriz de admitancia que utiliza los polinomios de transferencia y reflexión, $[Y_N]$ para una red de dos puertos, puede obtenerse mediante la síntesis directa que parte de la red transversal *fully canonical*. Esta red, como se puede ver en la figura 3.4, comprende una serie de N secciones individuales pasa-bajos de primer orden, conectadas en paralelo entre los terminales fuente y carga.

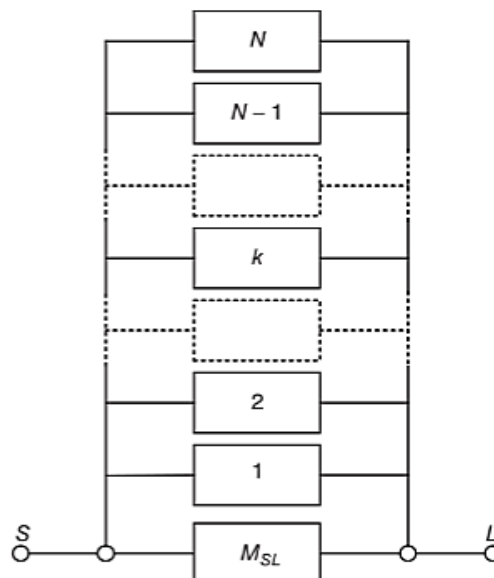


Figura 3.4. Conjunto de N resonadores transversales se incluye el acoplamiento directo fuente/carga M_{SL} .

Fuente: (Martínez, 2006)

El inversor de acoplamiento directo entre la fuente y la carga, M_{SL} , se incluye para permitir la realización de funciones de transferencia *fully canonical*, de acuerdo a la regla del camino mínimo.

Esta regla, como se ha dicho anteriormente, implica que el número máximo de ceros de transmisión en posiciones finitas nfz_{max} que puede realizar una red, viene dado por el grado N de ésta, menos el número de resonadores existentes en la ruta más corta de la red entre la terminación de fuente y la de carga n_{min} . En redes *fully canonical*, $n_{min} = 0$, por lo que $nfz_{max} = N - n_{min} = N$, esto es, el número máximo de ceros de transmisión en posiciones finitas que puede realizar la red coincide con el grado de la función de filtrado.

Cada uno de las N secciones pasa-bajos, comprende un condensador C_k conectado en paralelo y una susceptancia B_k invariante con la frecuencia, conectada mediante inversores de admitancia, de admitancias características M_{Sk} y M_{Lk} , a la fuente y la carga respectivamente, como se muestra a continuación:

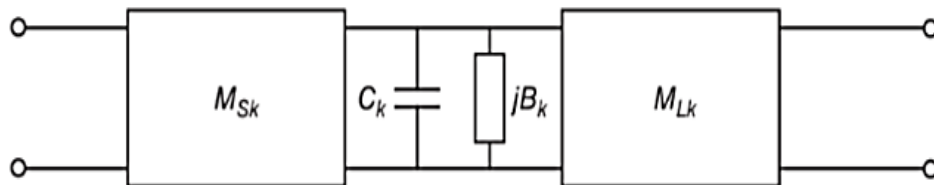


Figura 3.5.El circuito equivalente del k-ésimo resonador.

Fuente: (Martínez, 2006)

- Síntesis de la matriz de admitancia $[Y_N]$.

Se procede ahora al cálculo de la matriz de parámetros $ABCD$ de cada una de las secciones que formarán el circuito de la figura 3.4. Se tendrá por tanto N secciones como la que se muestra en la figura 3.5. Para el cálculo de la matriz total, se considera tres etapas conectadas en cascada

como se puede observar en la figura 3.6 y se calcula la matriz individual $ABCD_i$ de cada una de ellas, para posteriormente multiplicarlas y obtener la $ABCD$ de la sección k -ésima al completo.

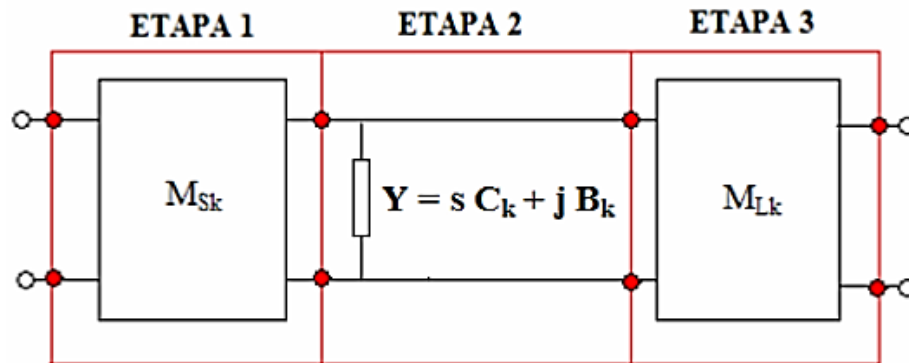


Figura 3.6. Etapas para el cálculo de la matriz ABCD.

Fuente: (Martínez, 2006)

Etapa 1: Esta etapa, consiste en un inversor de admitancia, cuya admitancia característica vale $Y_C = M_{Sk}$ y por tanto se corresponde con una línea de transmisión de longitud $l = \lambda/4$ y una impedancia característica $Z_C = 1/M_{Sk}$. Sus parámetros $ABCD_1$ se pueden obtener a partir de sus expresiones generales para una línea de transmisión de longitud l e impedancia característica Z_C (Pozar, 2012).

La matriz $ABCD_1$ queda:

$$ABCD_1 = \begin{bmatrix} 0 & j \cdot \frac{1}{M_{Sk}} \\ j \cdot M_{Sk} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Etapa 2: Esta etapa consiste en una admitancia Y conectada en paralelo. Sus parámetros $ABCD_2$ se pueden obtener a partir de su expresión general (Pozar, 2012). Su matriz queda de la siguiente forma:

$$ABCD_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s \cdot C_k + j \cdot B_k & 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Etapa 3: Esta etapa es similar a la primera, con la diferencia de que aquí, la admitancia característica del inversor viene dada por M_{Lk} . Si se actúa de la misma forma que en el primer caso, se llega entonces a la matriz $ABCD_3$:

$$ABCD_3 = \begin{bmatrix} 0 & j \cdot \frac{1}{M_{Lk}} \\ j \cdot M_{Lk} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Tras el cálculo de la matriz $ABCD_i$ de cada una de las etapas, se puede obtener la matriz total $ABCD$ si se multiplican las tres matrices:

$$ABCD = \begin{bmatrix} -\frac{M_{Lk}}{M_{Sk}} & -\frac{s \cdot C_k + j \cdot B_k}{M_{Sk} \cdot M_{Lk}} \\ 0 & -\frac{M_{Sk}}{M_{Lk}} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Esta matriz $ABCD$ puede convertirse de forma directa a su equivalente de parámetros y , se utiliza la siguiente expresión:

$$y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{B} & -\frac{(A \cdot D - B \cdot C)}{B} \\ -\frac{1}{B} & \frac{A}{B} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Finalmente, la matriz de admitancia en cortocircuito de dos puertos $[Y_N]$ del conjunto transversal de las N secciones conectadas en paralelo como se observa en la figura 3.4, será la suma de las matrices de parámetros y de cada una de las secciones individuales, más la matriz de parámetros $[y_{SL}]$ y del inversor directo de acoplamiento fuente/carga, M_{SL} .

$$[Y_N] = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \end{bmatrix} = [y_{SL}] + \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} y_{11k}(s) & y_{12k}(s) \\ y_{21k}(s) & y_{22k}(s) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$[Y_N] = j \cdot \begin{bmatrix} 0 & M_{SL} \\ M_{SL} & 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{s \cdot C_k + j \cdot B_k} \cdot \begin{bmatrix} M_{Sk}^2 & M_{Sk} \cdot M_{Lk} \\ M_{Sk} \cdot M_{Lk} & M_{Lk}^2 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

3.6 Síntesis de la matriz transversal N+2.

Se ha conseguido expresar $[Y_N]$ de dos formas distintas, la primera en términos de los residuos de la función de transferencia (3.40) y la segunda en términos de los elementos circuitales del conjunto transversal (3.47). Si se iguala ambas expresiones se tendrá:

$$\begin{aligned} j \cdot \begin{bmatrix} 0 & K_0 \\ K_0 & 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{(s - j \cdot \lambda_k)} \cdot \begin{bmatrix} r_{11k} & r_{12k} \\ r_{21k} & r_{22k} \end{bmatrix} \\ = j \cdot \begin{bmatrix} 0 & M_{SL} \\ M_{SL} & 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{s \cdot C_k + j \cdot B_k} \cdot \begin{bmatrix} M_{Sk}^2 & M_{Sk} \cdot M_{Lk} \\ M_{Sk} \cdot M_{Lk} & M_{Lk}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Se reducen hasta obtener:

$$K_0 = M_{SL} \quad (3.49)$$

$$\frac{r_{21k}}{s - j \cdot \lambda_k} = \frac{M_{Sk} \cdot M_{Lk}}{s \cdot C_k + j \cdot B_k} \quad (3.50)$$

$$\frac{r_{22k}}{s - j \cdot \lambda_k} = \frac{M_{Lk}^2}{s \cdot C_k + j \cdot B_k} \quad (3.51)$$

Los residuos r_{21k} y r_{22k} y los valores propios λ_k ya se han obtenido de los polinomios S_{21} y S_{22} de la función de filtrado deseada, por tanto, al igualar las partes reales e imaginarias de la ecuaciones (3.50) y (3.51), se puede relacionar directamente con los parámetros del circuito.

$$C_k = 1 \quad (3.52)$$

$$B_k (\equiv M_{kk}) = -\lambda_k \quad (3.53)$$

$$M_{Lk}^2 = r_{22k} \quad \Rightarrow \quad M_{Lk} = \sqrt{r_{22k}} = T_{Nk} \quad (3.54)$$

$$M_{Sk} \cdot M_{Lk} = r_{21k} \quad \Rightarrow \quad M_{Sk} = \frac{r_{21k}}{\sqrt{r_{22k}}} = T_{1k} \quad (3.55)$$

Con $k = 1, 2, \dots, N$.

