



**UNIVERSIDAD CATÓLICA
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

Tesis de Grado

Previo a la obtención del título de:

INGENIERO CIVIL

Tema:

**“DESARROLLO DE UN MODELO ESTRUCTURAL APLICADO AL MÉTODO DE
DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS EN EL DISEÑO
SISMORRESISTENTE DE PILAS PARA PUENTES EN LA CIUDAD DE
GUAYAQUIL”**

Por:

FERNANDO GÓMEZ SÁNCHEZ

Director:

ING. XAVIER CASAL RODRÍGUEZ

Guayaquil - Ecuador

2012

**UNIVERSIDAD CATÓLICA
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

Tesis de Grado

Previo a la obtención del título de:

INGENIERO CIVIL

Tema:

**“DESARROLLO DE UN MODELO ESTRUCTURAL APLICADO AL MÉTODO DE
DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS EN EL DISEÑO
SISMORRESISTENTE DE PILAS PARA PUENTES EN LA CIUDAD DE
GUAYAQUIL”**

Por:

FERNANDO GÓMEZ SÁNCHEZ

Director:

ING. XAVIER CASAL RODRÍGUEZ

Guayaquil - Ecuador

2012

TESIS DE GRADO

“DESARROLLO DE UN MODELO ESTRUCTURAL APLICADO AL MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS EN EL DISEÑO SISMORRESISTENTE DE PILAS PARA PUENTES EN LA CIUDAD DE GUAYAQUIL”

Presentado a la Facultad de Ingeniería
Carrera de Ingeniería Civil de la
Universidad Católica de Santiago de Guayaquil

Por:

FERNANDO GÓMEZ SÁNCHEZ

Para dar cumplimiento con uno de los requisitos para optar por el
Título de:

INGENIERO CIVIL

Tribunal de Sustentación:

Ing. Xavier Casal Rodríguez

DIRECTOR DE TESIS DE GRADO

Dr. Ing. Walter Mera Ortiz

DECANO DE LA FACULTAD /
PROFESOR INVITADO

Ing. Octavio Yépez R.

PROFESOR INVITADO

Ing. Lilia Valarezo de Pareja

DIRECTORA DE LA ESCUELA



DEDICATORIA

A mis padres Santiago y María Victoria.



AGRADECIMIENTO

A Dios por todas las bendiciones que me ha brindado a mí y a todos mis seres queridos.

A mis padres por su ilimitado amor, su incondicional apoyo y su arduo sacrificio que me impulsa a seguir creciendo.

A mi hermano Santiago por mantenerme al tanto de los avances tecnológicos que facilitaron en gran medida este trabajo, y a mi hermano Michael por su ayuda en la elaboración de las figuras en este documento.

Al Ing. Xavier Casal Rodríguez, Director de esta Tesis de Grado, por su invaluable aporte en la elaboración de este documento, no sólo con material bibliográfico sino también con su extenso conocimiento en las áreas afines y su dedicación en la revisión del trabajo.

A mis profesores por haber compartido sin egoísmo alguno sus conocimientos. En especial al Ing. Carlos Chon Díaz por todas las enseñanzas impartidas en el ámbito académico y profesional; y al Ing. José Palacios por las discusiones teóricas que ayudan a perfeccionar mis conocimientos.

A Danielle Francesca por estar siempre a mi lado alegrándome la vida sin importar que suceda. A todas las personas que ayudaron de alguna manera en la realización de este documento.



ÍNDICE

CAPÍTULO 1: ANTECEDENTES, OBJETIVO, ALCANCE Y METODOLOGÍA	2
1.1 Antecedentes	2
1.2 Objetivos	3
1.3 Alcance	3
1.4 Metodología.....	4
CAPÍTULO 2: JUSTIFICACIÓN DEL MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS	6
2.1 Introducción.....	6
2.2 Descripción de los métodos actuales de diseño.....	6
2.3 El método de las fuerzas laterales equivalentes	8
2.4 Deficiencias en el método de las fuerzas.....	12
2.5 Provisiones incluidas en la Norma Ecuatoriana de la Construcción 2011 relacionadas con el diseño directo basado en desplazamientos	21



CAPÍTULO 3: FUNDAMENTOS DEL MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS	25
3.1 Introducción	25
3.2 Estados límites de diseño.....	26
3.2.1 Estados límites de elementos.....	27
3.2.2 Estados límites de estructuras.....	28
3.3 Espectros de desplazamiento	29
3.3.1 Construcción de espectros de desplazamientos	29
3.3.2 Espectros de desplazamiento en la Norma Ecuatoriana de la Construcción para la ciudad de Guayaquil	32
3.4 Amortiguamiento viscoso equivalente	35
3.5 Linearización de la respuesta inelástica de sistemas de un grado de libertad.....	38
3.6 Descripción de los métodos basados en desplazamientos existentes	41
3.7 Implementación del método de diseño directo basado en desplazamientos	44
3.7.1 Diseño directo basado en desplazamientos con espectro elástico.....	44
3.7.2 Diseño directo basado en desplazamientos con espectro inelástico	48
3.7.3 Diseño directo basado en desplazamientos para estructuras de varios grados de libertad	52
3.8 Factores de reducción de la demanda sísmica	52
3.9 Ejemplo de aplicación	55
3.10 Deficiencias en el método de diseño directo basado en desplazamientos	65
CAPÍTULO 4 DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS APLICADO A PILAS DE PUENTES.....	69
4.1 Introducción.....	69



4.2	Diseño de una pila con pilotes en arcilla	70
4.3	Demanda y capacidad de desplazamiento lateral	73
4.3.1	Efecto $P - \Delta$	74
4.3.2	Análisis pushover en pilas con cimentación superficial	77
4.4	Criterios de desempeño sísmico para pilas de puentes	82
4.4.1	Estado límite de servicio	84
4.4.2	Estado límite de control de daño	85
4.4.3	Estado límite de supervivencia	87
4.5	Procedimiento de diseño	87
 CAPÍTULO 5: DESARROLLO DE UN MODELO ESTRUCTURAL CON INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA PARA PILAS DE PUENTES		97
5.1	Introducción	97
5.2	Alcance del modelo	98
5.3	Sistema gravitacional	102
5.4	Interacción suelo – pilote	105
5.5	Modelo con interacción suelo – estructura	111
5.6	Metodología de aplicación del modelo	114
5.7	Procedimiento de diseño para pilas de puente con cimentación profunda	117
5.8	Aplicación del modelo estructural a una pila con cimentación profunda	119
 CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		128
6.1	Conclusiones	128
6.2	Recomendaciones	131



CAPÍTULO 7: BIBLIOGRAFÍA	134
CAPÍTULO 8: ANEXOS	138
APÉNDICE A: ESPECTROS DE DESPLAZAMIENTOS.....	139
APÉNDICE B: DIAGRAMAS EN COLUMNAS CIRCULARES.....	160
APÉNDICE C: SCRIPTS DE MODELOS EN OPENSEES DEL EJEMPLO 4.1.....	169
APÉNDICE D: SCRIPTS DEL MODELO DESARROLLADO EN OPENSEES	198
APÉNDICE E: COMPARACIÓN ENTRE PILAS CON CIMENTACIÓN SUPERFICIAL Y CIMENTACIÓN PROFUNDA.....	210



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Diagrama de flujo: Método de las fuerzas laterales equivalentes [8]	9
Figura 2.2 Espectro elástico – zona III, suelo tipo S3 [1]	11
Figura 2.3: Diagramas momento vs curvatura	14
Figura 2.4: Curva esfuerzo vs deformación – Modelo de histéresis de Takeda [10]	15
Figura 2.5: Esquema de la aproximación de iguales desplazamientos	16
Figura 2.6: Esquema de la aproximación de igual energía	17
Figura 2.7: Viga empotrada con rótula plástica en el empotramiento	18
Figura 2.8: Diagrama de momentos flectores de la viga	18
Figura 2.9: Distribución idealizada de curvatura de la viga [12]	18
Figura 2.10: Espectro elástico de desplazamientos – zona V, suelo tipo E [3].....	22
Figura 3.1: Curvas de peligro sísmico para Guayaquil [3]	26
Figura 3.2: Registro de aceleraciones de un sismo normalizado a 1g – UC540012.....	30
Figura 3.3: Respuesta para estructura con periodo de 1.0 segundos y $\zeta=5\%$	30
Figura 3.4: Espectros de respuesta y espectro de diseño de desplazamientos – registros medidos en la UCSG componente Este-Oeste	31
Figura 3.5: Zonificación sísmica del Ecuador [3]	33
Figura 3.6: Espectro elástico de desplazamientos – zona V, suelo tipo E [3].....	35
Figura 3.7: Ley hysterética de paralelogramo	37
Figura 3.8: Linearización del sistema real	39



Figura 3.9: Diagrama de flujo: Método de diseño directo basado en desplazamientos utilizando espectro elástico.....	46
Figura 3.10: Diagrama de flujo: Método de diseño directo basado en desplazamientos utilizando espectro inelástico.....	49
Figura 3.11: Desplazamiento de diseño mayor que máximo desplazamiento espectral ...	51
Figura 3.12: Factor de reducción de la demanda sísmica R_{ζ}	53
Figura 3.13: Factor de reducción de la demanda sísmica R_{μ}	54
Figura 3.14: Factor de reducción de la demanda sísmica R_{ζ} [3].....	55
Figura 3.15: Pila típica de paso elevado – ejemplo 3.1, 3.2 y 3.3.....	56
Figura 3.16: Diagrama de momento – curvatura de la columna – P = 547 Ton.....	59
Figura 3.17: Distribución de acero de refuerzo en columna de la pila – ejemplo 3.1	60
Figura 3.18: Diagrama de momento – curvatura de la columna – P = 547 Ton.....	62
Figura 3.19: Distribución de acero de refuerzo en columna de la pila – ejemplo 3.2	63
Figura 3.20: Diagrama de interacción a flexocompresión.....	64
Figura 3.21: Distribución de acero de refuerzo en columna de la pila – ejemplo 3.3	65
Figura 4.1: Capacidad por fuste y por punta obtenidas en pruebas de carga de pilote prebarrenado P-9-1 – Puente Carlos Pérez Perasso [25].....	71
Figura 4.2: Sección típica de pila de puente.....	72
Figura 4.3: Análisis Pushover de un sistema de un grado de libertad	73
Figura 4.4: Análisis Pushover de un sistema de varios grados de libertad	74
Figura 4.5: Momentos de segundo orden	75
Figura 4.6: Pila de puente y modelo estructural considerado	78
Figura 4.7: Diseño de columnas en ejemplos 3.1, 3.2 y 3.3	79
Figura 4.8: Curvas pushover – ejemplo 3.1	80
Figura 4.9: Curvas pushover – ejemplo 3.2	81
Figura 4.10: Curvas pushover – ejemplo 3.3	81
Figura 4.11: Criterios de desempeño sísmico	83



Figura 4.12: Diagrama de flujo: Procedimiento del Método de diseño directo basado en desplazamientos para pilas de puentes con cimentación superficial.....	90
Figura 4.13: Determinación del periodo equivalente a partir del desplazamiento de diseño y el espectro de desplazamientos elástico	92
Figura 4.14: Pila con rótula plástica y cortante sísmico	95
Figura 5.1: Pila desarrollada en el modelo	99
Figura 5.2: Modelo estructural.....	101
Figura 5.3: Secciones definidas con fibras.....	102
Figura 5.4: Curva esfuerzo – deformación: columnas circulares [27].....	103
Figura 5.5: Curva esfuerzo – deformación: columnas rectangulares [28]	104
Figura 5.6: Curvas p – y en resortes no lineales	106
Figura 5.7: Curva p – y característica.....	108
Figura 5.8: Esquema de un pilote con resortes laterales y verticales.....	113
Figura 5.9: Estructura deformada mostrada en OpenSees.....	117
Figura 5.10: Pila de puente con cimentación profunda	121
Figura 5.11: Distribución de pilotes.....	121
Figura 5.12: Distribución de curvatura (1/m) en columna para desplazamiento pico	122
Figura 5.13: Diagrama de momento (kg-m) – curvatura (1/m) en columna.....	122
Figura 5.14: Diagrama de momentos (kg-m) en columna para desplazamiento pico	123
Figura 5.15: Perfil de desplazamientos (m) en columna para desplazamiento pico	123
Figura 5.16: Perfil de desplazamientos (m) en pilotes para desplazamiento pico	124
Figura 5.17: Diagrama de Reacciones (kg) en pilotes para desplazamiento pico	124
Figura 5.18: Distribución de curvatura (1/m) en pilotes para desplazamiento pico	125
Figura 5.19: Diagrama de momentos (kg-m) en pilote para desplazamiento pico.....	125
Figura 5.20: Curva Pushover: Desplazamiento total (m) – suma de reacciones (kg).....	126
Figura 5.21: Diagrama de deformaciones unitarias en fibras extremas de acero, de hormigón confinado y hormigón no confinado en columna versus desplazamiento total en el extremo superior de la columna (m).....	126



Figura 8.1: Espectros de respuesta y espectro de diseño de desplazamientos – registros medidos en la UCSG componente Este-Oeste	141
Figura 8.2: Espectros de respuesta y espectro de diseño de desplazamientos – registros medidos en la UCSG componente Norte-Sur	142
Figura 8.3: Distribución de deformación unitaria y esfuerzo en la columna	160
Figura 8.4: Curva esfuerzo – deformación del hormigón.....	165
Figura 8.5: Diagrama de momento – curvatura del diseño del ejemplo 3.1.....	170
Figura 8.6: Diagrama de momento – curvatura del diseño del ejemplo 3.2.....	170
Figura 8.7: Diagrama de momento – curvatura del diseño del ejemplo 3.3.....	171
Figura 8.8: Diagrama de momento (kg-m) – curvatura (1/m) de columna.....	211
Figura 8.9: Distribución de curvatura (1/m) en columna	212
Figura 8.10: Perfil de desplazamientos (m) en columna	212
Figura 8.11: Diagrama de deformaciones unitarias en fibras extremas de acero, de hormigón confinado y hormigón no confinado en columna versus desplazamiento total en el extremo superior de la columna (m)	213



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1: Espectro elástico de desplazamientos – zona V, suelo tipo E [3].....	34
Tabla 3.2: Procedimiento iterativo de ejemplo 3.1.....	58
Tabla 3.3: Procedimiento iterativo de ejemplo 3.2.....	61
Tabla 3.4: Procedimiento del ejemplo 3.3	64
Tabla 4.1: Niveles de intensidad sísmica	84
Tabla 4.2: Capacidad probable de cada material [7].....	94
Tabla 5.1: Valores típicos de ϵ_{50} en arcillas [30]	109
Tabla 5.2: Variables a definir en el modelo	116
Tabla 8.1: Espectros elásticos de desplazamientos de la componente Este – Oeste de cada registro y análisis estadístico.....	150
Tabla 8.2: Espectros elásticos de desplazamientos de la componente Norte – Sur de cada registro y análisis estadístico.....	159



CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES, OBJETIVO, ALCANCE Y METODOLOGÍA



CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES, OBJETIVO, ALCANCE Y METODOLOGÍA

1.1 Antecedentes

El diseño sismorresistente de los puentes difiere en varios aspectos del diseño sismorresistente de edificios debido a las particularidades de los elementos que conforman cada estructura. Hasta hace poco tiempo, el diseño sismorresistente de un puente era similar al de un edificio y con el tiempo se han ido perfeccionando los métodos con ayuda de la investigación y del comportamiento de puentes sometidos a sismos pasados.

En la actualidad es una práctica común de la ingeniería civil que se diseñen las estructuras para que tengan un comportamiento inelástico durante un sismo sin que la estructura colapse. De la incursión en el rango inelástico, la estructura sufrirá daños permanentes que deberán ser reparados y estas reparaciones representan un costo de rehabilitación; sin embargo, este costo es menor que el alto costo de construir estructuras diseñadas para que se comporten elásticamente durante un sismo ya que la probabilidad de ocurrencia de un sismo severo es relativamente pequeña.



El método usado comúnmente en el diseño sismorresistente, es el método de las fuerzas laterales equivalentes que utiliza un espectro elástico de aceleraciones usualmente codificado en las normas de cada país y un coeficiente de reducción debido al comportamiento inelástico de la estructura. El método mencionado presenta algunas inconsistencias en la estimación de las ductilidades y desplazamientos reales de las estructuras.

1.2 Objetivos

Los objetivos de la presente tesis son los siguientes:

- Analizar las distintas inconsistencias en el método de las fuerzas equivalentes en general y, en particular, en el comportamiento estructural de las pilas de puentes.
- Desarrollar y proponer un modelo matemático basado en el método de los desplazamientos aplicado al diseño sismorresistente de pilas para puentes
- Incluir los efectos de la interacción entre la estructura y el suelo circundante.
- Contrastar los resultados con modelos estructurales basados en otras metodologías.

1.3 Alcance

El alcance de la presente tesis es desarrollar un modelo matemático, aplicando el método directo basado en los desplazamientos, que represente de una manera adecuada el comportamiento estructural inelástico de pilas para puentes; el modelo matemático desarrollado incluirá el efecto de la interacción entre el suelo y estructura.



Realizar un estudio comparativo entre el método de las fuerzas equivalente usado en la actualidad en el país y el método del diseño directo basado en desplazamientos desarrollado en los últimos años, de tal manera que se cuente con un método alternativo para el diseño que presenta aspectos afines al comportamiento real de la pila de un puente durante un sismo y de lo cual resultarían estructuras más seguras.

Los resultados y conclusiones obtenidos serán válidos únicamente para los tipos de pilas, puentes y cimentaciones considerados, con vigas de acero o de hormigón simplemente apoyadas, que son las que más se utilizan en la Ciudad de Guayaquil en la actualidad.

1.4 Metodología

La presente es una investigación teórica, para llevarla a cabo se utilizarán el software de análisis inelástico OPENSEES y el software de programación MATLAB.



CAPÍTULO 2

JUSTIFICACIÓN DEL MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS



CAPÍTULO 2

JUSTIFICACIÓN DEL MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS

2.1 Introducción

Un puente es una construcción realizada por el ser humano para unir dos puntos que se encuentran aislados por algún accidente geográfico como un cuerpo hídrico, un cañón, un valle, una gran avenida, etcétera. La necesidad del ser humano de cruzar pequeños arroyos fue la responsable del origen de los puentes. Se cree que en la prehistoria los hombres primitivos usaban troncos para cruzar pequeños ríos, los romanos fueron los primeros en construir puentes duraderos utilizando las ventajas estructurales que presenta el arco y desde ahí el ser humano ha ido creando y perfeccionando técnicas para construir puentes.

2.2 Descripción de los métodos actuales de diseño

En la época actual, existe una gran variedad de puentes que se diseñan dependiendo de la función que desempeñará, las condiciones locales de la naturaleza y la economía. En la ciudad de Guayaquil se utilizan frecuentemente pasos elevados para



aliviar el tráfico en las zonas muy congestionadas, el tipo de puente más utilizado consiste en pilas de hormigón armado que soportan vigas longitudinales simplemente apoyadas, que generalmente son metálicas o de hormigón pretensado, y tableros de hormigón armado fundidos in situ que se apoyan sobre las vigas. La cimentación de las pilas está conformada por grupos de pilotes que se apoyan en estratos duros profundos, debido a los suelos blandos superficiales que se encuentran típicamente en la ciudad.

En las zonas sísmicas, como la ciudad de Guayaquil, todas las estructuras deben ser diseñadas para resistir los sismos con relativamente poco daño y sin colapsar. En la actualidad es una práctica común de la ingeniería civil que se diseñen las estructuras para que tengan un comportamiento inelástico durante un sismo fuerte sin que la estructura colapse. La filosofía de diseño sismorresistente, tomada del Código Ecuatoriano de la Construcción [1], es la siguiente:

- Prevenir daños en elementos no estructurales, ante terremotos pequeños y frecuentes, que pueden ocurrir durante la vida útil de la estructura.
- Prevenir daños estructurales graves y controlar daños no estructurales, ante terremotos moderados y poco frecuentes, que pueden ocurrir durante la vida útil de la estructura.
- Evitar el colapso ante terremotos severos que pueden ocurrir rara vez durante la vida útil de la estructura, procurando salvaguardar la vida de sus ocupantes.

De la incursión en el rango inelástico, la estructura sufrirá daños permanentes que deberán ser reparados y estas reparaciones representan un costo de rehabilitación; sin embargo, este costo es menor que el alto costo de construir estructuras diseñadas para que se comporten elásticamente durante un sismo ya que la probabilidad de ocurrencia de un sismo severo es relativamente pequeña.

El diseño sismorresistente de los puentes difiere en varios aspectos del diseño sismorresistente de edificios debido a las particularidades de los elementos que conforman cada estructura. Hasta hace poco tiempo, el diseño sismorresistente de un



puente era similar al de un edificio y con el tiempo se han ido perfeccionando los métodos con ayuda de la investigación y del comportamiento de puentes sometidos a sismos pasados [2].

A la fecha, el método usado comúnmente en el diseño sismorresistente para obtener la respuesta de un sistema estructural, es el método de las fuerzas laterales equivalentes que utiliza un espectro elástico de aceleraciones usualmente codificado en las normas de cada país y un coeficiente de reducción debido al comportamiento inelástico de la estructura.

2.3 El método de las fuerzas laterales equivalentes

El método de las fuerzas laterales equivalentes se basa en el uso de fuerzas que simulan la acción del sismo sobre una estructura. Este método se encuentra en la mayoría de las últimas versiones de los códigos de diseño como CEC 2001 (Código Ecuatoriano de la Construcción) [1], NEC 2011 (Norma Ecuatoriana de la Construcción) [3], UBC 97 (Uniform Building Code) [4], IBC 2006 (International Building Code) [5], ASCE 7-10 (American Society of Civil Engineers) [6], AASHTO LRFD [7], entre otros.

Este método tradicional de diseño está relacionado con la forma en que se diseñan las estructuras para resistir los otros tipos de carga como la carga muerta, la carga viva, cargas de tráfico, la carga de viento, etcétera; se calculan las fuerzas internas en cada elemento y luego se diseña para que la capacidad de resistencia sea mayor que la demanda de resistencia. El método se puede resumir en los siguientes pasos [8]:

- i. Predimensionamiento de los elementos: Con la arquitectura definida de la estructura, se puede realizar un prediseño de los elementos estructurales asumiendo cargas y realizando un análisis estructural simplificado usualmente basado en métodos empíricos.

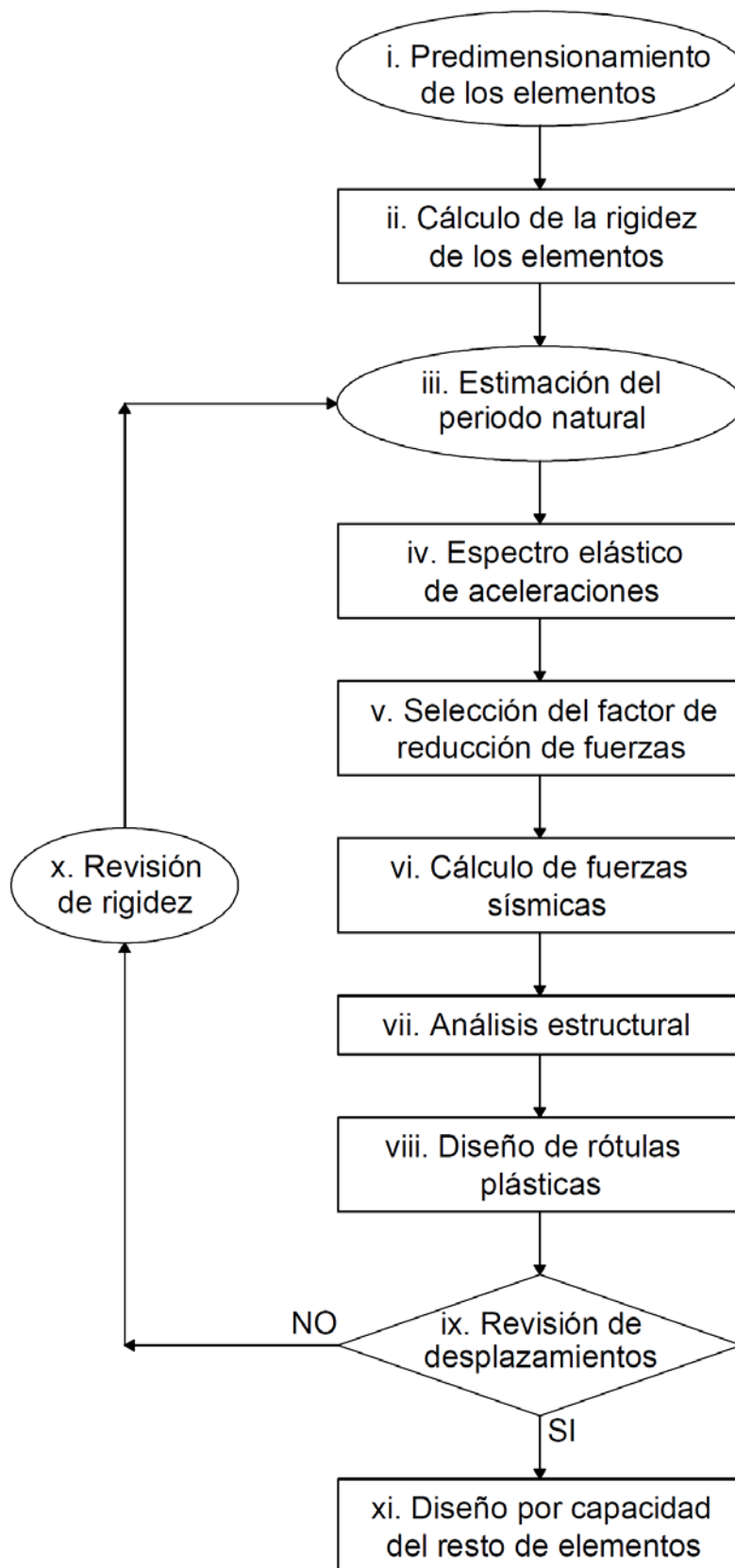


Figura 2.1: Diagrama de flujo: Método de las fuerzas laterales equivalentes [8]



- ii. *Cálculo de la rigidez de los elementos:* Se calcula la rigidez de cada elemento basado en el predimensionamiento previo y los materiales utilizados. En algunos códigos se exige el uso de inercias agrietadas para representar el daño esperado en el comportamiento inelástico de los materiales.
- iii. *Estimación del periodo natural:* Usando las rigideces de los elementos y las masas participativas, se calcula el periodo fundamental de la estructura, o los modos de vibración y sus respectivos periodos si se realiza un análisis multimodal.
- iv. *Espectro elástico de aceleraciones:* Se calcula el espectro elástico de aceleraciones con los parámetros adecuados según el código que se esté utilizando.

Con la estimación del periodo, se calcula la coordenada espectral y luego se calcula el cortante basal según la siguiente fórmula

$$V_s = S_a W$$

V_s : Cortante basal elástico

W : Peso de la masa total participativa, incluye toda la carga muerta y usualmente un porcentaje de otro tipo de cargas.

S_a : Coordenada espectral en porcentaje de gravedad, es función del periodo, las condiciones de suelo y la sismicidad de la zona.

- v. *Selección de factor de reducción de fuerzas:* Se elige un factor de reducción de fuerzas R que depende de la capacidad de disipar energía (ductilidad) del sistema estructural elegido y del material. Los códigos que utilizan esta metodología recomiendan valores máximos de R para los distintos tipos de estructuras. En el código de diseño de puentes de AASHTO [7] se presentan valores de R para los distintos elementos que conforman la estructura de un puente.

- vi. *Cálculo de fuerzas sísmicas:* Se calcula el cortante basal inelástico dividiendo el cortante basal elástico para el factor de reducción R. Luego se realiza la distribución del cortante basal en fuerzas sísmicas actuantes en distintos nudos. En un edificio se realiza una distribución vertical dependiente de la altura y en puentes se coloca las fuerzas en las pilas.