Se puede reconocer que M_{Sk} y M_{Lk} constituyen los vectores fila no escalados T_{1k} y T_{Nk} de la matriz ortogonal T. Los valores de T'_{1k} y T'_{Nk} vendrán dados por:

$$T'_{1k} = \frac{T_{1k}}{n_1} \quad (3.56)$$

$$T'_{Nk} = \frac{T_{Nk}}{n_2} \quad (3.57)$$

La matriz ortogonal T tendrá la forma:

$$T = \begin{bmatrix} T'_{1k} \\ \dots \\ T'_{Nk} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

En este punto se conoce que los condensadores C_k de las redes paralelas son todos igual a la unidad y que las susceptancias invariantes con la frecuencia son $B_k = -\lambda_k$ (y representan los valores de la matriz M_{11} , M_{12} , ..., M_{NN}). Además, los coeficientes de acoplamiento de entrada M_{Sk} , los de salida M_{Lk} y el directo fuente/carga M_{SL} son todos conocidos, por lo que la matriz de acoplamiento recíproca y transversal $N + 2$ que

representa la red, puede construirse ya. En la matriz $N + 2$ se tiene entonces que:

- Los $M_{Sk}(= T_{1k})$ son los N coeficientes de acoplamiento de entrada y ocupan la primera fila y columna de la matriz, de la posición 1 a la posición N .
- Los $M_{Lk}(= T_{Nk})$ son los N coeficientes de acoplamiento de salida y ocupan la última fila y columna de la matriz, de la posición 1 a la N .
- Los elementos $M_{11}, M_{12}, \dots, M_{NN}$ se corresponden con los $-\lambda_k$.
- El resto de los elementos de la matriz son nulos.

	S	1	2	3	...	k	...	N-1	N	L
S	0	M_{S1}	M_{S2}	M_{S3}	...	M_{Sk}	...	$M_{S,N-1}$	M_{SN}	M_{SL}
1	M_{S1}	M_{11}	0	0	0	0	0	0	0	M_{L1}
2	M_{S2}	0	M_{22}	0	0	0	0	0	0	M_{L2}
3	M_{S3}	0	0	M_{33}	0	0	0	0	0	M_{L3}
...	...	0	0	0	...	0	0	0	0	...
k	M_{Sk}	0	0	0	0	M_{kk}	0	0	0	M_{Lk}
...	...	0	0	0	0	0	...	0	0	...
N-1	$M_{S,N-1}$	0	0	0	0	0	0	$M_{N-1,N-1}$	0	$M_{L,N-1}$
N	M_{SN}	0	0	0	0	0	0	0	M_{NN}	M_{LN}
L	M_{SL}	M_{L1}	M_{L2}	M_{L3}	...	M_{Lk}	...	$M_{L,N-1}$	M_{LN}	0

Figura 3.7. Matriz transversal $N + 2$.

Fuente: (Martínez, 2006)

3.7 Diferentes topologías para la implementación práctica de los filtros.

Los elementos de la matriz de acoplamiento $N + 2$ que surge del procedimiento de síntesis descrito previamente, tendrán, en general, valores distintos de cero. Los valores no nulos que se produzcan en los elementos de la diagonal de redes eléctricamente asimétricas,

representarán los desplazamientos de la frecuencia central de cada resonancia, mientras que los valores no nulos que se produzcan en los elementos que no pertenecen a la diagonal $N + 2$, representarán los acoplamientos entre los distintos nodos resonantes. Esto, es poco práctico, por lo que es usual cancelarlos con una secuencia de transformaciones similares o ‘rotaciones’, hasta llegar a una forma más conveniente de la matriz $N + 2$, con un número mínimo de coeficientes de acoplamientos distintos de cero (Mishra & Singh, 2012).

El uso de estas transformaciones similares asegura que los valores y vectores propios de la matriz $N + 2$ se conservan, de forma que la misma transformada tendrá exactamente las mismas características de transferencia y reflexión que la original. Existen varias formas canónicas de la $N + 2$ más prácticas que la obtenida directamente de la síntesis, como son la *folded form*, *parallel-connected* y *cul-de-sac*.

La más utilizada, es la llamada *folded form* (Mishra & Singh, 2012) .

Esta forma canónica puede utilizarse directamente, si es conveniente, para obtener los coeficientes de acoplamientos o bien utilizarse como punto de partida para la aplicación de más transformaciones que creen una topología alternativa de resonadores interacoplados, óptimamente adaptados a las restricciones físicas y eléctricas de la tecnología con la que el filtro será realizado (Mishra & Singh, 2012).

3.7.1 Topología Folded Canonical Form.

Este apartado se dividirá en dos partes: en la primera se definirá el concepto de rotaciones o *similarity transforms* y en la segunda se desarrollará el procedimiento para reducir la matriz de acoplamiento $N + 2$ a su forma canónica si se utiliza dichas rotaciones (Martínez, 2006).

3.7.1.1 Rotaciones y cancelación de los elementos de la matriz.

Una transformación similar (*similarity transform* o rotación) en una matriz de acoplamiento de tamaño $N \times N$, a la que se llamará M_0 , se lleva a cabo si se realiza la siguiente operación:

$$M_1 = R_1 \cdot M_0 \cdot R_1^t \quad (3.59)$$

Donde R_1 es una matriz de rotación $N \times N$ y R_1^t es su traspuesta. La matriz resultante tras la transformación será M_1 . Para saber cómo se define la matriz de rotación, se debe saber que hablar del pivote $[i, j] (i \neq j)$ de R_r , significa que los elementos $R_{ii} = R_{jj} = \cos \theta_r$ y los elementos $R_{ji} = -R_{ij} = \sin \theta_r$, siendo θ_r el ángulo de rotación y siempre que se cumpla que $(i, j \neq 1 \text{ o } N)$. El resto de elementos de la misma serán nulos, excepto los de la diagonal principal, cuyo valor será la unidad.

Por tanto, si por ejemplo se habla del pivote $[3,5]$ sobre una matriz M con $N = 7$, entonces la matriz R_r tendrá la siguiente forma:

$$R_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_r & 0 & -\sin \theta_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \theta_r & 0 & \cos \theta_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Entonces, la transformación de pivote $[3,5]$, pasaría por la realización de la siguiente operación:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_r & 0 & -\sin \theta_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \theta_r & 0 & \cos \theta_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_0$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_r & 0 & \sin \theta_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \theta_r & 0 & \cos \theta_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Debido a que los valores propios de la matriz resultante M_1 son exactamente los mismos que los de la original M_0 , se puede aplicar una serie de transformaciones arbitrariamente larga, con pivotes y ángulos arbitrariamente definidos, se empieza por M_0 . Cada transformación en la serie tendrá entonces la siguiente forma general:

$$M_r = R_r \cdot M_{r-1} \quad \text{con } r = 1, 2, 3, \dots, R \quad (3.61)$$

Y si se analiza la matriz resultante M_r , al final de la serie de transformaciones, ésta producirá exactamente los mismos valores y vectores propios que la original M_0 . Cuando una transformación similar de pivote $[i, j]$ y ángulo $\theta_r \neq 0$ se aplica a una matriz de acoplamiento M_{r-1} , los elementos de las filas i y j y los elementos de las columnas i y j de la resultante M_r , cambian sus valores respecto a los valores de los elementos correspondientes de la M_{r-1} previa a la transformación.

Para un elemento k -ésimo de la fila o columna i o j de la matriz M_r , que no se encuentre en los elementos cruzados del pivote (es decir, para $k \neq i, j$), el valor del elemento en cuestión variará según:

$$M'_{ik} = \cos \theta_r \cdot M_{ik} - \sin \theta_r \cdot M_{jk} \quad \text{para un elemento de la fila } i \quad (3.62)$$

$$M'_{jk} = \sin \theta_r \cdot M_{ik} + \cos \theta_r \cdot M_{kj} \quad (3.63)$$

M_{jk} para un elemento de la fila j

$$M'_{ki} = \cos \theta_r \cdot M_{ki} - \sin \theta_r \cdot M_{kj} \quad (3.64)$$

M_{kj} para un elemento de la columna i

$$M'_{kj} = \sin \theta_r \cdot M_{ki} + \cos \theta_r \cdot M_{kj} \quad (3.65)$$

M_{kj} para un elemento de la columna j

Donde $k(\neq i, j) = 1, 2, 3, \dots, N$.

Se puede decir que existen dos propiedades de las transformaciones similares que se pueden utilizar en el proceso de reducción de la matriz:

- 1) En el pivote $[i, j]$, de una transformación, sólo aquellos elementos en las filas y columnas i y j podrán ser afectados por la transformación. Todos los demás continuarán con sus valores previos.
- 2) Si dos elementos que están enfrentados a través de las filas y columnas del pivote son ambos nulos antes de aplicar la transformación similar, serán nulos tras ella. Por ejemplo, si M_{12} y M_{14} son nulos antes de la transformación de pivote $[2, 4]$, serán nulos tras la transformación, a pesar de encontrarse en una de las filas o columnas i o j .

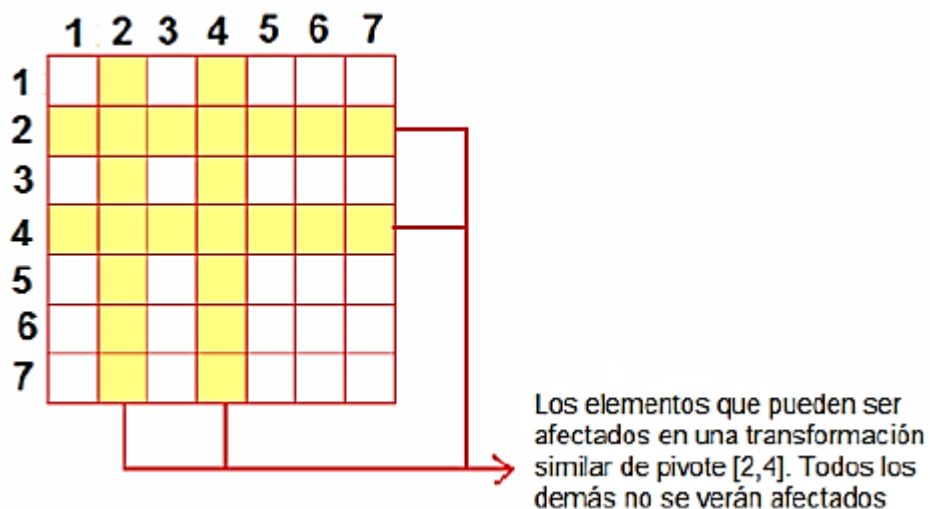


Figura 3.8. Ejemplo gráfico de la propiedad 1.
Fuente: (Martínez, 2006)

A continuación, se presenta un ejemplo de grado 7 y se indica qué acoplamientos se desean cancelar en la matriz mediante las transformaciones similares, para una determinada topología (Martínez, 2006):

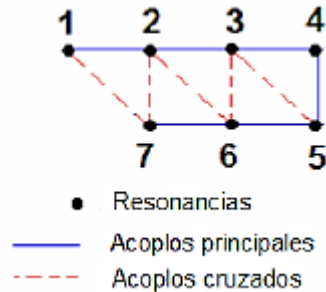


Figura 3.9. Topología que se pretende conseguir y representación de los posibles acoplamientos distintos de cero.
 Fuente: (Martínez, 2006)

	1	2	3	4	5	6	7
1	<i>s</i>	<i>m</i>					<i>xa</i>
2	*	<i>s</i>	<i>m</i>			<i>xa</i>	<i>xs</i>
3	*	*	<i>s</i>	<i>m</i>	<i>xa</i>	<i>xs</i>	
4	*	*	*	<i>s</i>	<i>m</i>		
5	*	*	*	*	<i>s</i>	<i>m</i>	
6	*	*	*	*	*	<i>s</i>	<i>m</i>
7	*	*	*	*	*	*	<i>s</i>

Posibles acoplos distintos de cero:
s Acoplo consigo mismo
m Línea principal de acoplo
xa Acoplamiento cruzado asimétrico
xs Acoplamiento cruzado simétrico
 * Acoplos simétricos al otro lado de la diagonal principal

Figura 3.10. Matriz de acoplamiento.

Fuente: (Martínez, 2006)

Las ecuaciones de (3.62) a (3.65), expuestas para M'_{ik} , M'_{jk} , M'_{ki} y M'_{kj} , pueden utilizarse para cancelar elementos específicos de la matriz de acoplamiento, es decir, anularlos. Por ejemplo, para cancelar el elemento M_{15} (y simultáneamente M_{51}) en la de grado 7, se puede aplicar una transformación de pivote $[i, j] = [3, 5]$, por lo que la ecuación a utilizar será la (3.65), definida para un elemento en la columna j , ya que M_{15} se encuentra en la columna 5. El índice k tomará el valor de $k = 1$. Así pues, para anular el elemento $M'_{kj} = M'_{15}$ se debe igualar su expresión a cero:

$$M'_{15} = \sin \theta_r \cdot M_{13} + \cos \theta_r \cdot M_{15} \quad (3.66)$$

Si se despeja el ángulo de rotación se puede obtener el valor que éste ha de tener para conseguir cancelar el coeficiente de acoplamiento deseado:

$$\theta_r = -\tan^{-1} \left(\frac{M_{15}}{M_{13}} \right) \quad (3.67)$$

Si se utiliza, éste ángulo de rotación y se aplica la transformación similar dada por (3.59), se conseguirá una matriz con los elementos M'_{15} y M'_{51} nulos. Además, el resto de elementos de las filas y columnas 3 y 5 podrán haber variado sus valores originales.

El método para reducir la matriz de acoplamiento M_0 completa a su forma *folded canonical*, implica aplicar una serie de transformaciones similares a M_0 que cancelen los elementos deseados uno por uno. Las transformaciones se aplican en un cierto orden y de una determinada manera, se hace uso de las dos propiedades mencionadas y se asegura que una vez cancelado, un elemento no volverá a aparecer por una transformación posterior en la secuencia.

3.7.1.2 Procedimiento para reducir la matriz de acoplamiento a su forma *folded canonical*.

Existe un número de transformaciones que reducirán la matriz completa de acoplamiento a su forma *canonical folded form*. La secuencia que se usará, si se trata de una matriz de tamaño $N \times N$, en la que N es impar, elimina alternativamente elementos de derecha a izquierda a lo largo de las filas y de arriba abajo a lo largo de las columnas y se empieza por el elemento de la primera fila y la columna $N - 1$. Si por el contrario, se trata de una de tamaño $N \times N$, en la que N es par se hará lo mismo, pero se comienza por las columnas, por lo que el primer elemento a eliminar será el de la última columna situado en la segunda fila, como se muestra:

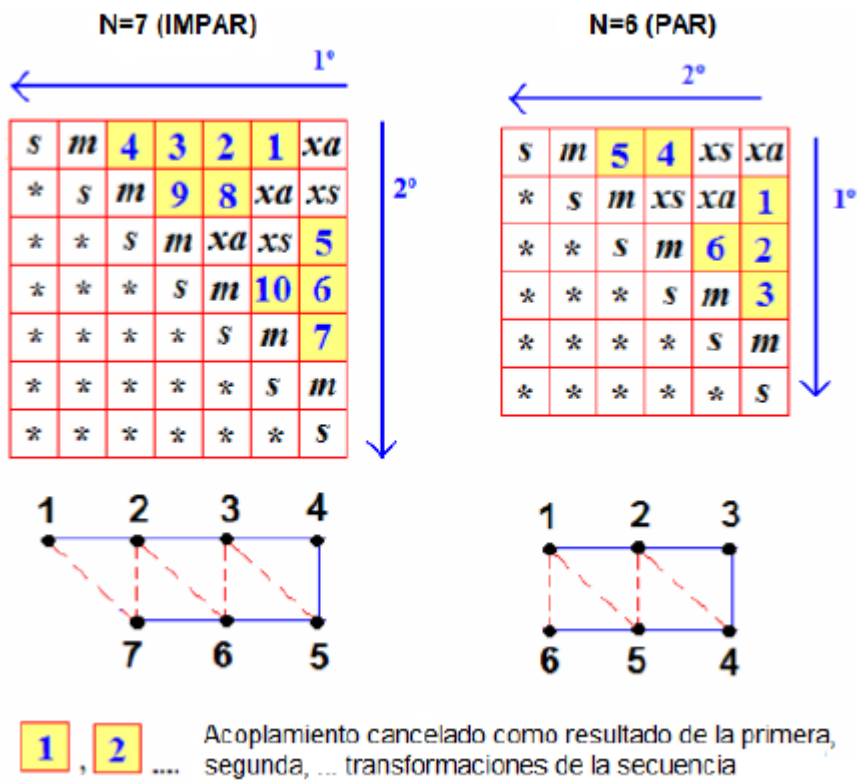


Figura 3.11. Orden de las cancelaciones de los acoplamientos para el caso par e impar.

Fuente: (Martínez, 2006)

- Proceso para un caso impar

Si se sigue con el ejemplo en el que $N = 7$, se comienza por eliminar el elemento M_{16} . Para ello, se puede utilizar una transformación de pivote $[i, j] = [5, 6]$. Como el elemento está en la columna j , la fórmula a utilizar será:

$$M'_{kj} = \sin \theta_r \cdot M_{ki} + \cos \theta_r \cdot M_{kj} \quad (3.68)$$

$$M'_{16} = \sin \theta_1 \cdot M_{15} + \cos \theta_1 \cdot M_{16} \quad (3.69)$$

De donde se puede obtener el ángulo de rotación a utilizar:

$$\theta_1 = -\tan^{-1} \left(\frac{M_{16}}{M_{15}} \right) \quad (3.70)$$

A continuación se eliminará el elemento M_{15} , para lo que se puede utilizar el pivote $[i, j] = [4, 5]$. La elección de éste pivote asegura que el

elemento M_{16} previamente eliminado no se verá afectado por la transformación, ya que no está ni en las columnas ni en las filas i y j ($4,5 \neq 1,6$), por lo que permanecerá a 0. El ángulo de rotación será en este caso:

$$M'_{15} = \sin \theta_2 \cdot M_{14} + \cos \theta_2 \cdot M_{15} \quad (3.71)$$

$$\theta_2 = -\tan^{-1} \left(\frac{M_{15}}{M_{14}} \right) \quad (3.72)$$

Ahora, se necesita dos transformaciones más para eliminar los elementos M_{14} y M_{13} de la primera fila. Para ello se utiliza respectivamente los pivotes $[i,j] = [3,4]$ y $[i,j] = [2,3]$, si se asegura siempre que los elementos previamente eliminados no se vean afectados por nuevas transformaciones.