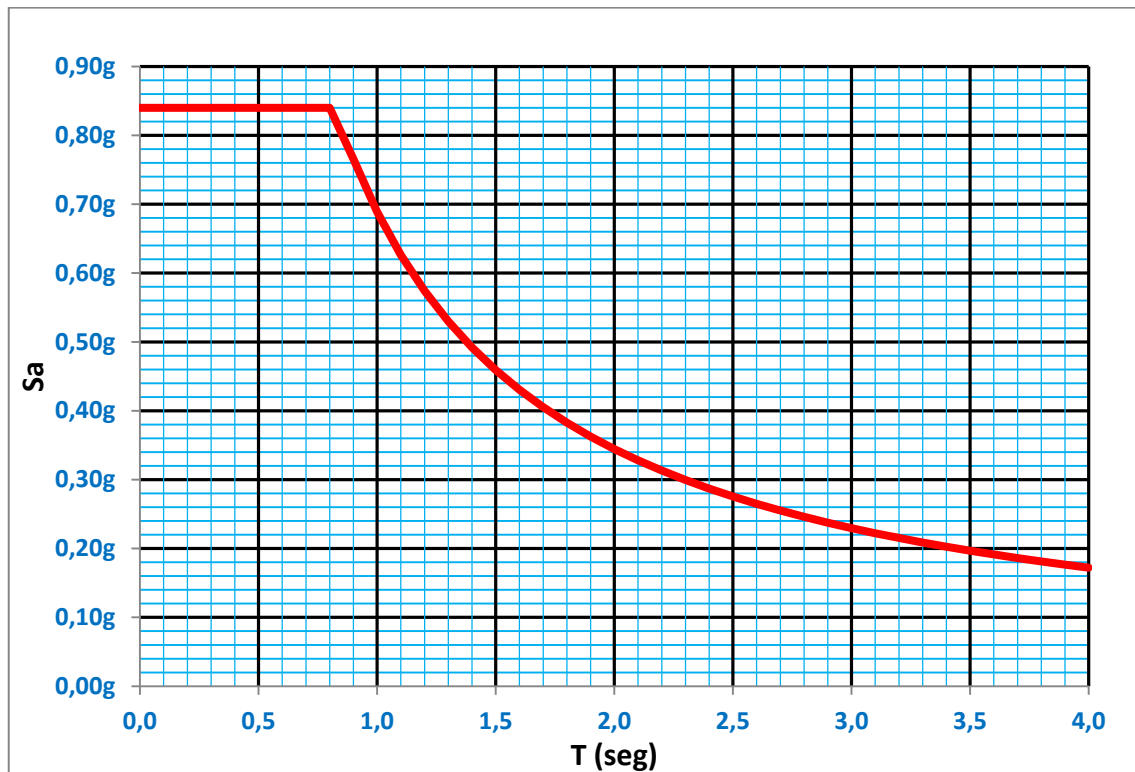


Figura 2.2 Espectro elástico – zona III, suelo tipo S3 [1]

- vii. *Análisis estructural:* Se realiza el análisis estructural elástico de la estructura con las fuerzas laterales obtenidas en el paso anterior; y con ella se obtienen las fuerzas internas en los elementos y se ubican las zonas donde se formarán las rótulas plásticas.
- viii. *Diseño de rótulas plásticas:* Se diseñan las zonas en que se generan las rótulas plásticas, de tal manera que se provean estos lugares de la capacidad de rotación suficiente según la demanda de ductilidad requerida. Se deben cumplir con los detalles especiales de diseño sismorresistente.



- ix. *Revisión de desplazamientos:* Los desplazamientos laterales obtenidos del análisis estructural se multiplican por un factor de amplificación de desplazamiento para obtener el desplazamiento lateral inelástico. El factor de amplificación de desplazamiento depende del código utilizado, del tipo de sistema estructural y el material, por ejemplo el CEC 2001 recomienda que dicho factor sea igual a R [1]. Se calculan las derivas inelásticas de entrepiso y se comparan con los máximos estipulados en los códigos, en el CEC 2001 se recomienda una deriva máxima del 2% para pórticos de hormigón [1].
- x. *Revisión de rigidez:* Si los desplazamientos laterales son excesivos y las derivas inelásticas son mayores que los valores admisibles, es necesario rediseñar los elementos para disminuir las deformaciones, lo cual se logra usualmente incrementando el tamaño de los elementos o cambiando dentro de lo posible la configuración estructural. Si es necesario realizar el rediseño, entonces se vuelve a realizar todo el proceso desde el paso iii; si no fuera necesario realizar el rediseño, entonces se debe omitir este paso.
- xi. *Diseño por capacidad del resto de elementos:* Una vez que los desplazamientos laterales sean adecuados, entonces se diseña el resto de elementos por resistencia.

2.4 Deficiencias en el método de las fuerzas

El método descrito anteriormente es la forma actual del método de las fuerzas, que se ha ido modificando en el tiempo para incorporar aspectos que inicialmente no incluía como la revisión de las deformaciones; ya que es reconocido que cuando una estructura tiene un comportamiento inelástico, el daño en la misma se correlaciona mejor con los desplazamientos generados que con la resistencia lateral desarrollada. Sin embargo, el método de las fuerzas todavía presenta algunas inconsistencias.



Un problema consiste en estimar adecuadamente la rigidez de los elementos. Se debe realizar un proceso iterativo considerando que se inicia con un conjunto de elementos cuya geometría cambia constantemente, y por lo tanto cambian las fuerzas sísmicas ya que el periodo se ve afectado. Además, para estructuras de hormigón armado se debe considerar el agrietamiento de la sección para el cálculo de la rigidez de cada elemento, el nivel de agrietamiento a considerar usualmente es recomendado en los códigos. La rigidez es afectada directamente por el nivel de agrietamiento considerado, de igual manera se ve afectado el periodo y el cortante basal que tiene una variación significativa.

Otro problema es la suposición realizada de que la rigidez del elemento no depende de la resistencia para una sección dada. Considerando la ecuación de curvatura de una viga:

$$\phi = \frac{M}{EI}$$

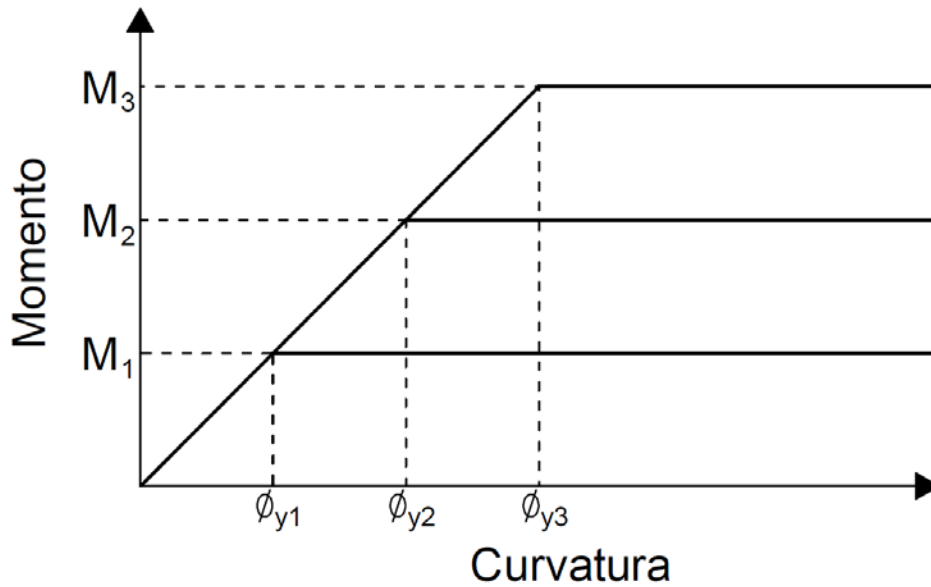
- ϕ : Curvatura de una sección (tasa de cambio del ángulo con respecto al arco)
- M: Momento flector en la sección
- E: Módulo de elasticidad del material
- I: Inercia de la sección.

El término EI (en la expresión anterior) es directamente proporcional a la rigidez del elemento, y por ello se tiene que la relación entre la resistencia de un elemento y la rigidez dependen de la curvatura. Si la rigidez del elemento no depende de la resistencia, entonces la derivada parcial de la rigidez con respecto a la resistencia es 0 y por ende:

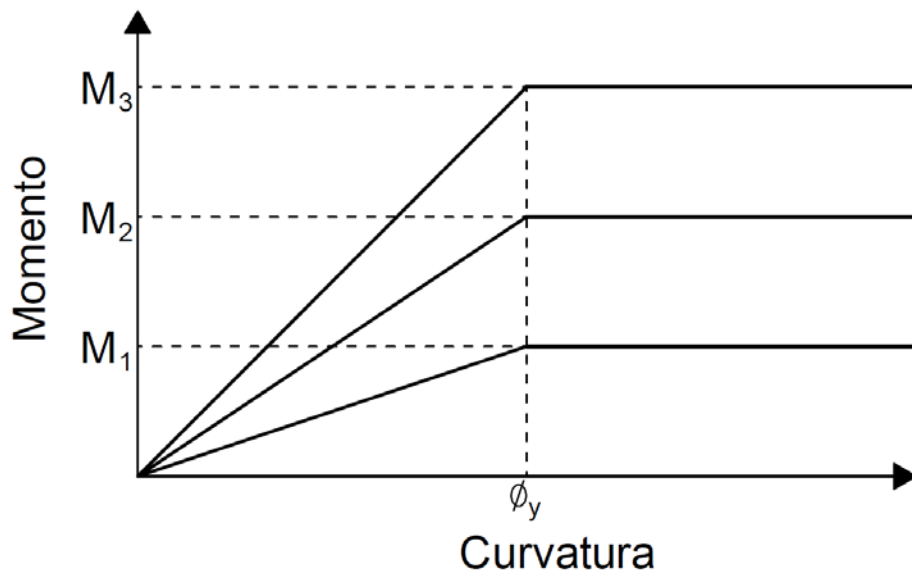
$$\phi k = M$$
$$\frac{\partial \phi}{\partial M} k = \frac{\partial \phi}{\partial M} k + \frac{\partial k}{\partial M} \phi = 1$$
$$\frac{\partial \phi}{\partial M} = \frac{1}{k}$$



Se asume que la rigidez en el rango elástico es constante y por ende la curvatura depende de la resistencia, en particular la curvatura de fluencia, y se concluye que la curvatura de fluencia varía según la resistencia.



a) Hipótesis de diseño - Rigidez constante



b) Condición real - Curvatura de fluencia constante

Figura 2.3: Diagramas momento vs curvatura

Realizando un análisis detallado de momento curvatura de una sección de hormigón armado y de la evidencia experimental [9], se demuestra que la curvatura de fluencia de una viga de hormigón armado no depende de la cantidad de refuerzo que se coloque y por ende no depende de la resistencia de la sección, contradiciendo la suposición de que la rigidez y la resistencia no están relacionadas. En la figura 2.3 se muestran diagramas de momento curvatura bilineales, el diagrama a tiene la suposición de rigidez constante y el diagrama b tiene la condición realista de curvatura de fluencia constante.

También se supone que las propiedades elásticas de la estructura son buenos indicadores del desempeño inelástico. Sin embargo revisando las curvas de esfuerzo – deformación del hormigón bajo carga cíclica [10], se observa que luego de varios ciclos de carga, la rigidez elástica inicial no representa el comportamiento del elemento en el rango inelástico.

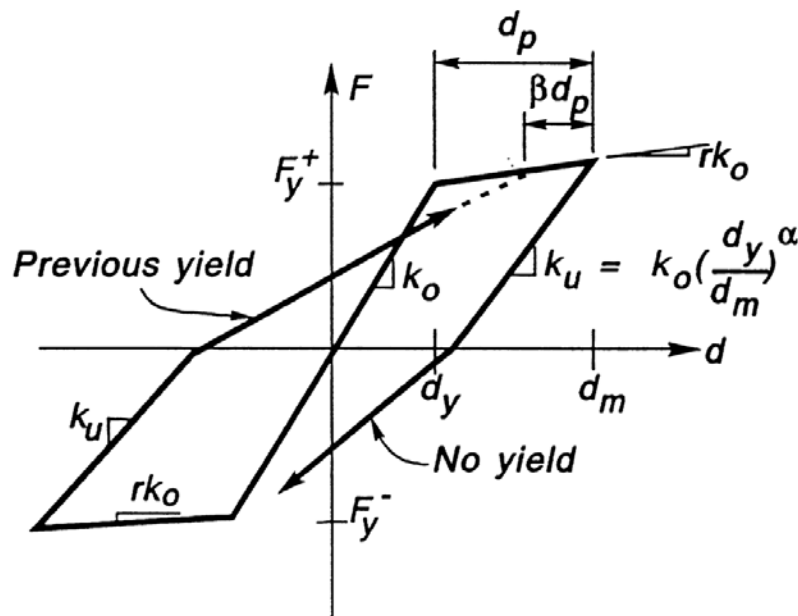


Figura 2.4: Curva esfuerzo vs deformación – Modelo de histéresis de Takeda [10]

El método de las fuerzas equivalentes se basa en la aproximación de los desplazamientos iguales [8], en la que se asume que el desplazamiento de una estructura elástica y una estructura inelástica son iguales $\delta_e = \delta_u$, y por ende se realiza un análisis

estructural elástico para obtener así las deformaciones y las fuerzas internas de la estructura inelástica.

Adicionalmente, considerando la definición de ductilidad $\mu = \frac{\delta_u}{\delta_y}$ [11], la definición

del factor de reducción $R = \frac{F_e}{F_y}$ [11] y utilizando una semejanza de triángulos $\frac{F_e}{F_y} = \frac{\delta_u}{\delta_y}$

(figura 2.5), se obtiene una relación entre R y la ductilidad:

$$R = \frac{F_e}{F_y} = \frac{\delta_u}{\delta_y} = \mu \Rightarrow R = \mu$$

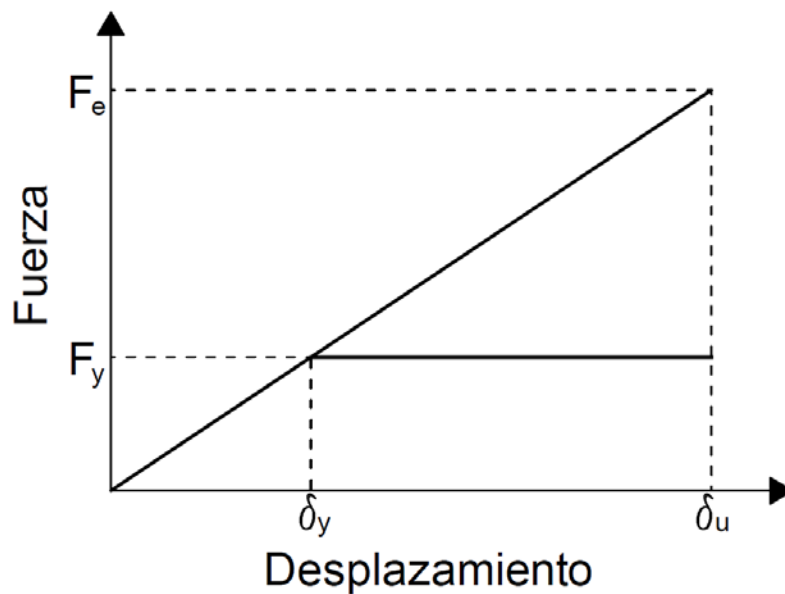


Figura 2.5: Esquema de la aproximación de iguales desplazamientos

Otro criterio utilizado en el método de las fuerzas es la aproximación de igual energía, en la que se asume que la energía de deformación de una estructura elástica