Tras estas cuatro transformaciones, los elementos de la primera fila de la matriz entre M_{12} y el M_{17} serán nulos. Además, debido a la simetría alrededor de la diagonal, los elementos entre el M_{21} y el M_{71} de la primera columna, también serán nulos.

S	m	0	0	0	0	xa
*	S	m			xa	xs
0	*	S	m	xa	xs	
0	*	*	S	m		
0	*	*	*	S	m	
0	*	*	*	*	S	m
*	*	*	*	*	*	S

Figura 3.12. Matriz tras las primeras 4 transformaciones.

Fuente: (Martínez, 2006)

Seguidamente, se eliminará los tres elementos de la columna 7:

Elemento M_{37} , para lo que se utilizará el pivote $[i,j] = [3,4]$. El elemento está en la fila i , por lo que el ángulo se puede calcular despejando la siguiente ecuación:

$$M'_{ik} = \cos \theta_r \cdot M_{ik} - \sin \theta_r \cdot M_{jk} \quad (3.73)$$

$$M'_{37} = \cos \theta_5 \cdot M_{37} - \sin \theta_5 \cdot M_{47} \quad (3.74)$$

Que resulta en:

$$\theta_5 = \tan^{-1} \left(\frac{M_{37}}{M_{47}} \right) \quad (3.75)$$

Elemento M_{47} , para lo que se utilizará el pivote $[i,j] = [4,5]$. El elemento está en la fila i , por lo que el ángulo se puede calcular de igual forma que el anterior, resultando en:

$$\theta_6 = \tan^{-1} \left(\frac{M_{47}}{M_{57}} \right) \quad (3.76)$$

Elemento M_{57} , para lo que se utilizará el pivote $[i,j] = [5,6]$. El elemento está en la fila i , por lo que el ángulo se puede calcular a partir de la ecuación:

$$M'_{57} = \cos \theta_7 \cdot M_{57} - \sin \theta_7 \cdot M_{67} \quad (3.77)$$

Resultando en:

$$\theta_7 = \tan^{-1} \left(\frac{M_{57}}{M_{67}} \right) \quad (3.78)$$

Como en el caso de la primera fila, ahora la última columna queda con los tres elementos que se deseaban eliminar a cero como se muestra a continuación.

s	m	0	0	0	0	xa
*	s	m			xa	xs
0	*	s	m	xa	xs	0
0	*	*	s	m		0
0	*	*	*	s	m	0
0	*	*	*	*	s	m
*	*	0	0	0	*	s

Figura 3.13 Matriz tras las primeras 7 transformaciones.

Fuente: (Martínez, 2006)

La elección de los tres últimos pivotes se ha hecho de forma que los elementos previamente eliminados no se vieran alterados. Concretamente, los coeficientes acoplamientos M_{13} , M_{14} , M_{15} y M_{16} que se pusieron a cero en el primer barrido, quedarán a cero porque quedan enfrentados a lo largo de los pivotes que se han tomado en el segundo barrido y la segunda propiedad de las transformaciones similares, asegura su invariabilidad en este caso como se muestra en la figura 3.14).

Si se sigue con un tercer barrido a lo largo de la segunda fila, se tiene que eliminar los siguientes elementos.

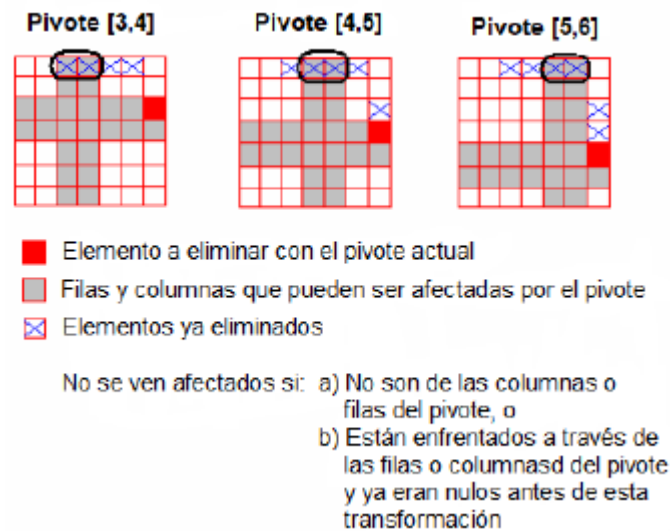


Figura 3.14 Aspecto de la matriz en cada una de las 3 transformaciones que eliminan los elementos deseados de la última columna.
 Fuente: (Martínez, 2006)

Elemento M_{25} , para lo que se utilizará el pivote $[i, j] = [4, 5]$. El elemento está en la fila j , por lo que el ángulo se puede calcular despejando la siguiente ecuación:

$$M'_{kj} = \sin \theta_r \cdot M_{ki} + \cos \theta_r \cdot M_{kj} = 0 \quad (3.79)$$

$$0 = \sin \theta_8 \cdot M_{24} + \cos \theta_8 \cdot M_{25} \quad (3.80)$$

Que resulta en:

$$\theta_8 = -\tan^{-1}\left(\frac{M_{25}}{M_{24}}\right) \quad (3.81)$$

Elemento M_{24} , para lo que se utilizará el pivote $[i,j] = [3,4]$. El elemento está en la fila j , por lo que el ángulo se puede calcular de la siguiente manera:

$$0 = \sin \theta_9 \cdot M_{23} + \cos \theta_9 \cdot M_{24} \quad (3.82)$$

$$\theta_9 = -\tan^{-1}\left(\frac{M_{24}}{M_{23}}\right) \quad (3.83)$$

En este punto la matriz tendrá el siguiente aspecto:

<i>s</i>	<i>m</i>	0	0	0	0	<i>xa</i>
*	<i>s</i>	<i>m</i>	0	0	<i>xa</i>	<i>xs</i>
0	*	<i>s</i>	<i>m</i>	<i>xa</i>	<i>xs</i>	0
0	0	*	<i>s</i>	<i>m</i>		0
0	0	*	*	<i>s</i>	<i>m</i>	0
0	*	*	*	*	<i>s</i>	<i>m</i>
*	*	0	0	0	*	<i>s</i>

Figura 3.15 Matriz tras 9 transformaciones.

Fuente: (Martínez, 2006)

Finalmente, sólo queda eliminar con un último barrido, el elemento M_{46} en la columna 6. Para ello se utiliza el pivote $[i,j] = [4,5]$, por lo que se trata de un elemento en la fila i , lo que nos lleva a :

$$\cos \theta_{10} \cdot M_{46} - \sin \theta_{10} \cdot M_{56} = 0 \quad (3.84)$$

$$\theta_{10} = \tan^{-1}\left(\frac{M_{46}}{M_{56}}\right) \quad (3.85)$$

Tras ésta última rotación la matriz ya presentará la forma canónica buscada:

<i>s</i>	<i>m</i>	0	0	0	0	<i>xa</i>
*	<i>s</i>	<i>m</i>	0	0	<i>xa</i>	<i>xs</i>
0	*	<i>s</i>	<i>m</i>	<i>xa</i>	<i>xs</i>	0
0	0	*	<i>s</i>	<i>m</i>		0
0	0	*	*	<i>s</i>	<i>m</i>	0
0	*	*	*	*	<i>s</i>	<i>m</i>
*	*	0	0	0	*	<i>s</i>

Figura 3.16 Aspecto final de la matriz.

Fuente: (Martínez, 2006)

Se puede resumir el proceso en la siguiente tabla:

Tabla 3.2. Resumen del proceso de reducción de las matriz de grado N = 7.

Número de la Transformación	Elemento a ser eliminado		Pivote [i,j]	$\theta_r = \tan^{-1}\left(\frac{c \cdot M_{kl}}{M_{mm}}\right)$				
				<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>c</i>
1	M_{16}	1ra Fila	[5,6]	1	6	1	5	-1
2	M_{15}		[4,5]	1	5	1	4	-1
3	M_{14}		[3,4]	1	4	1	3	-1
4	M_{13}		[2,3]	1	3	1	2	-1
5	M_{37}	7ma Columna	[3,4]	3	7	4	7	1
6	M_{47}		[4,5]	4	7	5	7	1
7	M_{57}		[5,6]	5	7	6	7	1
8	M_{25}	2da Fila	[4,5]	2	5	2	4	-1
9	M_{24}		[3,4]	2	4	2	3	-1
10	M_{46}	6ta Columna	[4,5]	4	6	5	6	1

Fuente: (Martínez, 2006)

Las posiciones y valores finales de los elementos en las diagonales cruzadas de la matriz, se determinan automáticamente (sin necesidad de más acciones específicas). Además, se puede calcular de forma

sistemática el ángulo a aplicar en cada transformación y el número total de estas mediante:

$$\theta_r = \tan^{-1}\left(\frac{c \cdot M_{kl}}{M_{mm}}\right) \quad (3.86)$$

$$R = \sum_{n=1}^{N-3} n \quad (3.87)$$

- Proceso para un caso par

Como ya se dijo, en el caso en que N sea par, por ejemplo $N = 6$, se procede de la misma manera, pero se comienza el proceso por la columna N , el resto de las operaciones se realiza de forma idéntica al caso anterior y no se muestra su desarrollo completo. La tabla que resume el proceso de reducción de la matriz de acoplamiento cuando $N = 6$, es la siguiente:

Tabla 3.3 Resumen del proceso de reducción de la matriz de grado $N = 6$.