$E_1 = \frac{F_e \delta_e}{2}$ y una estructura inelástica $E_2 = \frac{F_y \delta_y}{2} + F_y (\delta_u - \delta_y)$ son iguales. De manera

que:

$$\frac{F_e \delta_e}{2} = \frac{F_y \delta_y}{2} + F_y (\delta_u - \delta_y)$$

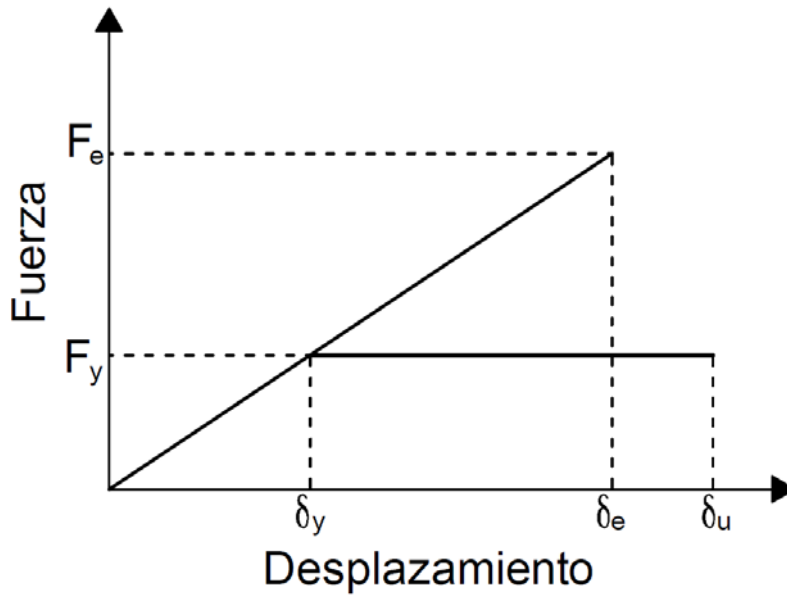


Figura 2.6: Esquema de la aproximación de igual energía

Recordando la definición de ductilidad $\mu = \frac{\delta_u}{\delta_y}$ [11], la definición del factor de reducción $R = \frac{F_e}{F_y}$ [11] y utilizando una semejanza de triángulos $\frac{F_e}{F_y} = \frac{\delta_e}{\delta_y}$ (figura 2.6), se reemplaza en la igualdad anterior para obtener una relación entre R y la ductilidad:

$$\frac{F_e \delta_e}{2} = \frac{F_y \delta_y}{2} + F_y (\delta_u - \delta_y) = \frac{F_y \delta_y}{2} (2\mu - 1)$$

$$R^2 = \left(\frac{F_e}{F_y} \right)^2 = \left(\frac{F_e}{F_y} \right) \left(\frac{\delta_e}{\delta_y} \right) = 2\mu - 1$$

$$R = \sqrt{2\mu - 1}$$

Se ha demostrado que la aproximación de desplazamientos iguales no es adecuada para estructuras con periodo corto ni para estructuras con periodo largo, y para estructuras con periodo medio se cumple cuando el comportamiento inelástico es cercano a la idealización elasto-plástica [8].

Existe una gran variación en la definición de los factores de reducción R para estructuras similares en los distintos códigos y por ello existe una gran variación en el valor del cortante basal que resulta en una gran variación de las fuerzas internas y por ende elementos de características completamente distintas. También se asume que la ductilidad y el factor de reducción R del sistema estructural es la misma para todos los elementos y para las estructuras parecidas.

Si se consideran dos vigas empotradas de igual sección y distinta longitud, debido a que poseen la misma sección, las vigas tienen igual curvatura de fluencia, igual curvatura última e igual ductilidad de curvatura, y por tanto valores de R iguales.

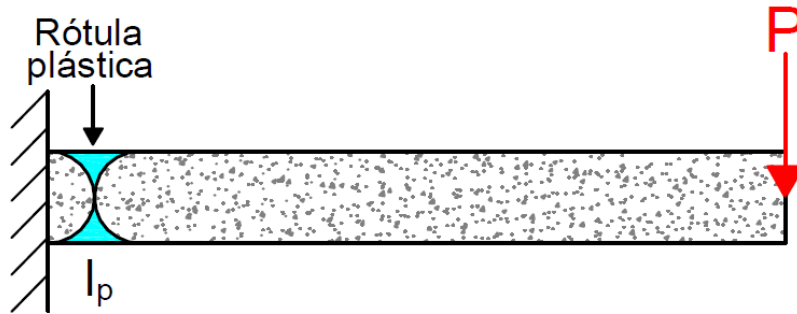


Figura 2.7: Viga empotrada con rótula plástica en el empotramiento

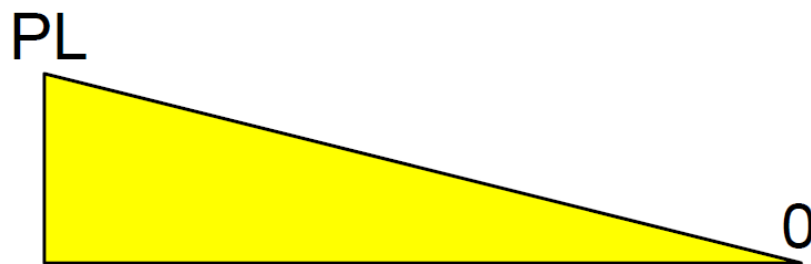


Figura 2.8: Diagrama de momentos flectores de la viga

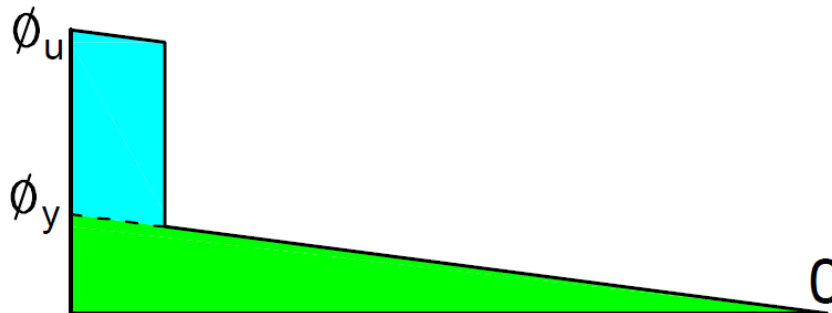


Figura 2.9: Distribución idealizada de curvatura de la viga [12]



Por otro lado, si se considera el mecanismo de colapso de la viga empotrada mostrado en la figura 2.7, se genera una rótula plástica de longitud l_p . En la figura 2.8 se observa el diagrama de momentos flectores en la viga que no se altera por la presencia de la rótula plástica; sin embargo, el diagrama aproximado de distribución de curvatura [12], mostrado en la figura 2.9, se ve afectado en la zona de la rótula plástica, donde se generan curvaturas inelásticas.

Se calcula el desplazamiento inelástico utilizando la distribución idealizada de curvatura de la figura 2.9:

$$\begin{aligned}\delta_u &= \int_0^L x\phi dx = \int_0^{L-l_p} \frac{\phi_y x^2}{L} dx + \int_{L-l_p}^L x \left(\phi_u - \phi_y + \frac{\phi_y x}{L} \right) dx \\ \delta_u &= \frac{\phi_y x^3}{3L} \Big|_0^{L-l_p} + \frac{(\phi_u - \phi_y)x^2}{2} + \frac{\phi_y x^3}{3L} \Big|_{L-l_p}^L = \frac{\phi_y x^3}{3L} \Big|_0^L + \frac{(\phi_u - \phi_y)x^2}{2} \Big|_{L-l_p}^L \\ \delta_u &= \frac{\phi_y L^2}{3} + (\phi_u - \phi_y) l_p \left(L - \frac{l_p}{2} \right)\end{aligned}$$

La ductilidad de la viga debe ser igual a $\mu' = \frac{\delta_u}{\delta_y}$, donde $\delta_y = \frac{\phi_y L^2}{3}$ y por tanto:

$$\mu' = \frac{\frac{\phi_y L^2}{3} + (\phi_u - \phi_y) l_p \left(L - \frac{l_p}{2} \right)}{\frac{\phi_y L^2}{3}} = 1 + 3(\mu - 1) \frac{l_p}{L} \left(1 - \frac{l_p}{2L} \right)$$

La longitud de la rótula plástica se puede calcular de manera sencilla con la fórmula de Mattock $l_p = 0.5d + 0.05z$ [13], donde d es el peralte de la viga y z es la distancia desde la sección crítica al punto de inflexión, de modo que en este caso $z = L$:

$$\frac{l_p}{L} = \frac{0.5d}{L} + 0.05$$



$$\mu' = 1 + 3(\mu - 1) \left(\frac{0.5d}{L} + 0.05 \right) \left(0.975 - \frac{0.25d}{L} \right)$$

Como ambas vigas tienen distintas longitudes, L varía, sin embargo, el resto de factores permanece constante y por ende la ductilidad μ' no puede ser la misma para ambas vigas, ni siquiera pueden ser aproximadamente iguales ya que el rango de variación de μ' es amplio en los dominios de valores típicos de d/L . Se ha demostrado que las ductilidades de desplazamiento son distintas y por ende el valor de R no puede ser el mismo.

Si se considera una estructura con distintas alturas de columnas como un muelle marginal o un puente sobre un río, se asume un factor de reducción global para reducir las fuerzas sísmicas y luego se realiza el análisis en el que cada columna toma fuerzas según su rigidez, de tal manera las columnas más cortas que son las más rígidas tienen fuerzas internas mayores. Por otro lado, es común que debido a la facilidad de construcción o por razones estéticas que las columnas tengan secciones iguales y se cambie el refuerzo entre ellas, de modo que la curvatura de fluencia es igual para todas y los desplazamientos de fluencia son directamente proporcionales a la altura al cuadrado. Sin embargo, como el desplazamiento es el mismo para todas las columnas ya que la losa se comporta como un diafragma rígido, entonces es posible que las columnas más largas se mantengan en el rango elástico mientras las columnas más cortas actúen inelásticamente, y por tanto el factor de reducción R global no debería ser aplicado.

A pesar de todas las inconsistencias generadas en el método de las fuerzas, si se realiza un análisis y un detallamiento sismorresistente adecuado, se obtienen diseños seguros y satisfactorios para sismos moderados y poco frecuentes; pero el daño producido en los sismos severos es muy variable [8].

Debido a las deficiencias del método de las fuerzas, se han desarrollado métodos alternativos de diseño que no tengan los problemas antes mencionados, entre los



primeros métodos desarrollados se encuentra el método de las fuerzas con revisión de desplazamientos que es similar al descrito al principio de esta sección. Luego se desarrollaron los métodos basados en desplazamientos cuyo objetivo es cumplir con ciertos niveles de deformación y correspondiente daño para los distintos niveles de intensidad sísmica, conocidos como métodos de diseño por desempeño.

Finalmente, en los últimos años se ha desarrollado un método directo basado en desplazamientos que utiliza un espectro de desplazamiento en lugar de un espectro de aceleraciones. Este método va a ser desarrollado en los siguientes capítulos para el caso específico de las pilas de los puentes comunes en la ciudad de Guayaquil.

2.5 Provisiones incluidas en la Norma Ecuatoriana de la Construcción 2011 relacionadas con el diseño directo basado en desplazamientos

El Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda (MIDUVI) y la Cámara de la Construcción de Quito (CCQ) han propuesto una nueva versión de la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC 2011) [3] que ha sido elaborada y publicada, aunque a la fecha no se encuentra aún en vigencia. En el capítulo 2 correspondiente al peligro sísmico, se han actualizado los criterios anteriores para el diseño utilizando el método de las fuerzas equivalente y se han incluido curvas de peligro sísmico, en las cuales se representan para cada provincia del país la aceleración sísmica en roca (PGA) en función de distintos periodos de retorno.

En el numeral 2.8 del capítulo 2, se encuentra un método alternativo de diseño que corresponde al Método de Diseño Directo Basado en Desplazamientos. La NEC 2011 es uno de los primeros códigos sísmicos en el mundo que incluyen esta metodología.

El código incluye un procedimiento para la realización de un espectro elástico de desplazamientos como el mostrado en la figura 1.10 que representa el espectro para la ciudad de Guayaquil con un suelo blando típico. El espectro es función del nivel de

aceleración sísmica que depende de la zona y del tipo de suelo que se puede determinar según sus características mecánicas. El procedimiento específico se desarrollará en el siguiente capítulo.

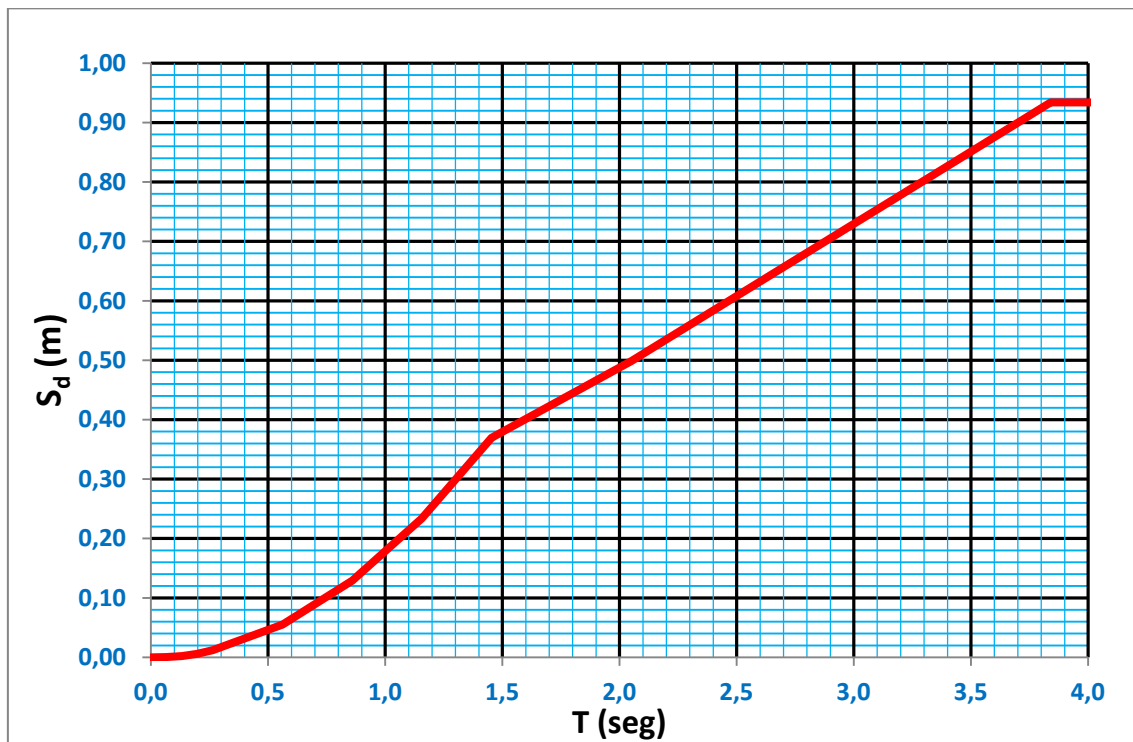


Figura 2.10: Espectro elástico de desplazamientos – zona V, suelo tipo E [3]

En el literal 2.8.4 de la NEC 2011, se proponen los siguientes requisitos generales para la aplicación del método de diseño basado en desplazamientos [3]:

- La estructura debe tener una configuración adecuada, que sea simple y regular para lograr un adecuado desempeño sísmico, y asimismo evitar cambios abruptos de rigidez y resistencia para impedir acumulación de daños en algunos componentes, de manera que se asegure la formación de un mecanismo satisfactorio de deformación inelástica.
- Las rótulas plásticas deben formarse sólo en los sitios pre-determinados por el diseñador, este cometido se logrará aplicando los principios del diseño por capacidad.



- Las fuerzas de diseño de las secciones que deben permanecer elásticas, deben amplificarse para incluir los efectos de los modos de vibración altos.
- Adicionalmente al cumplimiento de los criterios de desempeño, debe verificarse que los efectos $P-\Delta$ no causen problemas de inestabilidad en la estructura.

El fundamento del procedimiento de diseño se basa en el método de linearización equivalente en el cual se reemplaza la estructura por un sistema elástico equivalente y se aplica un amortiguamiento que equivale al amortiguamiento viscoso e histerético real de la estructura [3].

Además, el código presenta ecuaciones para el cálculo de los distintos parámetros inherentes al modelo estructural como la altura efectiva, la masa efectiva, el periodo efectivo, la rigidez efectiva, entre otros. Todos los conceptos anteriores se desarrollarán de manera completa en los siguientes capítulos donde correspondan y se hará énfasis en las normas incluidas en este código.



CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS DEL MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS



CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS DEL MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS

3.1 Introducción

Todos los métodos de diseño basados en desplazamientos son herramientas para el diseño por desempeño de estructuras, es decir, se realiza el diseño para lograr un nivel de daño deseado y se proporciona la resistencia lateral requerida para alcanzar tal desempeño; el nivel de daño es función de un desplazamiento objetivo desde el cual se inicia el diseño.

Para que el diseño basado en desplazamientos sea adecuado, simultáneamente se deben utilizar los métodos de diseño por capacidad para el detallamiento de todos los elementos que conforman el sistema estructural [3]; en las zonas donde se asume que se generarán rótulas plásticas se debe realizar un detallamiento especial, y en el resto de lugares se debe lograr que se mantengan dentro del rango elástico. De tal manera que el mecanismo dúctil seleccionado para la estructura sea el único que se desarrolle en presencia de un sismo severo.

3.2 Estados límites de diseño

En años recientes se han definido objetivos para los criterios de desempeño de las estructuras, para lo cual se designan niveles de desempeño. Los niveles de desempeño están relacionados con el riesgo sísmico y por tanto corresponden a probabilidades anuales de excedencia, estas probabilidades dependen de la sismicidad de la zona en que se ubique la estructura. Un listado de niveles de desempeño propuesto por el documento Visión 2000 [14] para el estado de California es la siguiente:

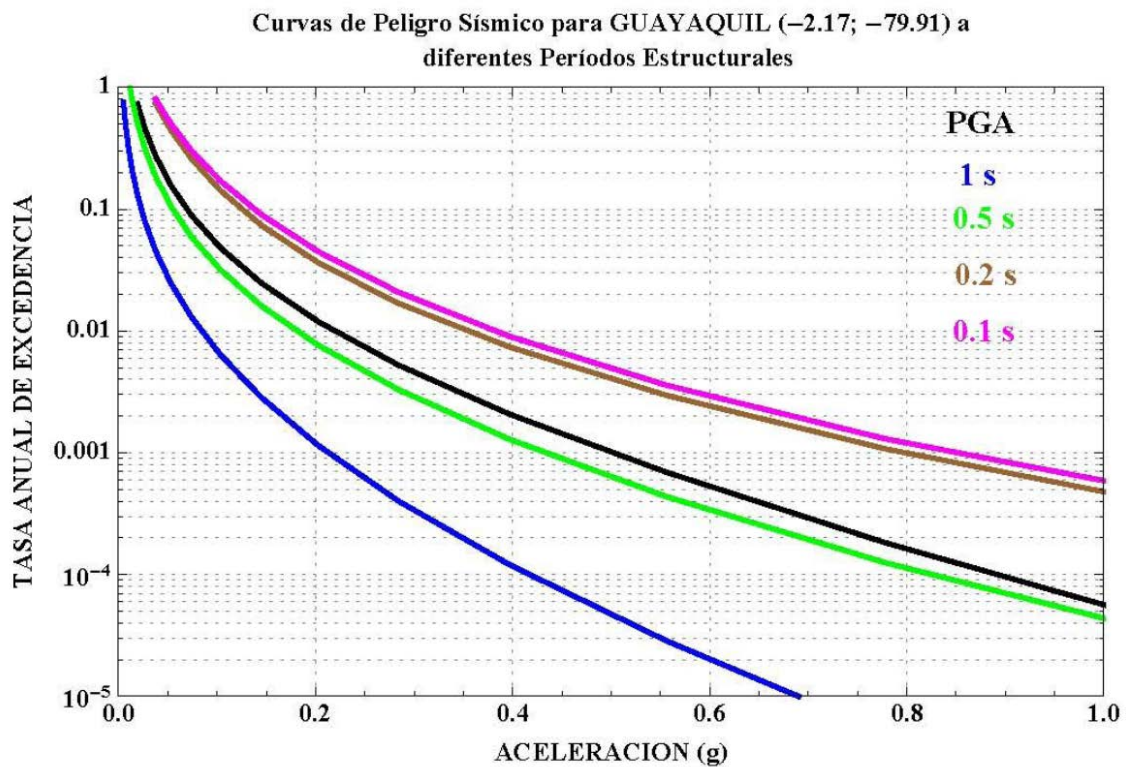


Figura 3.1: Curvas de peligro sísmico para Guayaquil [3]

- **Totalmente operacional:** Las instalaciones siguen funcionando y tienen daños despreciables. La probabilidad anual de excedencia es 87% en 50 años.
- **Operacional:** Las instalaciones siguen funcionando pero tienen daños menores e interrupción de servicios no esenciales. La probabilidad anual de excedencia es 50% en 50 años.



- **Salvar vidas:** Se debe proteger la vida de las personas y el daño en la estructura es moderado hasta extenso. La probabilidad anual de excedencia es 10% en 50 años.
- **Cerca del colapso:** La vida de las personas está en riesgo, el daño en la estructura es severo pero el colapso de ésta es prevenido. La probabilidad anual de excedencia es 2% en 50 años.

Sin embargo, estos niveles de desempeño no cuantifican el daño [8], por lo cual el daño producido en un evento sísmico severo puede ser muy grande, y a pesar de que la estructura no colapse, la rehabilitación sería muy costosa. Para interpretar de mejor manera el desempeño de las estructuras, es mejor considerar los estados límites de diseño de los elementos y de las estructuras.

3.2.1 Estados límites de elementos

Los estados límites de diseño de elementos de hormigón armado que se consideran son los siguientes [9]:

- **Estado límite de agrietamiento:** Este punto marca un cambio significativo en la rigidez del elemento. Para los elementos que se comportan inelásticamente no tiene importancia, sin embargo, para los elementos que se comportan elásticamente es importante.
- **Estado límite de fluencia:** En este punto el acero de refuerzo empieza a fluir y la rigidez tiene un cambio significativo.
- **Estado límite de descascaramiento:** Se cae el recubrimiento del acero. Este estado es crítico en las secciones que no tienen un confinamiento adecuado ya que se presenta una fisuración excesiva del hormigón dentro del núcleo debido a la falta de confinamiento, de tal manera que la resistencia disminuye considerablemente.



- **Estado límite de pandeo:** El acero de refuerzo se pandea debido a la alta compresión. Si se pasa de este estado límite, se debe cambiar el acero de refuerzo, lo cual implica cambiar el miembro casi en su totalidad o encamisarlo para tener una sección más grande con refuerzo nuevo.
- **Estado límite último:** Este límite varía según como se defina la falla del elemento. Sin embargo, siempre está relacionado con un incremento en la rigidez que ocurre debido a la pérdida notable de resistencia en el elemento y éste puede estallar.

3.2.2 Estados límites de estructuras

Los estados límites de diseño de estructuras que se consideran son los siguientes [9]:

- **Estado límite de servicio:** En este estado la estructura debe ser totalmente operacional luego del sismo respectivo. No debe haber descascaramiento del hormigón ni agrietamiento excesivo. En el hormigón armado, se puede limitar la deformación unitaria en la fibra extrema a compresión y en el acero de refuerzo a tracción. Adicionalmente, se debe tener en cuenta que los elementos no estructurales deben sufrir el menor daño posible.
- **Estado límite de control de daño:** En este estado límite, cierto nivel de daño es aceptable, es decir, el costo de la reparación debe ser adecuado, y nunca debe ser mayor que el costo de reemplazar los elementos dañados por elementos nuevos. Asimismo, los elementos no estructurales deben tener un nivel de daño aceptable, y este objetivo se trata de lograr limitando las derivas de entrepiso por debajo de un valor, típicamente del 2%; usualmente los elementos no estructurales tienen un costo mayor que la estructura.
- **Estado límite de supervivencia:** Es necesario tener una capacidad adicional al estado límite del control de daño, para asegurar que la estructura no colapse



durante el máximo sismo considerado (MCE). La protección de la vida es lo más importante para este estado límite y un gran daño en la estructura se acepta. La falla se produce si la capacidad de la estructura se reduce para que sea menor que la demanda producida por las cargas gravitacionales, o por otro lado, si se produce una inestabilidad debido a los efectos P- Δ .

3.3 Espectros de desplazamiento

Como se mencionó en el capítulo anterior, es reconocido que cuando una estructura tiene un comportamiento inelástico, el daño que sufre se correlaciona mejor con los desplazamientos generados que con la resistencia lateral desarrollada [3]. Por tal razón en el método de diseño directo basado en desplazamientos (DDBD) se utiliza un espectro de desplazamientos en lugar de un espectro de aceleraciones para representar el peligro sísmico.

3.3.1 Construcción de espectros de desplazamientos

Se denomina respuesta de una estructura a cualquier parámetro dinámico de la misma en un tiempo determinado, ejemplos comunes de respuesta son la aceleración, la velocidad y el desplazamiento. Teóricamente se puede caracterizar un sismo mediante su acelerograma, y utilizando éste, se puede someter una estructura de un grado de libertad a los efectos del sismo de modo que se obtenga la respuesta de dicha estructura ante tal sismo.

En la práctica las estructuras tienen distintas propiedades dinámicas y por eso se realizan espectros de respuesta para un sismo determinado. Un espectro de respuesta es

una envolvente de la máxima respuesta obtenida de estructuras de un grado de libertad de distintos periodos sometidas ante un sismo particular.

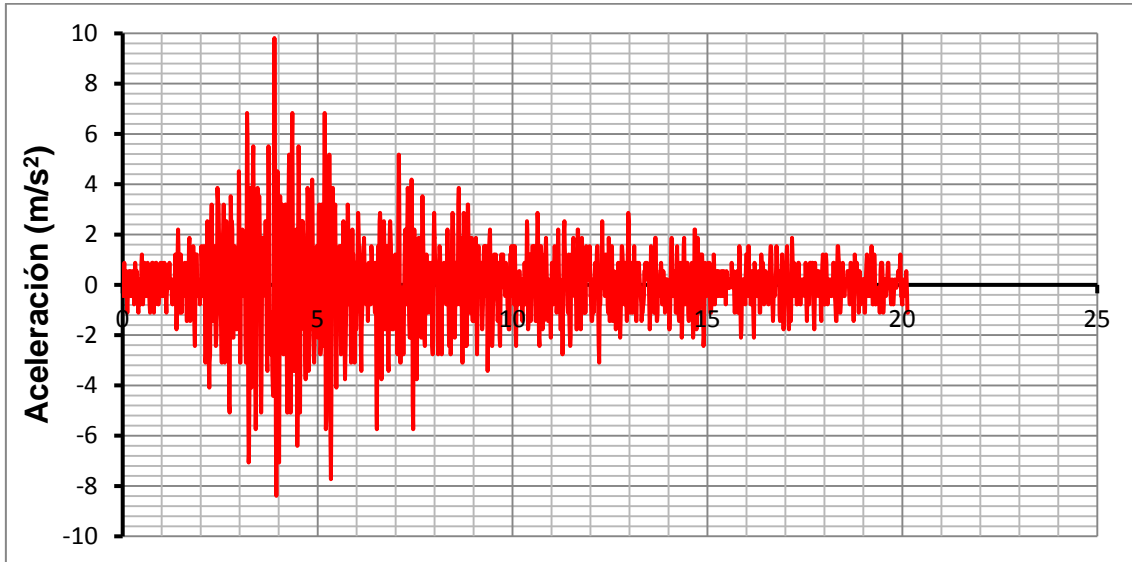


Figura 3.2: Registro de aceleraciones de un sismo normalizado a 1g – UC540012.

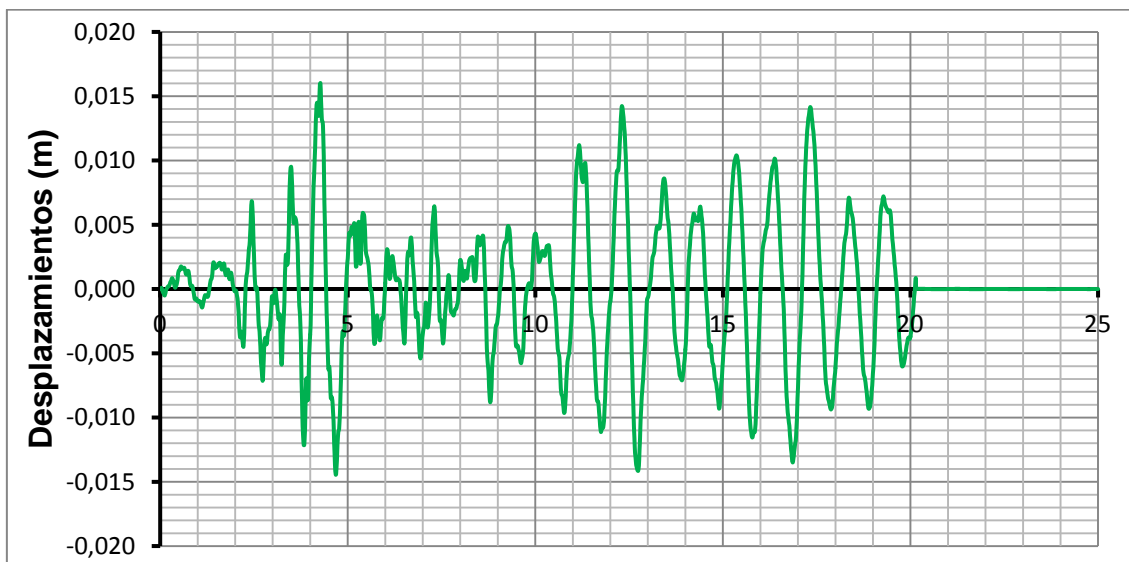


Figura 3.3: Respuesta para estructura con periodo de 1.0 segundos y $\zeta=5\%$.