Número de la Transformación	Elemento a ser eliminado		Pivote $[i,j]$	$\theta_r = \tan^{-1}\left(\frac{c \cdot M_{kl}}{M_{mm}}\right)$				
				k	l	m	n	c
1	M_{26}	6ta Columna	[2,3]	2	6	3	6	1
2	M_{36}		[3,4]	3	6	4	6	1
3	M_{46}		[4,5]	4	6	5	6	1
4	M_{14}	1ra Fila	[3,4]	1	4	1	3	-1
5	M_{13}		[2,3]	1	3	1	2	-1
6	M_{35}	5ta Columna	[3,4]	3	5	4	5	1

Fuente: (Martínez, 2006)

El diseño regular y el orden del procedimiento de eliminación de los coeficientes de acoplamientos, permite programar de forma sencilla el

proceso de reducción de la matriz de acoplamiento para cualquier grado de la misma, par o impar.

CAPITULO 4 . Diseño y simulación de filtros pasa-bandas aplicando la síntesis por métodos matriciales.

Una vez analizados en capítulos anteriores los fundamentos teóricos que sustentan la síntesis de filtros mediante métodos matriciales, en este capítulo se exponen las etapas de diseño y simulación de dos filtros de microondas pasa-banda sobre tecnología de microcintas aplicando métodos de síntesis a partir de la matriz de acoplamiento $N \times N$ y $N + 2$, esta última en su forma *folded canonical*. Para este propósito se emplearon *softwares* profesionales para el diseño y simulación de estructuras de alta frecuencia.

4.1 Aplicación de la síntesis a partir de la matriz de acoplamiento $N \times N$ en el diseño de un filtro de microondas.

Una de las principales aspiraciones a la hora del diseño de un filtro es conseguir unas dimensiones acordes con la aplicación deseada, sin que se vean afectadas sus parámetros de rechazo, bajas pérdidas de inserción y un alto valor de Q.

Para realizar el diseño se fijaron los siguientes requerimientos:

- Filtro pasa-banda Chebyshev con un rizado de banda de paso de 0,0988 dB.
- Sustrato dieléctrico Arlon AD600 de 0,508 mm de grosor, con constante dieléctrica $\epsilon_r = 6,15$ y una tangente de pérdidas de 0,003.
- Frecuencia central (f_0): 2,9 GHz.
- Banda de paso: 400 MHz (2,7 – 3,1 GHz).

- Orden del filtro: 4.
- Impedancia de entrada y de carga: 50 Ω .
- Pérdidas de retorno: 40 dB.
- Longitud total del resonador $\lambda/2$.

Etapas de diseño:

1. Con las especificaciones descritas anteriormente, auxiliándose del *software* profesional para el diseño de estructuras de alta frecuencia Ansys HFSS en su versión 15, se realizó el esquemático general del diseño que se muestra en la figura 4.1. Se implementó con tecnología de microcintas sobre un sustrato dieléctrico Arlon AD600 y 4 resonadores según los requisitos del diseño.

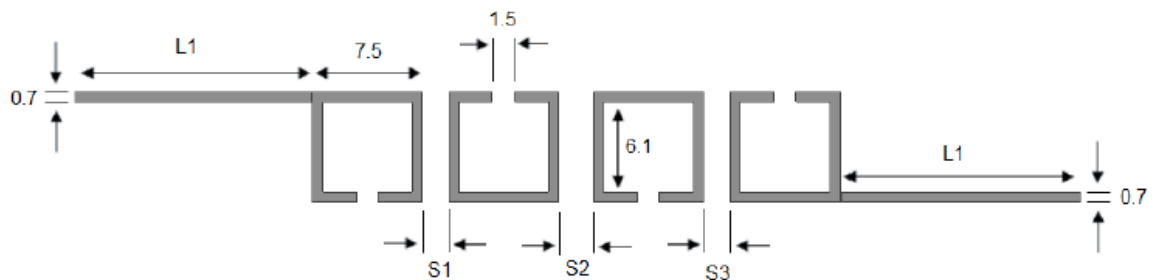


Figura 4.1. Esquema general del filtro pasa-banda de microcintas con cuatro resonadores.

Fuente: el autor

2. Para obtener la resonancia deseada para $\lambda/2$ se utilizó la ecuación:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2 \cdot f \cdot \sqrt{\epsilon_e}} \quad (4.1)$$

Donde para la obtención de la constante dieléctrica efectiva ϵ_e se empleó la herramienta *TXLine* del simulador MWO (*Microwave Office*).

- Utilizando el *software* Ansys HFSS se realizó el proceso de optimización de los valores y se obtuvieron los resultados que se muestran a continuación:

- Longitud total del resonador = 30 mm.
- Longitud de cada lado del resonador = $30/4 = 7,5$ mm.
- Ancho del resonador = 0,7 mm.
- Corte del resonador = 1,5 mm.

En la figura 4.1 se acotan estas dimensiones.

3. Obtención de Q_e teórico.

Las estructuras resonantes que realizan la función de entrada/salida en el esquema general del filtro de este proyecto, tienen como mínimo cinco acoplamientos, dos de las líneas de alimentación a los resonadores y tres acoplamientos que se producen por interacción con los demás resonadores que lo componen. El acoplamiento entre la línea de alimentación y el resonador, es muy importante, ya que marcará el parámetro conocido como factor de calidad externo (Q_e). El valor de Q_e teórico se puede obtener mediante las siguientes ecuaciones:

$$Q_{en} = \frac{g_n \cdot g_{n+1}}{FBW} \quad (4.2)$$

$$Q_{e1} = \frac{g_0 \cdot g_1}{FBW} \quad (4.3)$$

Donde g_n son los valores de los elementos del prototipo pasa-banda y se pueden encontrar en la tabla 4.1 y FBW (*Fractional Bandwidth*) se calcula de la siguiente forma:

$$FBW = \frac{\Delta f}{f_0} \quad (4.4)$$

Tabla 4.1. Valores de los elementos de prototipo pasa-banda con rizado de 0,0988 dB
(Ver Anexo1).

Elementos de prototipo de pasa-banda	Valores
g_0	1
g_1	1.1059
g_2	1.3063
g_3	1.7672
g_4	0.8174
g_5	1.3529

Fuente: el autor

El valor teórico obtenido es:

$$Q_e(\text{teórico}) = 8.0196$$

4. Obtención de la longitud de la línea de microcintas.

Con el empleo del *software* de diseño HFSS v.15, se procedió de la siguiente forma: primero se colocó la línea de microcintas (L1) junto al resonador con el que se le quiere hallar el acoplamiento, mientras que el Puerto 2 se ubicó a una distancia lo suficientemente alejada para que el acoplamiento que se produzca entre este y el resonador sea débil, como se puede observar en la figura 4.2. Luego se varió la longitud L1 hasta que se alcanzó un valor de Q_e cercano al valor teórico calculado, logrando un valor de: $L1 = 12,6$ mm:



Figura 4.2. Arreglo para extraer el factor de calidad externo Q_{e1} .
Fuente: el autor

5. Obtención de Q_e práctico.

Para el cálculo del valor práctico de Q_e , con ayuda del *software* de diseño HFSS v.15, se realizó un barrido en frecuencias del filtro y se graficó el parámetro S_{21} , tal como se muestra en la figura 4.3. De la gráfica obtenida se obtuvo el ancho de banda del filtro, definido como la diferencia entre las frecuencias de corte superior e inferior a las que el valor de amplitud de cae 3 dB, finalmente se obtuvo:

$$Q_e(\text{práctico}) = 7.9428$$

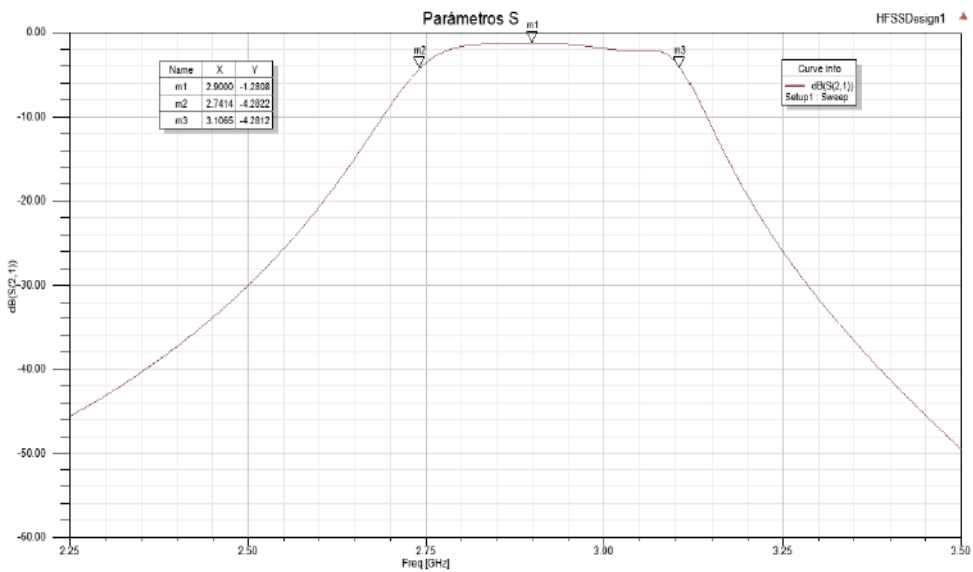


Figura 4.3. Respuesta en frecuencia simulada para $L_1=12,6$ mm.

Fuente: el autor

6. Obtención de los factores de acoplamiento entre resonadores.

El valor del acoplamiento entre resonadores, $M_{i,i+1}$ teórico se puede obtener mediante la siguiente ecuación:

$$M_{i,i+1} = \frac{FBW}{\sqrt{g_i \cdot g_{i+1}}} \quad (4.5)$$

Sustituyendo los valores, resulta:

$$M_{12}(\text{teórico}) = 0,1147$$

Para extraer el factor de acoplamiento entre resonadores se utilizó el software de diseño HFSS v.15, donde primero se colocaron respectivamente los puertos 1 y 2 a una distancia lo suficiente alejada para que el acoplamiento que se produzca entre estos y los resonadores sea débil, como se observa en la figura 4.4, luego se varió la distancia a la que se encuentran los resonadores hasta que se alcanzó un valor de $M_{i,i+1}$ cercano al valor teórico calculado.

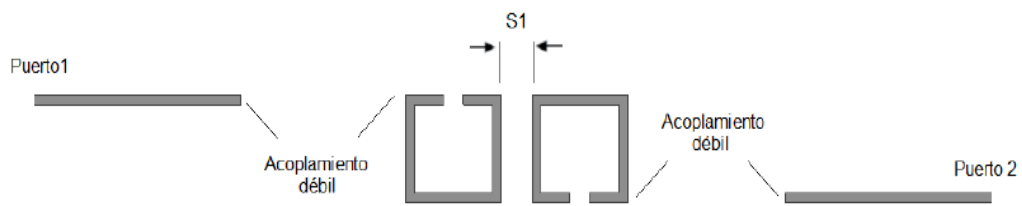


Figura 4.4. Arreglo para obtener el coeficiente de acoplamiento M_{12} .
Fuente: el autor

El cálculo del valor práctico se obtuvo a través de la simulación del parámetro S_{21} que se muestra en la figura 4.5. Se observan los valores de las frecuencias donde se producen los dos picos de resonancia.

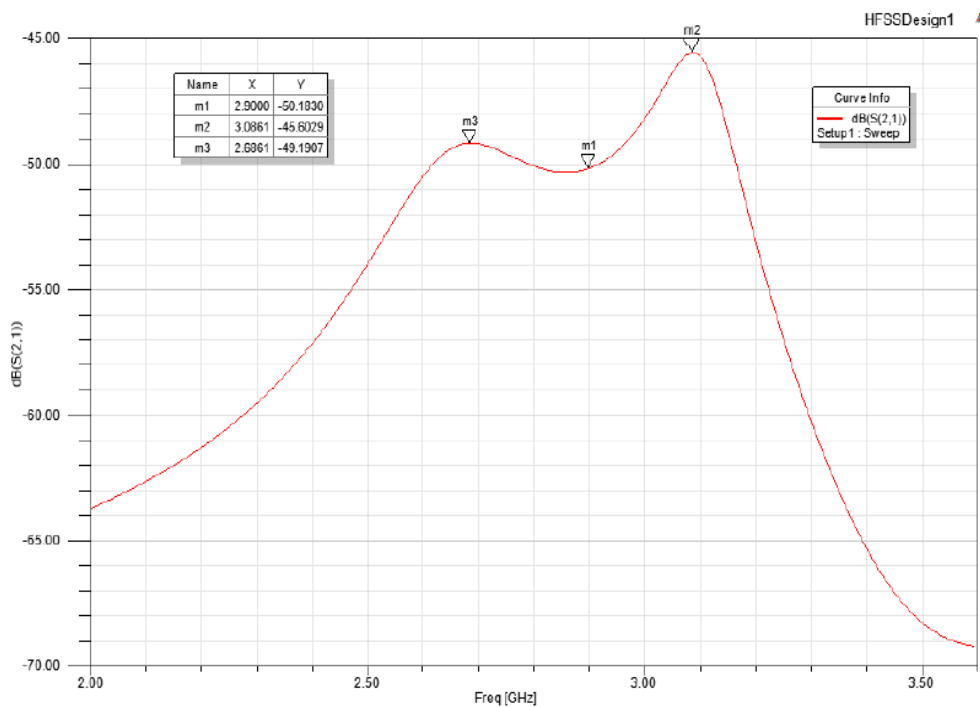


Figura 4.5. Respuesta en frecuencia simulada para $S1=0,3$ mm.

Fuente: el autor

Como se puede apreciar en la figura anterior, los picos de resonancia se obtienen en $f_1 = 2,6 \text{ GHz}$ y $f_2 = 3,08 \text{ GHz}$. A partir de estos valores y usando la expresión que se muestra, se obtuvieron los siguientes resultados para $S1 = 0,3 \text{ mm}$.

$$M_{i,i+1} = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_2^2 + f_1^2} \quad (4.6)$$

Sustituyendo los valores, resulta:

$$M_{12}(\text{práctico}) = 0,1379$$

Se repite el procedimiento descrito para calcular M_{23} y M_{34} , y se obtuvieron: $S2 = 0,4 \text{ mm}$, $S3 = 0,3 \text{ mm}$. Las dimensiones finales del filtro son las que se muestran en la figura 4.6.

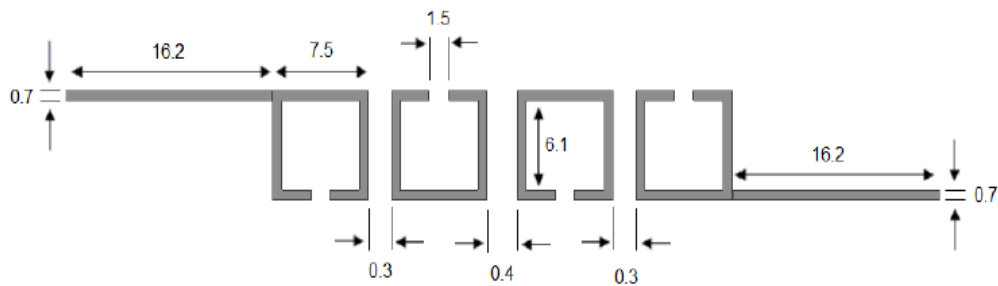


Figura 4.6. Dimensiones finales del filtro.

Fuente: el autor

4.2 Aplicación de la síntesis a partir de la matriz de acoplamiento N+2 en su forma Folded Canonical.

Una vez realizado todo el procedimiento anterior y obtenido los valores teóricos del factor de calidad externo ideal (Q_e) y del factor de acoplamiento entre resonadores adyacentes se plantea el esquema general del diseño (véase figura 4.7).

Siendo:

$$Q_{e1} = Q_{e2} = 8,0196$$

$$M_{12} = 0,1147$$

$$M_{23} = 0,0908$$

$$M_{34} = 0,1147$$

los valores teóricos a cumplir para lograr un comportamiento que satisfaga los requerimientos del diseño fijados.

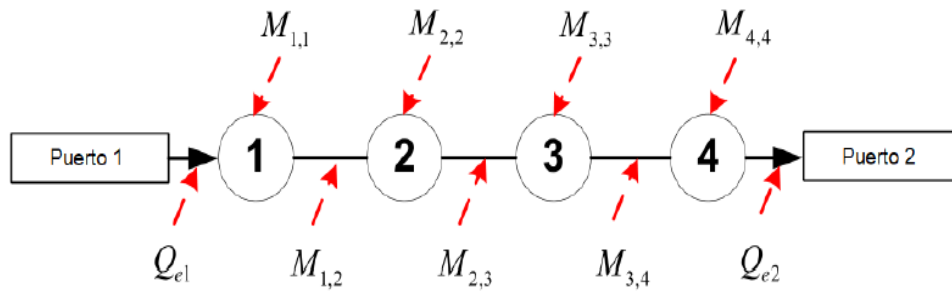


Figura 4.7. Esquemático del filtro deseado.

Fuente: el autor

Obtenidos los valores de M_{12} , M_{23} y M_{34} de acuerdo a la teoría analizada en el capítulo anterior se puede calcular la matriz de acoplamiento a la que se sintetizó el filtro, que quedó de la siguiente forma:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & 0 \\ 0 & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ 0 & 0 & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1147 & 0 & 0 \\ 0.1147 & 0 & 0.0908 & 0 \\ 0 & 0.0908 & 0 & 0.1147 \\ 0 & 0 & 0.1147 & 0 \end{bmatrix}$$

Luego de calcular las dimensiones de las distancias S_1 , S_2 , S_3 Y S_4 el diseño del filtro se muestra en la figura 4.8.

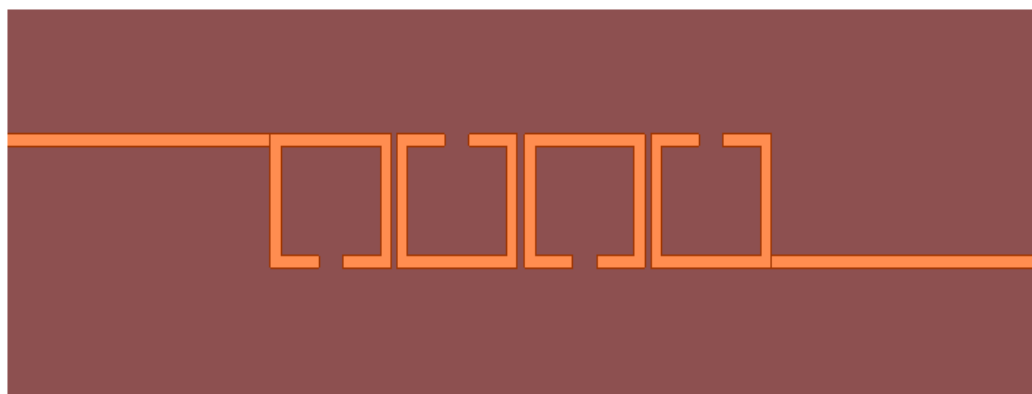


Figura 4.8. Diseño del filtro pasa-banda de microcintas con cuatro resonadores.

(Fuente: el autor)

Para corroborar los resultados se realizó la simulación en el *software* de diseño HFSS v.15 y se obtuvieron los parámetros S_{11} y S_{21} como se muestra en la figura 4.9 donde se puede observar que el filtro resuena a

la frecuencia deseada de 2,9 GHz de acuerdo a los requerimientos previstos.