Asimismo, en la práctica los sismos distintos tienen distintos acelerogramas, y por tanto si se desea diseñar una estructura para que soporte cualquier sismo con un cierto periodo de retorno es necesario tener los espectros de respuesta para la mayor cantidad

de sismos distintos posibles. Sin embargo, lo anterior es poco práctico y en vez de realizarlo, se efectúan espectros de diseño. Un espectro de diseño es una gráfica que representa estadísticamente la envolvente de respuesta para todos los sismos medidos y sismos sintéticos generados con un cierto periodo de retorno que dependen del lugar.

Un lugar está caracterizado por el nivel de aceleración en roca (PGA) que es independiente del suelo subyacente, y de las condiciones locales del suelo. Es usual que en las normas sísmicas se indiquen el PGA, y los valores de los parámetros que dependen del suelo, y la manera en que se relacionan con el espectro de respuesta.

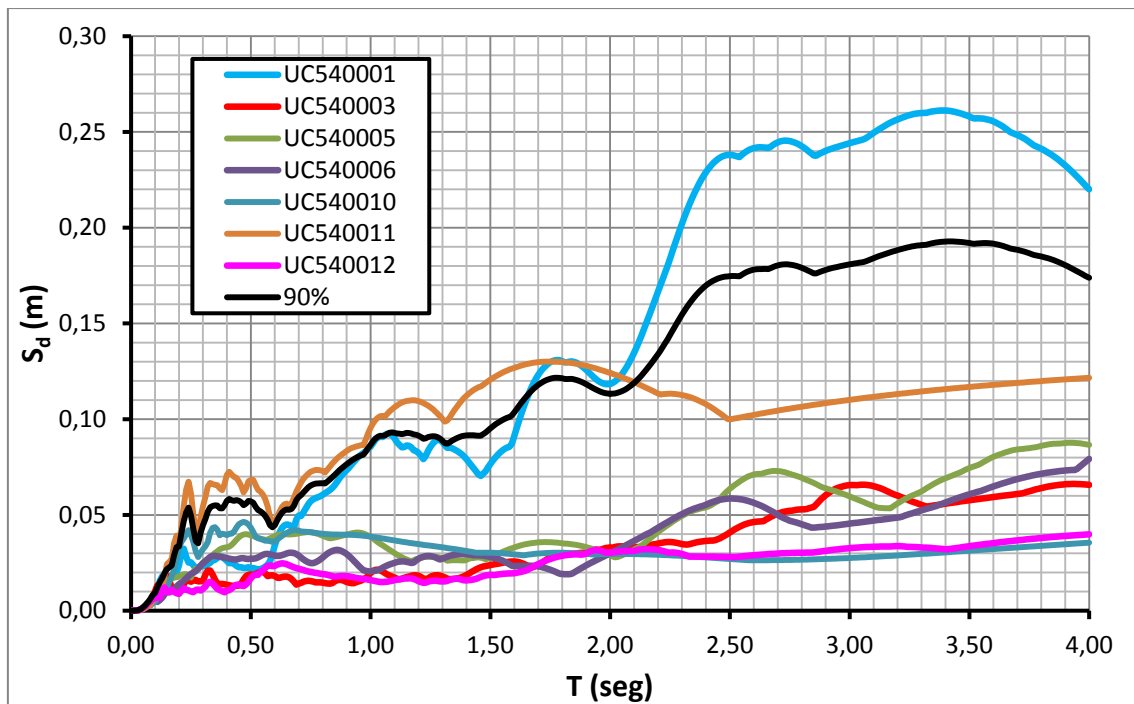


Figura 3.4: Espectros de respuesta y espectro de diseño de desplazamientos – registros medidos en la UCSG componente Este-Oeste

En un espectro de diseño de desplazamientos la respuesta deseada es el desplazamiento; para el DDBD se necesita un espectro de desplazamientos elástico, el cual se realiza bajo la hipótesis de que la estructura analizada tiene un comportamiento elástico en todo momento.



El procedimiento detallado y los resultados numéricos de la construcción de un espectro de diseño se pueden revisar en el apéndice A.

3.3.2 Espectros de desplazamiento en la Norma Ecuatoriana de la Construcción para la ciudad de Guayaquil

Pocos son los códigos que contienen un procedimiento específico para realizar un espectro de desplazamientos, sin embargo, se lo puede generar a partir del espectro de aceleraciones elástico que tiene las mismas condiciones de sitio, bajo la suposición de que la respuesta pico es gobernada por las ecuaciones del estado estable para la respuesta sinusoidal [15].

La NEC 2011 incluye un procedimiento explícito para realizar un espectro de desplazamientos elástico [3]. La amenaza sísmica corresponde a un evento sísmico que tiene un 10% de probabilidad de ser excedido en un periodo de 50 años, lo cual equivale a un periodo de retorno de 475 años. Se asume que la estructura tiene una tasa de amortiguamiento viscoso del 5%. Adicionalmente, se define el factor de importancia I que incrementa las coordenadas espectrales, disminuye la probabilidad de excedencia en 50 años y aumenta el periodo de retorno del sismo de diseño.

Para realizar el espectro de diseño según el NEC 2011, se requiere conocer el lugar donde se construirá la estructura y el tipo de suelo sobre el cual se cimentará la misma. Se incluye un mapa de zonificación sísmica que se muestra en la Figura 3.5. Para cada zona se define el valor de Z que corresponde al PGA. La ciudad de Guayaquil se encuentra en la zona V que corresponde a un PGA de 0.40g.

El suelo se define según sus características geotécnicas y se clasifican en categorías A, B, C, D, E o F. El suelo blando típico de la ciudad de Guayaquil se puede clasificar como tipo de suelo E, sin embargo, en la ciudad se pueden encontrar otros tipos de suelo más

firmes o más blandos, dependiendo de las condiciones geotécnicas del lugar. Conociendo el tipo de suelo y el valor de Z , se obtiene los valores de F_a , F_d y F_s a partir de unas tablas incluidas en la norma. Para la ciudad de Guayaquil y el tipo de suelo E, estos valores son 1.15, 1.60 y 1.90, respectivamente.

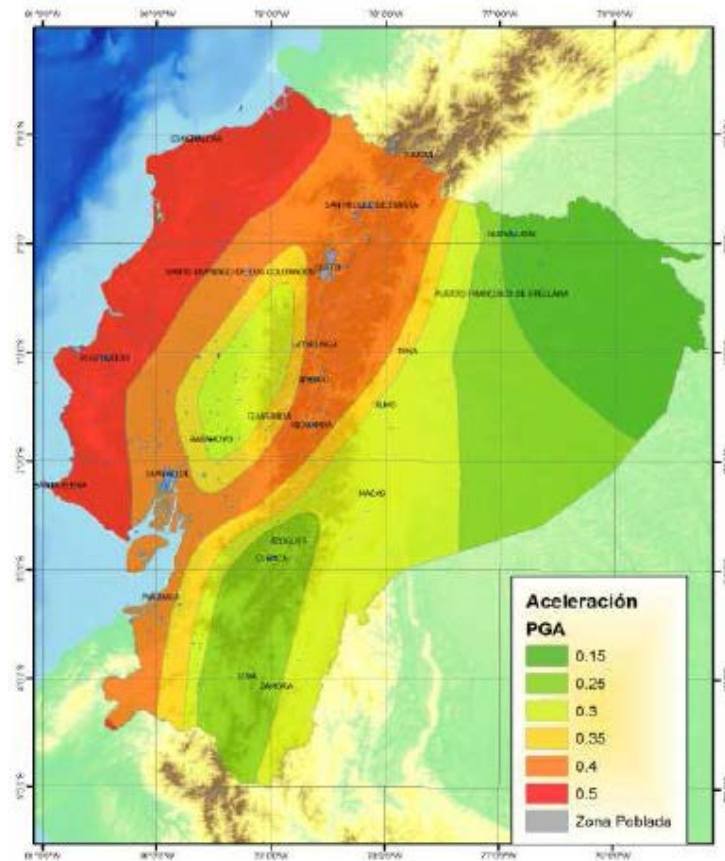


Figura 3.5: Zonificación sísmica del Ecuador [3]

Con los valores anteriores se calculan los valores de periodo corto, periodo crítico y periodo largo mediante el uso de las siguientes ecuaciones [3]:

$$T_0 = 0.10F_s \frac{F_d}{F_a}$$

$$T_C = 0.55F_s \frac{F_d}{F_a}$$

$$T_L = 2.40F_d$$



Finalmente, se calculan las coordenadas espectrales S_d (en metros) en función de los parámetros anteriores y según las siguientes ecuaciones [3]:

$$S_d = \begin{cases} 0.38 Z F_a T^2 \left(0.4 + 0.6 \frac{T}{T_0} \right) & 0 \leq T \leq T_0 \\ 0.38 Z F_a T^2 & T_0 < T \leq T_C \\ 0.38 Z F_d T & T_C < T \leq T_L \\ 0.38 Z F_d T_L & T_L < T \end{cases}$$

Utilizando el procedimiento descrito anteriormente, con todos los parámetros especificados para la ciudad de Guayaquil, se calcula el espectro de desplazamientos como se muestra en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..** El espectro de desplazamientos obtenido se muestra en la Figura 3.5.

UBICACIÓN DE LA ESTRUCTURA		COORDENADAS ESPECTRALES	
Ciudad:	Guayaquil	T (seg)	S_d (cm)
Región:	Costa	0.00	0.000
Zona:	5	0.07	0.042
$z =$	0.40 g	0.13	0.214
		0.20	0.584
		0.26	1.221
		0.56	5.516
		0.86	12.902
		1.16	23.380
		1.45	36.950
		2.05	49.867
		2.65	64.374
		3.24	78.881
		3.84	93.389
		4.34	93.389

SUELO Y FACTORES DE SITIO	
Tipo de suelo:	E
$F_a =$	1.15
$F_d =$	1.60
$F_s =$	1.90

PERIODO CORTO, CRÍTICO Y LARGO	
$T_0 =$	0.26 seg
$T_c =$	1.45 seg
$T_l =$	3.84 seg

Tabla 3.1: Espectro elástico de desplazamientos – zona V, suelo tipo E [3]

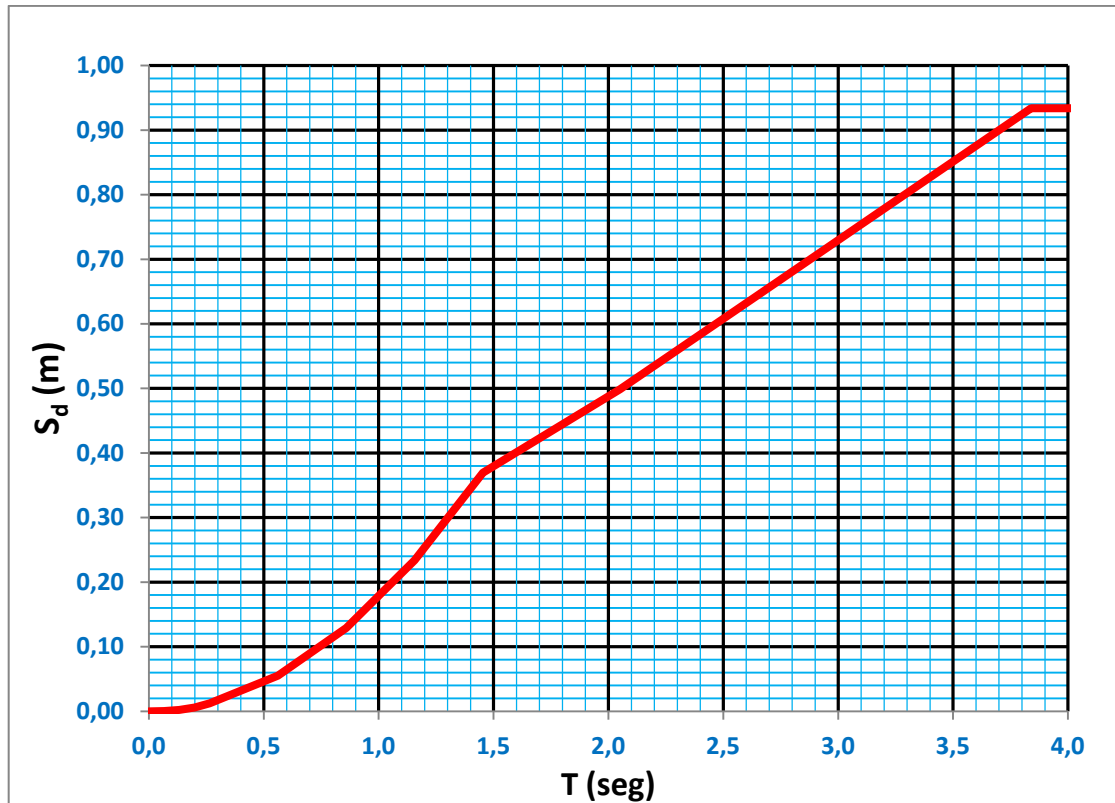


Figura 3.6: Espectro elástico de desplazamientos – zona V, suelo tipo E [3]

3.4 Amortiguamiento viscoso equivalente

El proceso a través del cual se reduce la amplitud de las vibraciones libres en una estructura en el tiempo se conoce como amortiguamiento [11], el amortiguamiento produce una disipación de energía y como resultado se reduce la energía de deformación. Existen varios mecanismos de disipación de energía en una estructura, y es extremadamente difícil cuantificar precisamente cada uno de ellos por separado, y por tal motivo es muy complicado modelar adecuadamente cada uno ellos; sin embargo, el efecto del amortiguamiento se lo puede representar satisfactoriamente a través de un amortiguador viscoso lineal [11]. Esta idealización se describe utilizando el coeficiente de amortiguamiento c que se determina de modo que la energía disipada por éste sea equivalente a la energía disipada por todos los mecanismos.



La tasa de amortiguamiento no se puede obtener de las propiedades geométricas de la estructura como la rigidez y la masa, y sólo se puede estimar realizando experimentos [11]. El coeficiente de amortiguamiento se puede relacionar con la rigidez y la masa de la estructura mediante la siguiente fórmula:

$$c = 2\sqrt{km}\zeta$$

La tasa de amortiguamiento ζ es adimensional; debido a que usualmente las estructuras son sub-amortiguadas, ζ tiene valores menores que 1 y usualmente se escribe en porcentajes.

Cuando una estructura tiene un comportamiento inelástico durante un evento sísmico, la disipación total de energía en la estructura es el resultado de la combinación del amortiguamiento viscoso lineal y del amortiguamiento hysterético. Por tanto, se puede definir un amortiguamiento viscoso equivalente ζ_{eq} mediante la siguiente ecuación [15]:

$$\zeta_{eq} = \zeta_e + \zeta_h$$

El amortiguamiento viscoso lineal ζ_e típicamente tiene valores del 5% para estructuras de hormigón armado y del 2% para estructuras de acero; ζ_e se utiliza en los análisis inelásticos para representar la disipación inherente a la estructura en el intervalo en que se comporta elásticamente [11].

Si se realiza un experimento de vibración forzada a una estructura, se tiene la siguiente expresión para la tasa de amortiguamiento hysterético [11]:

$$\zeta_h = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{So}}$$

La energía E_D es la energía disipada por el amortiguamiento histerético y está relacionada con el área en el interior de un ciclo histerético. Por otro lado, la energía E_{So} es la máxima energía de deformación asociada con el ciclo histerético.

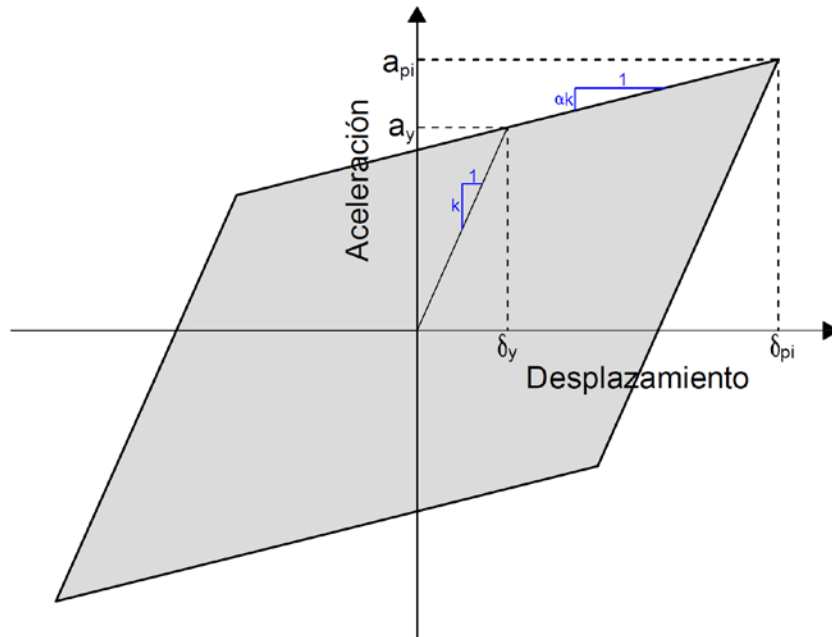


Figura 3.7: Ley histerética de paralelogramo

En el documento ATC 40 [15], se propone la siguiente ecuación para el amortiguamiento histerético para edificios de hormigón armado en función del desplazamiento de fluencia d_y , el desplazamiento último en el ciclo d_{pi} , la aceleración de fluencia a_y y la aceleración última en el ciclo a_{pi} :

$$\zeta_h = \frac{2}{\pi} \frac{(a_y \delta_{pi} - \delta_y a_{pi})}{a_{pi} \delta_{pi}}$$

Recordando que la ductilidad μ es igual a la razón entre la deformación última y la deformación de fluencia, es decir, se tiene la siguiente ecuación [11]:

$$\mu = \frac{\delta_{pi}}{\delta_y}$$



Se define el factor α como la razón entre la pendiente en el rango plástico y la pendiente del rango elástico, es decir, se tiene la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{(a_{pi} - a_y)\delta_y}{(\delta_{pi} - \delta_y)a_y}$$

Adicionalmente, se agrega un factor κ que es un indicador de cuan adecuada es la hipótesis, de que el ciclo de histéresis tiene una forma de paralelogramo, inherente en la deducción de la fórmula; los valores y las fórmulas de κ se pueden revisar en el documento ATC 40 [15]. Reemplazando las fórmulas anteriores en la ecuación del amortiguamiento histérico y simplificando, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\zeta_h = \kappa \frac{2(\mu-1)(1-\alpha)}{\pi\mu(1+\alpha\mu-\alpha)}$$

Se han realizado distintas investigaciones para determinar el amortiguamiento viscoso equivalente, por ejemplo, Dwairi [16] ha recomendado los siguientes valores para el amortiguamiento viscoso equivalente en columnas de puentes en función del periodo efectivo de la estructura:

$$\zeta_{eq} = \zeta_e + C_{st} \left(\frac{\mu-1}{\pi\mu} \right)$$
$$C_{st} = \begin{cases} 0.50 + 0.40(1 - T_{eq}) & T_{eq} < 1 \\ 0.50 & T_{eq} \geq 1 \end{cases}$$

3.5 Linearización de la respuesta inelástica de sistemas de un grado de libertad

En el método de Diseño Directo Basado en Desplazamiento se reemplaza la estructura real por una estructura equivalente de un grado de libertad ya que se

reconoce que el primer modo de vibración, en la mayoría de los casos controla la respuesta [17], genera mayores deformaciones y rotaciones inelásticas en las rótulas plásticas. La contribución de los otros modos se considera utilizando factores de amplificación dinámica [3].

La estructura equivalente se basa en una linearización de la respuesta inelástica de la estructura real propuesta por Shibata y Sosen [18]. En vez de utilizar la rigidez elástica inicial, la estructura equivalente tiene una rigidez igual a la rigidez secante de la estructura hasta el máximo desplazamiento inelástico, es decir, la rigidez secante en el punto de respuesta máximo. En la Figura 3.8, se puede observar el concepto de la linearización del sistema real.

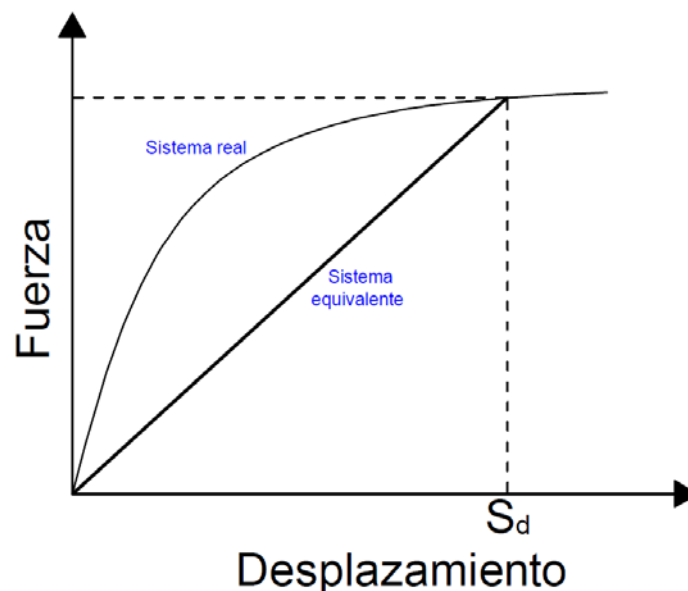


Figura 3.8: Linearización del sistema real

Asimismo, la estructura equivalente tiene una masa agrupada equivalente a la masa participativa del modo fundamental de vibración de la estructura real, y también tiene una tasa de amortiguamiento viscoso lineal que es mayor al 5% asumido usualmente para hormigón armado, e igual al amortiguamiento viscoso equivalente (3.4).

Se puede relacionar la masa equivalente, la rigidez equivalente y el periodo equivalente utilizando la siguiente relación, ya que la estructura equivalente es elástica:



$$T_{eq} = 2\pi \sqrt{\frac{m_{eq}}{K_{eq}}}$$

La fuerza de diseño lateral o el cortante basal se puede hallar utilizando la ecuación siguiente, ya que la estructura equivalente es elástica:

$$F = K_{eq} S_d$$

La complejidad del método DDBD reside en que se debe estimar adecuadamente la estructura equivalente a utilizar y obtener un desplazamiento adecuado. El desplazamiento se lo puede representar efectivamente utilizando espectros de desplazamiento elásticos de distinto amortiguamiento o espectros de desplazamientos inelásticos de distinta ductilidad [3].

Las estructuras de varios grados de libertad se pueden transformar a estructuras equivalentes de un grado de libertad, para lo cual es necesario obtener la altura equivalente, la masa equivalente y el desplazamiento característico en función de un perfil de desplazamientos asumido [3]. Usualmente se utiliza el primer modo de vibración de la estructura para determinar estos parámetros, ya que en la mayoría de los casos el modo fundamental de vibración es el que tiene mayor influencia en la respuesta real de la estructura.

La Norma Ecuatoriana de la Construcción incluye las siguientes ecuaciones para calcular el perfil de desplazamientos para pórticos, el factor de amplificación dinámica de derivas, el desplazamiento efectivo, la altura efectiva y la masa efectiva, respectivamente, en función de la deriva de diseño, las masas, desplazamientos y alturas de los pisos de una edificación [3]:

$$\Delta_i = \begin{cases} \omega_\theta H_i \theta_T & n \leq 4 \\ \omega_\theta H_i \theta_T \frac{4H_n - H_i}{4H_n - H_1} & n > 4 \end{cases}$$



$$\omega_{\theta} = 1.15 - 0.0034H_n \leq 1.0$$

$$\Delta_D = \phi_p \phi_E \frac{\sum_{i=1}^n m_i \Delta_i^2}{\sum_{i=1}^n m_i \Delta_i}$$

$$H_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \Delta_i H_i}{\sum_{i=1}^n m_i \Delta_i}$$

$$M_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \Delta_i}{\Delta_D}$$

i : Número de piso, varía desde 1 hasta el número total de pisos n .

Δ_i : Desplazamiento de diseño del piso i .

θ_T : Deriva de entrepiso de diseño.

ω_{θ} : Factor de amplificación de dinámica de derivas.

m_i : Masa del piso i correspondiente al 100% de la carga muerta más el 25% de la carga viva actuantes en el piso.

H_i : Altura del piso medido desde la base.

Δ_D : Desplazamiento característico correspondiente al modo fundamental de vibración.

H_{eq} : Altura equivalente, define el centroide de las fuerzas inerciales.

M_{eq} : Masa equivalente

3.6 Descripción de los métodos basados en desplazamientos existentes

Las deficiencias en el método de diseño basado en fuerzas, que se han descrito en el capítulo anterior, han sido reconocidas desde hace mucho tiempo por los



investigadores, y por tal razón se han desarrollado métodos en los cuales es el desplazamiento el parámetro más importante [8].

El primer método desarrollado es la forma actual del método de las fuerzas equivalentes, que se describió en el capítulo anterior, el cual es un método de diseño basado en fuerzas y se realiza una revisión de los desplazamientos. Como ya se ha descrito anteriormente, este método presenta algunas inconsistencias inherentes en las suposiciones de las que parte, y además, se necesita realizar algunas iteraciones, que rara vez son hechas por los diseñadores, para obtener un diseño adecuado.

Luego se desarrollaron métodos más refinados partiendo del método anterior denominados métodos basados en el cálculo de deformaciones, en los cuales se diseñan las secciones críticas para soportar las demandas locales de deformación. La demanda de deformaciones está representada usualmente por demanda de rotaciones o curvaturas en las zonas de las rótulas plásticas. La demanda de deformaciones en las rótulas plásticas se obtienen utilizando métodos de análisis estructural como: pushover para el modo de vibración fundamental, pushover modal (MPA) para los modos de vibración más altos o análisis inelástico de historia en el tiempo (ITHA). Conociendo la demanda de deformación, se realiza el detalle de los elementos para proveerlos de suficiente capacidad de deformación, por ejemplo en los elementos de hormigón armado se debe suministrar un adecuado acero de refuerzo transversal en forma de estribos cerrados y en los perfiles de acero se debe utilizar secciones sísmicamente compactas. Este tipo de métodos producen un riesgo uniforme de colapso más no un riesgo uniforme de daño [8].

Como el daño está directamente relacionado con los desplazamientos de la estructura, recientemente se han desarrollado métodos de diseño en los que el objetivo es diseñar estructuras que alcancen un cierto nivel de deformación y no sólo desplazamientos menores que un límite, de modo que las estructuras así obtenidas tengan un riesgo uniforme de daño. Realizando un detallamiento adecuado, se puede



lograr con estos métodos al mismo tiempo un riesgo uniforme de daño y un riesgo uniforme de colapso.

Dentro de los métodos descritos en el párrafo anterior, se encuentra el método de diseño por desempeño, en el cual se realiza un análisis inelástico y se somete a la estructura a distintos niveles de sismicidad que dependen del periodo de retorno o la probabilidad de excedencia, y en cada nivel de sismicidad se obtienen las deformaciones. De tal manera, se puede realizar la curva pushover de la estructura y se puede lograr que la estructura cumpla con los criterios de desempeño especificados. Se puede incluso realizar un análisis no lineal de historia en el tiempo, en el que se realiza un análisis inelástico de la estructura sometida a distintos registros de sismos. Estos métodos son efectivos, sin embargo, debido a la necesidad de realizar análisis inelásticos, toman mucho tiempo para estructuras de un tamaño considerable incluso con las computadoras potentes que existen en la actualidad, por lo cual se realizan con poca frecuencia en estructuras normales.

Por otro lado, existe otro método de diseño denominado Diseño Directo Basado en Desplazamientos (DDBD), que es el que se utilizará en este trabajo. Este método consistente en sustituir la estructura por una estructura equivalente y para lo cual existen dos formas de utilizar el DDBD dependiendo del espectro que se utiliza. La primera alternativa considera un espectro de desplazamientos inelástico, y la estructura considerada tiene la misma rigidez elástica, el mismo amortiguamiento viscoso lineal y la ductilidad, sin embargo, la ductilidad se define una vez realizado el análisis y por tanto requiere algunas iteraciones. La segunda alternativa considera un espectro de desplazamientos elástico, y la estructura elástica considerada tiene una rigidez igual a la rigidez secante y un amortiguamiento viscoso equivalente. La segunda alternativa requiere muy pocas iteraciones y se obtiene un resultado análogo al de la primera alternativa, por lo cual esta alternativa se utilizará en el presente trabajo.



3.7 Implementación del método de diseño directo basado en desplazamientos

Como se ha mencionado anteriormente, existen dos variantes del Método de Diseño Directo Basado en Desplazamientos (DDBD), el procedimiento a seguir en las dos alternativas será descrito en esta sección. Ambas alternativas se describen para sistemas de un grado de libertad.

3.7.1 Diseño directo basado en desplazamientos con espectro elástico

En esta alternativa se utiliza un espectro elástico para la estructura elástica de un grado de libertad y tiene un amortiguamiento viscoso equivalente. El método se puede resumir en los siguientes pasos [19] (Figura 3.9):

- i. *Desplazamiento de fluencia*: Se empieza asumiendo un desplazamiento de fluencia de la estructura, ya que no se conoce la sección del elemento ni el acero de refuerzo (si la estructura fuera de hormigón armado), se debe colocar un valor razonable para empezar el proceso; se puede empezar con la curvatura de fluencia y luego calcular el desplazamiento de fluencia.
- ii. *Desplazamiento de diseño y ductilidad de diseño*: Se asume un límite para la rotación inelástica en la rótula plástica, por ejemplo se puede utilizar el límite de la deriva inelástica de entrepiso. Utilizando la rotación inelástica y la geometría de la estructura, se calcula el desplazamiento de diseño. Luego se calcula la ductilidad utilizando la ecuación:

$$\mu = \frac{\delta_u}{\delta_y}$$

μ : Ductilidad del sistema de un grado de libertad.