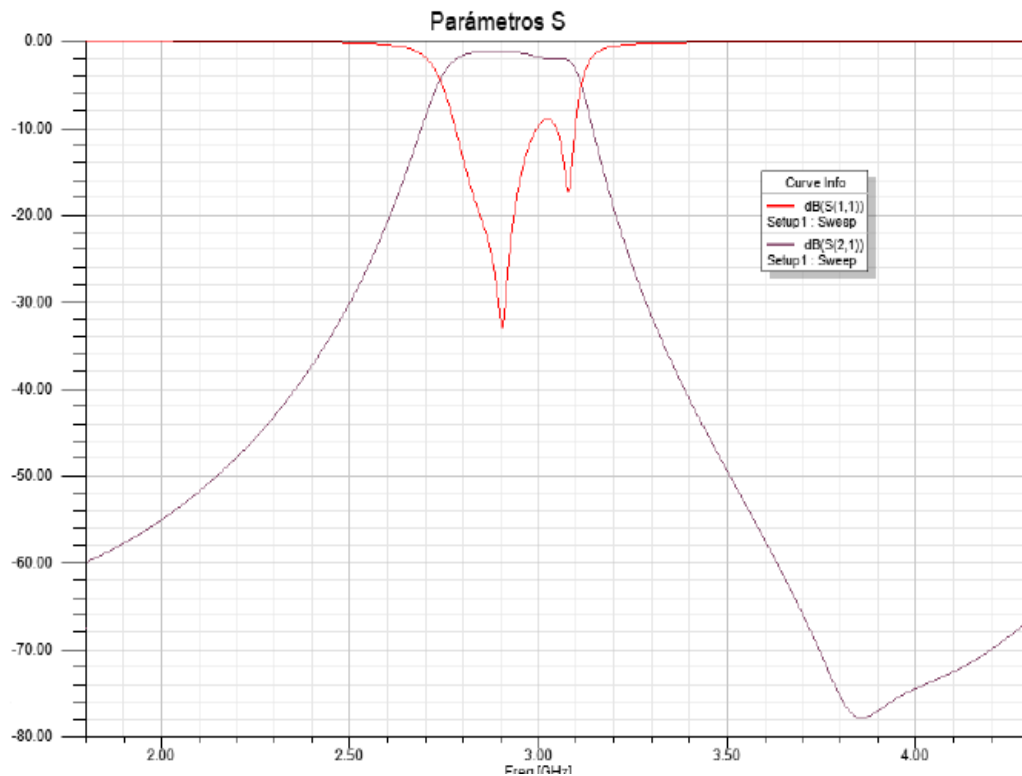


Figura 4.9. Respuesta en frecuencia del filtro.

Fuente: el autor

4.2.1 Reducción de la matriz de acoplamiento.

Con los resultados obtenidos y con el uso del procedimiento descrito en el Capítulo 3 se realizó una secuencia de operaciones en Matlab y se obtuvo la matriz de acoplamiento $N + 2$ correspondiente al diseño que quedó de la siguiente forma:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1.0209 & -1.0476 & 0.3209 & -0.2184 & 0 \\ 1.0209 & -2.1390 & 0 & 0 & 0 & 1.0209 \\ -1.0476 & 0 & 1.7984 & 0 & 0 & 1.0476 \\ 0.3209 & 0 & 0 & 1.6749 & 0 & 0.3209 \\ -0.2184 & 0 & 0 & 0 & -1.4225 & 0.2184 \\ 0 & 1.0209 & 1.0476 & 0.3209 & 0.2184 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 4.10. Matriz de acoplamiento $N+2$.

Fuente: el autor

Aplicando la secuencia de transformaciones a la matriz de acoplamiento $N + 2$, ya analizada en el Capítulo 3, se llega a una forma más conveniente con un número mínimo de acoplamientos logrando exactamente las mismas características de transferencia y reflexión que la original, la matriz resultante es la siguiente:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1.5134 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0 \\ 1.5134 & -0.0659 & -0.8956 & 0.0000 & -1.7302 & 0.0000 \\ 0.0000 & -0.8956 & 0.6556 & -1.1466 & -0.4333 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -1.1466 & -0.6120 & 0.7838 & 0.0000 \\ 0.0000 & -1.7302 & -0.4333 & 0.7838 & -0.0659 & 1.5134 \\ 0 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.5134 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 4.11. Matriz de acoplamiento reducida a la forma folded canonical.

Fuente: el autor

Esta matriz se corresponde con la topología *Folded Canonical* de orden 4 que se muestra en la figura 4.12.

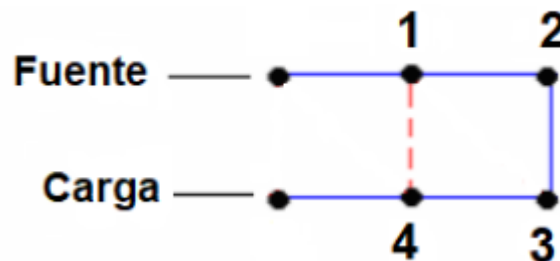


Figura 4.12. Red Folded Canonical de orden 4.

Fuente: el autor

Finalmente, el diseño del filtro realizado a partir de la síntesis de la matriz de acoplamiento en su forma reducida queda de la siguiente forma:

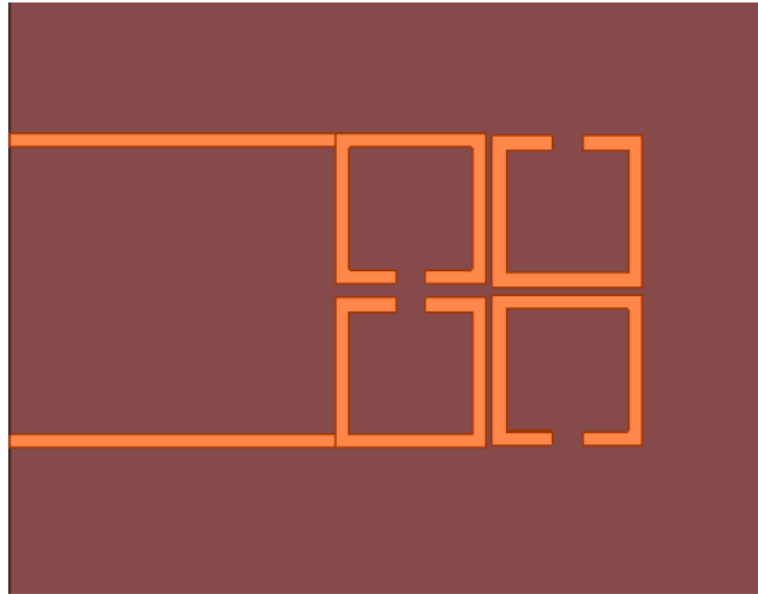


Figura 4.13. Diseño final del filtro.

Fuente: el autor

Se logra la respuesta en frecuencia del filtro a 2,9 GHz con pérdidas de retorno igual a -41 dB como se muestra en la figura 4.14. Obsérvese además en la curva del parámetro S_{21} los ceros de transmisión en dB.

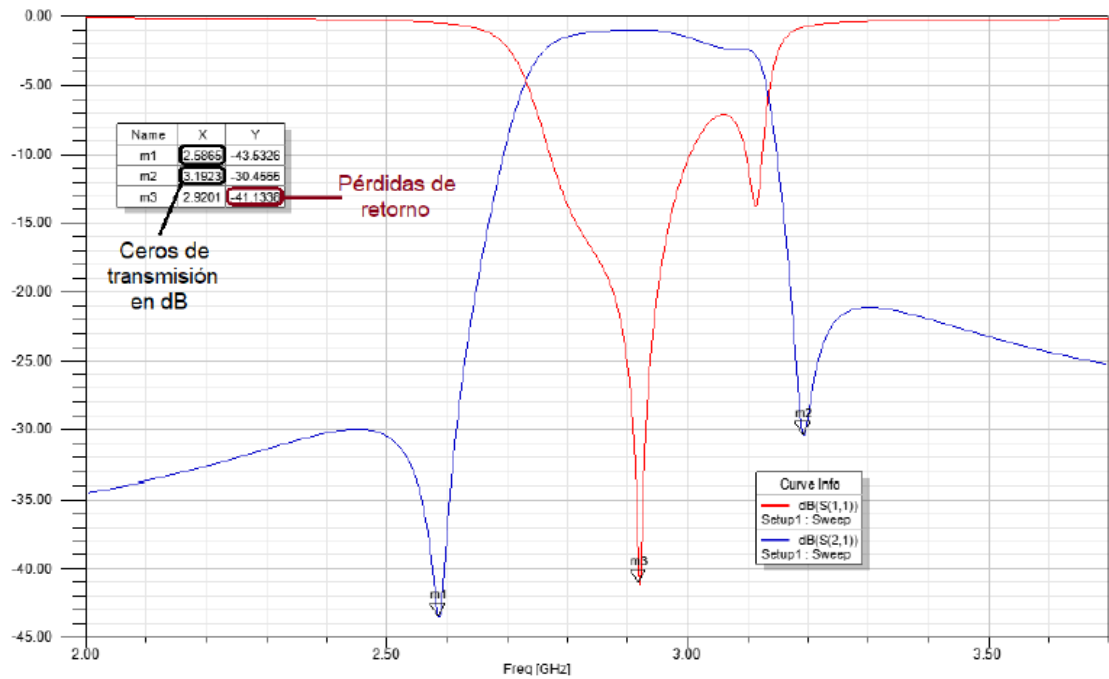


Figura 4.14. Respuesta en frecuencia del filtro.

Fuente: el autor

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Los estudios teóricos realizados en las temáticas relacionadas con los filtros de microondas y los métodos matriciales de síntesis permiten determinar las siguientes conclusiones:

- El comportamiento selectivo en frecuencia de un filtro pasa bandas para microondas se logra mediante el uso de elementos resonadores acoplados electromagnéticamente.
- El proceso de síntesis de filtros formados por resonadores acoplados entre sí consiste en la obtención de una estructura eléctrica cuya respuesta responda a las especificaciones.
- El método de síntesis a partir de la matriz de acoplamiento arroja resultados satisfactorios en el diseño de filtros para aplicaciones de microondas.

De los resultados alcanzados en los diseños y simulaciones realizados se puede concluir lo siguiente:

- Se verificó que con el método de síntesis a partir de la matriz de acoplamiento fue posible diseñar filtros pasa-banda de *Chebyshev* con tecnología de microcintas que responden a especificaciones de diseño fijadas.
- Fue posible plantear los pasos necesarios en la etapa de diseño de estos filtros que permitió comprobar la validez de la aplicación de los métodos de síntesis tratados.
- Se verificó que con el uso de la topología *folded canonical* se consigue disminuir la cantidad de coeficientes de acoplamiento existentes en la matriz.
- Se demostró que con la síntesis a partir de la matriz de acoplamiento en su forma *folded canonical* se consiguió un reordenamiento de los resonadores del filtro.

- Se logró el diseño y simulación de un filtro de 4 resonadores acoplados con tecnología de microcintas capaz de operar a la frecuencia deseada de 2,9 GHz.
- Se sintetizó el diseño anterior a partir de la matriz de acoplamiento en su forma *folded canonical*, con lo que se logró reducir dimensiones sin afectar los parámetros de diseño. Se simuló y se comprobó que los resultados eran semejantes a los del filtro en su diseño original lográndose pérdidas de retorno de 40 dB y una frecuencia muy próxima a la deseada.
- La utilización del sustrato dieléctrico Arlon AD600 arrojó un diseño compacto y respuestas óptimas en la implementación de los filtros, lo que verifica la validez de su uso.
- Se demostró que los *softwares* profesionales de diseño de estructuras de altas frecuencias resultan herramientas indispensables en el logro de un diseño que satisfaga determinadas especificaciones técnicas.

Recomendaciones

Se recomienda continuar con los análisis para la implementación del filtro con las configuraciones *Cul-de-sac*, *Parallel-connected* y *Arrow (wheel) form*.

Profundizar los estudios teóricos a los filtros de microondas y particularmente a los métodos matriciales de síntesis.

Elaborar otros modelos de diseños para la aplicación en nuevas simulaciones que aporten nuevos resultados a los alcanzados en este trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cameron, R., Kudsia, C., & Mansour, R. (2018). *Microwave Filters for Communication Systems. Fundamentals, Design, and Applications*. (2 ed.). Hoboken: John Wiley & Sons.
- Cogollos, S. (2016). *Fundamentos de la Teoría de Filtros*. Valencia: Universitat Politecnica de Valencia.
- Covarrubias, D. (2007). *Estudio de estructuras resonantes con DGS*. México: CICESE.
- García, A. (2004). *Métodos avanzados de síntesis y optimización de filtros y multiplexores de microondas*. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- Martínez, M. (2006). *Síntesis de Filtros Usando el Método de la Matriz de Acoplos, y Aplicación al Diseño de Filtros Transversales Multicapa*. Cartagena: UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA.
- Mendoza, J. (2013). *Diseño de componentes de alta potencia para sistemas espaciales*. Obtenido de Universidad Politécnica de Cartagena: <https://core.ac.uk/download/pdf/60425979.pdf>
- Mishra, V., & Singh, A. K. (2012). Design and Analysis of Coupling Matrix for Microwave Filter Applications. *VSRD International Journal of Electrical, Electronics & Communication Engineering*, 2(7), 508-520.
- Monsalve, C. (2008). *Diseño de un filtro en la banda de frecuencias de microondas-milimétricas para sistenas de comunicaciones*. Madrid: Univerdidad Autónoma de Madrid.
- Pozar, D. (2012). *Microwave engineering* (4ta ed.). Massachusetts: WILEY-INTERSCIENCE PUBLICATION.
- Vargas, S. (2019). *Diseño y evaluación de filtros de microondas compactos basados en estructuras fractales y metamateriales*. Universidad Católica de Santiago de Guayaquil. Guayaquil: Universidad Católica de Santiago de Guayaquil.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

Abreviatura	Significado
FBW	<i>Fractional Bandwidth</i> (Ancho de banda fraccional)
Fc	Frecuencia de corte
FPA	Filtro pasa-alto
FPB	Filtro pasa-bajo
HFSS	<i>High-Frequency Structure Simulator</i> (Simulador de Estructuras de Alta Frecuencia)
MWO	<i>Microwave Office</i>

ANEXOS

Anexo I Valores de los componentes para el prototipo pasa banda *Chebyshev* ($g_0 = 1, \Omega_c = 1$).

Rizado de banda de paso $L_{Ar}=0.0988$ dB										
n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}
1	0.3034	1.0								
2	0.8401	0.6210	1.3529							
3	1.0286	1.1470	1.0286	1.0						
4	1.1059	1.3063	1.7672	0.8174	1.3529					
5	1.1439	1.3715	1.9722	1.3715	1.1439	1.0				
6	1.1652	1.4044	2.0535	1.5179	1.9000	0.8613	1.3529			
7	1.1783	1.4233	2.0940	1.5744	2.0940	1.4233	1.1783	1.0		
8	1.1869	1.4352	2.1173	1.6021	2.1675	1.5650	1.9416	0.8773	1.3529	
9	1.1928	1.4432	2.1320	1.6179	2.2030	1.6179	2.1320	1.4432	1.1928	1.0

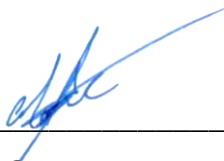
DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN

Yo, **Avecilla Cevallos Mauro Vicente**, con C.C: # **0918078940** autor/a del trabajo de titulación: **Aplicación de métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros de microondas**, previo a la obtención del título de **Magíster en Telecomunicaciones** en la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil.

1.- Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tienen las instituciones de educación superior, de conformidad con el Artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de titulación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.

2.- Autorizo a la SENESCYT a tener una copia del referido trabajo de titulación, con el propósito de generar un repositorio que democratice la información, respetando las políticas de propiedad intelectual vigentes.

Guayaquil, a los 15 días del mes de marzo del 2021



Avecilla Cevallos Mauro Vicente

C.C: 0918078940



Presidencia
de la República
del Ecuador



Plan Nacional
de Ciencia, Tecnología,
Innovación y Saberes



SENESCYT

Secretaría Nacional de Educación Superior,
Ciencia, Tecnología e Innovación

REPOSITORIO NACIONAL EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

FICHA DE REGISTRO DE TESIS/TRABAJO DE TITULACIÓN

TÍTULO Y SUBTÍTULO:	Aplicación de métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros de microondas	
AUTOR(ES)	Avecilla Cevallos Mauro Vicente	
REVISOR(ES)/TUTOR	MSc. Edgar Quezada Calle; MSc. Luis Córdova Rivadeneira / MSc. Manuel Romero Paz	
INSTITUCIÓN:	Universidad Católica de Santiago de Guayaquil	
FACULTAD:	Sistema de Posgrado	
PROGRAMA:	Maestría en Telecomunicaciones	
TÍTULO OBTENIDO:	Magister en Telecomunicaciones	
FECHA DE PUBLICACIÓN:	Guayaquil, a los 15 días del mes de marzo del 2021	No. DE PÁGINAS: 87
ÁREAS TEMÁTICAS:	Filtros de microondas, Métodos matriciales de síntesis, filtros prácticos, diseño de filtros, Síntesis de polinomios, Función de filtrado.	
PALABRAS CLAVES/ KEYWORDS:	Filtros de microondas, síntesis, matriz de acoplamiento	

RESUMEN/ABSTRACT: En el presente trabajo se describe la aplicación de métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros de microondas. Se estudian los fundamentos teóricos de los filtros de microondas, su clasificación y sus etapas de diseño. Se analizan distintos métodos de síntesis haciendo especial énfasis en los métodos matriciales. Se propone el diseño de dos filtros pasa-banda de Chebyshev basados en tecnología de microcintas aplicando métodos de síntesis a partir de la matriz de acoplamiento $N \times N$ y $N+2$, este último caso, en su forma folded canonical. Se realizó la validación y simulación de los prototipos con la asistencia de softwares profesionales para el diseño de estructuras en altas frecuencias. En este trabajo se utiliza el método Exploratorio, para profundizar en el estado del arte de los métodos matriciales de síntesis en el diseño de filtros, con lo cual mediante el método Descriptivo se analiza la información obtenida para utilizarla en el diseño de filtros pasa-bandas de Chebyshev en aplicaciones en microondas. Además, la investigación aplica el paradigma Empírico-Analítico y un enfoque Cuantitativo con operaciones matemáticas para caracterizar las técnicas estudiadas y para la realización de los diseños realizados. Esta investigación es Experimental porque se manipulan los parámetros investigados, para obtener las mejores características en el diseño para lograr las especificaciones establecidas.

ADJUNTO PDF:	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
CONTACTO AUTOR/ES:	Teléfono: +593-982805412	E-mail: maurovac@gmail.com
CONTACTO CON LA INSTITUCIÓN (COORDINADOR DEL PROCESO UTE):	Nombre: Romero Paz Manuel de Jesús	
	Teléfono: +593-994606932	
	E-mail: manuel.romero@cu.ucsg.edu.ec	
SECCIÓN PARA USO DE BIBLIOTECA		
Nº. DE REGISTRO (en base a datos):		
Nº. DE CLASIFICACIÓN:		
DIRECCIÓN URL (tesis en la web):		