δ_y : Desplazamiento de fluencia.

δ_u : Desplazamiento de diseño.



Se compara la ductilidad con el límite de ductilidad asumido, en caso de obtenerse una ductilidad mayor al límite, se vuelve a calcular el desplazamiento de diseño utilizando el límite de ductilidad y se calcula la rotación inelástica.

- iii. *Amortiguamiento viscoso equivalente*: Se determina el amortiguamiento viscoso equivalente de la estructura como la suma del amortiguamiento viscoso lineal y el amortiguamiento histerético a partir del material y la ley de histéresis considerada. (3.4)
- iv. *Espectro elástico de desplazamientos*: Se construye un espectro elástico de desplazamiento según los parámetros adecuados de suelo y de sismicidad local, adicionalmente el espectro debe ser construido para un amortiguamiento igual al amortiguamiento viscoso equivalente.
- v. *Determinación del periodo equivalente*: Utilizando el desplazamiento de diseño, se obtiene el periodo equivalente a partir del espectro elástico con un amortiguamiento igual al amortiguamiento viscoso equivalente. En el caso de que sólo se disponga de un espectro de desplazamientos con amortiguamiento igual al 5%, se debe utilizar el factor de reducción de la demanda sísmica para modificar el periodo obtenido del espectro de desplazamientos.
- vi. *Cálculo de rigidez y cortante basal*: Se calcula la rigidez equivalente en función de la masa y el periodo equivalente, y por medio de la siguiente ecuación:

$$K_{eq} = \frac{4\pi^2 m_{eq}}{T_{eq}^2}$$

K_{eq} : Rigidez de la estructura equivalente.

m_{eq} : Masa participativa del sistema de un grado de libertad.

T_{eq} : Periodo de la estructura equivalente.

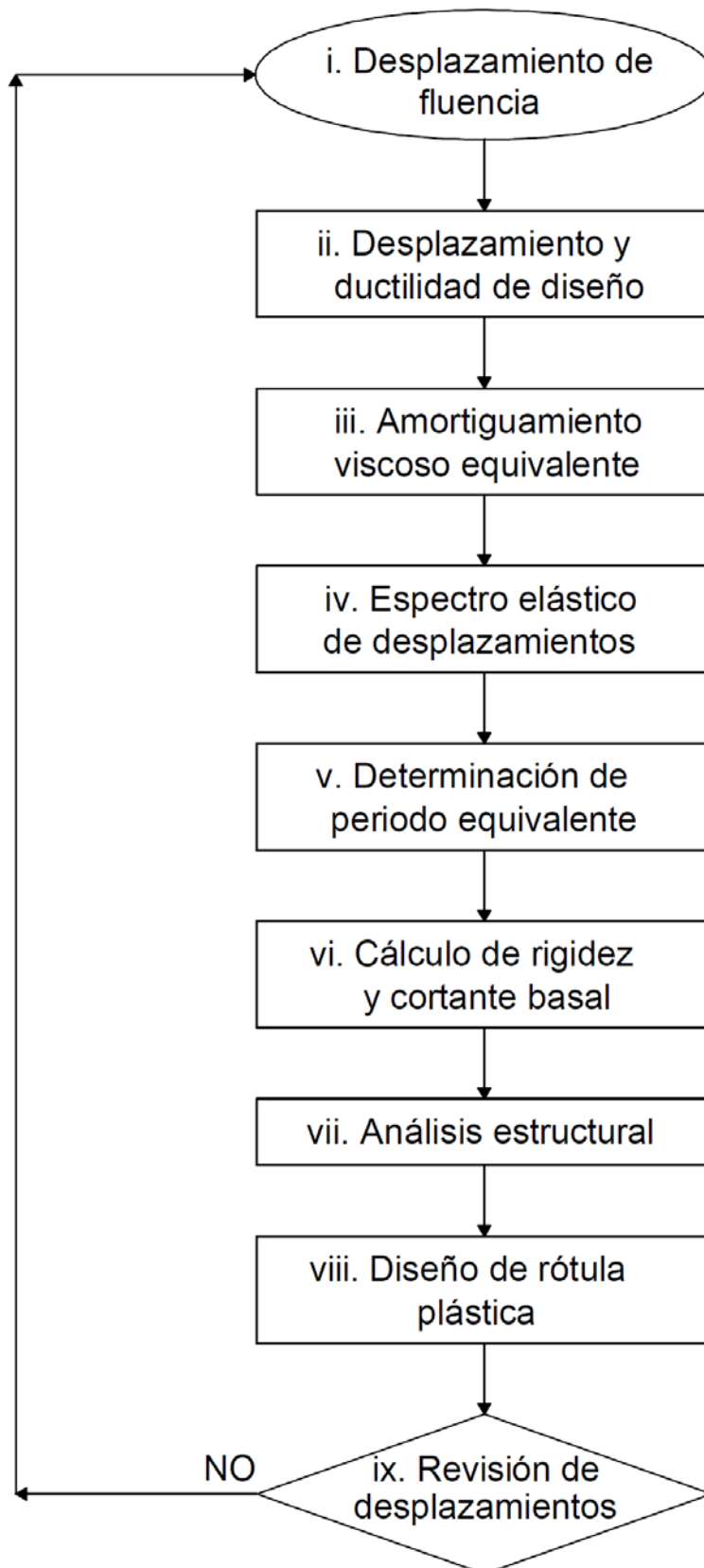


Figura 3.9: Diagrama de flujo: Método de diseño directo basado en desplazamientos utilizando espectro elástico



Se determina el cortante basal en función del desplazamiento de diseño y la rigidez equivalente, y por medio de la ecuación:

$$V_s = K_{eq} \delta_u$$

V_s : Cortante basal actuante.

- vii. *Análisis estructural*: A partir del cortante basal se halla la fuerza de fluencia, si se utiliza el diagrama bilineal de fuerzas versus desplazamiento para la estructura real, se debe utilizar la ecuación:

$$f_y = \frac{V_s}{1 + \alpha\mu - \alpha}$$

α : Relación entre la pendiente del rango plástico y la pendiente del rango elástico en la curva bilineal de fuerza versus desplazamiento.

f_y : Fuerza de fluencia

Se determina el momento de fluencia en la columna a partir de la fuerza de fluencia y se calcula la carga axial en función de la masa.

- viii. *Diseño de rótula plástica*: A partir de las fuerzas internas del paso anterior, se halla la sección y el refuerzo correspondiente si el elemento es de hormigón armado, y se debe realizar un análisis de momento curvatura para determinar la capacidad de ductilidad del elemento.

Se calcula la rigidez del sistema a partir de las propiedades determinadas, y luego se calcula el desplazamiento de fluencia utilizando la rigidez del sistema y la fuerza de fluencia del elemento por medio de la siguiente ecuación:

$$\delta_y = \frac{f_y}{k}$$

k : Rigidez del elemento calculada en función de las propiedades.

- ix. *Revisión de desplazamiento de fluencia*: Si el desplazamiento de fluencia del paso anterior no coincide con el desplazamiento de fluencia del paso i , se debe regresar al paso i y repetir el proceso.



3.7.2 Diseño directo basado en desplazamientos con espectro inelástico

En esta alternativa se utiliza un espectro inelástico para la estructura de un grado de libertad y tiene un amortiguamiento viscoso igual al 5%. El método se puede resumir en los siguientes pasos [19] (Figura 3.10):

- i. *Desplazamiento de fluencia:* Se empieza asumiendo un desplazamiento de fluencia de la estructura, ya que no se conoce la sección del elemento ni el acero de refuerzo (si la estructura fuera de hormigón armado), se debe colocar un valor razonable para empezar el proceso; se puede empezar con la curvatura de fluencia y luego calcular el desplazamiento de fluencia.

- ii. *Desplazamiento de diseño y ductilidad de diseño:* Se asume un límite para la rotación inelástica en la rótula plástica, por ejemplo se puede utilizar el límite de la deriva inelástica de entrepiso. Utilizando la rotación inelástica y la geometría de la estructura, se calcula el desplazamiento de diseño. Luego se calcula la ductilidad utilizando la ecuación:

$$\mu = \frac{\delta_u}{\delta_y}$$

μ : Ductilidad del sistema de un grado de libertad.

δ_y : Desplazamiento de fluencia.

δ_u : Desplazamiento de diseño.

Se compara la ductilidad con el límite de ductilidad asumido, en caso de obtenerse una ductilidad mayor al límite, se vuelve a calcular el desplazamiento de diseño utilizando el límite de ductilidad y se calcula la rotación inelástica.

- iii. *Espectro inelástico de desplazamientos:* Se construye un espectro inelástico de desplazamiento según los parámetros adecuados de suelo y de sismicidad local, el nivel ductilidad obtenido en el paso ii y un amortiguamiento viscoso del 5%.

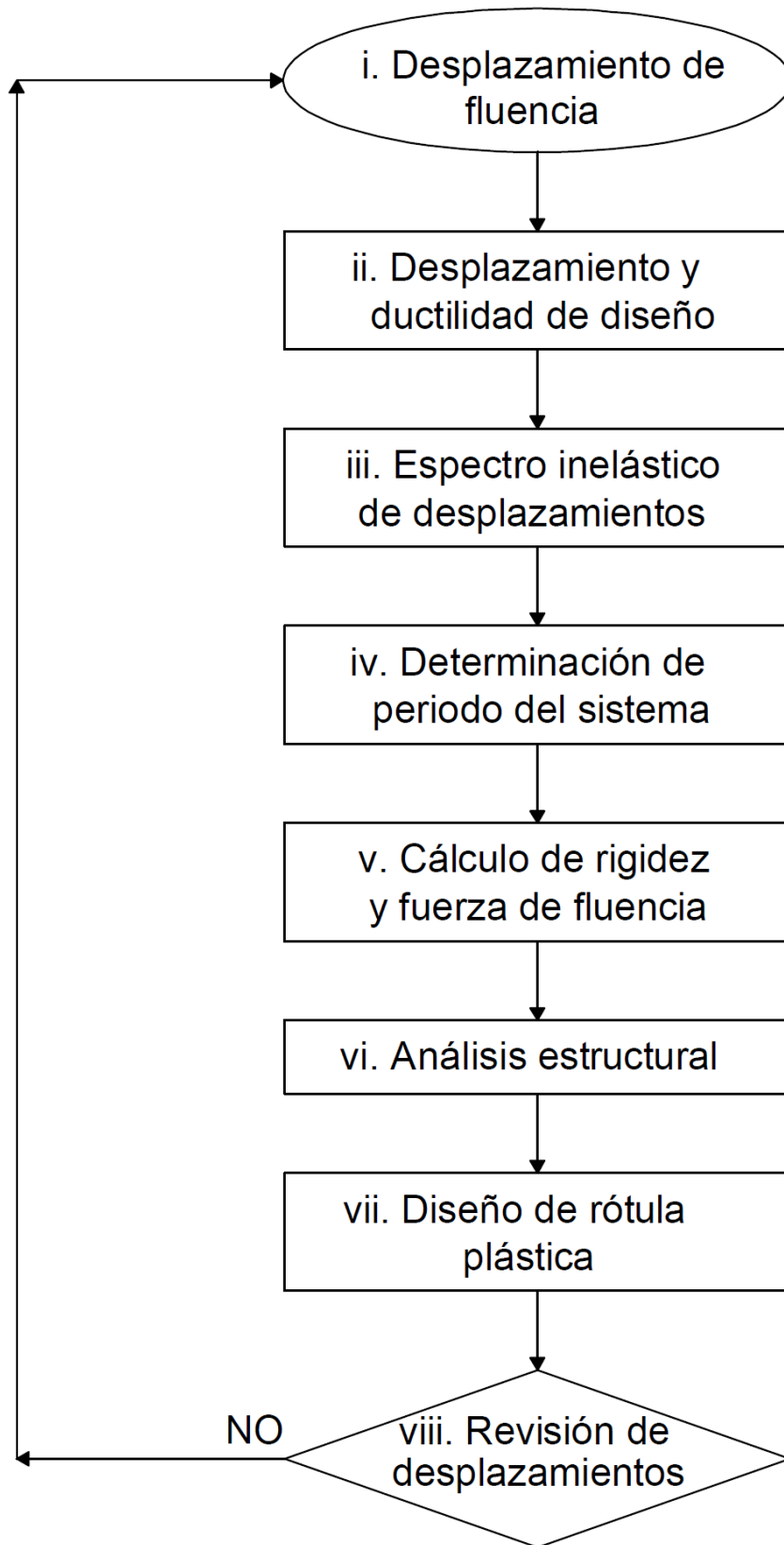


Figura 3.10: Diagrama de flujo: Método de diseño directo basado en desplazamientos utilizando espectro inelástico



iv. *Determinación del periodo:* Utilizando el desplazamiento de diseño, se obtiene el periodo a partir del espectro inelástico con una ductilidad igual a la ductilidad calculada. En el caso de que no se disponga de un espectro de desplazamientos con la ductilidad requerida, se debe utilizar el factor de reducción de la demanda sísmica para modificar el periodo obtenido del espectro de desplazamientos.

v. *Cálculo de rigidez y fuerza de fluencia:* Se calcula la rigidez del sistema en función de la masa y el periodo, y por medio de la siguiente ecuación:

$$K = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

K : Rigidez de la estructura.

m : Masa participativa del sistema de un grado de libertad.

T : Periodo de la estructura.

Se determina la fuerza de fluencia en función del desplazamiento de fluencia y la rigidez elástica, y por medio de la ecuación:

$$f_y = K \delta_y$$

f_y : Fuerza de fluencia

vi. *Análisis estructural:* Se determina el momento de fluencia en la columna a partir de la fuerza de fluencia y se calcula la carga axial en función de la masa.

vii. *Diseño de rótula plástica:* A partir de las fuerzas internas del paso anterior, se halla la sección y el refuerzo correspondiente si el elemento es de hormigón armado, y se debe realizar un análisis de momento curvatura para determinar la capacidad de ductilidad del elemento.

Se calcula la rigidez del sistema a partir de las propiedades determinadas, y luego se calcula el desplazamiento de fluencia utilizando la rigidez del sistema y la fuerza de fluencia del elemento por medio de la siguiente ecuación:

$$\delta_y = \frac{f_y}{k}$$

k : Rigidez del elemento calculada en función de las propiedades.

- viii. *Revisión de desplazamiento de fluencia:* Si el desplazamiento de fluencia del paso anterior no coincide con el desplazamiento de fluencia del paso i , se debe regresar al paso i y repetir el proceso.

En ambas alternativas, se puede dar el caso que el desplazamiento de diseño sea mayor que el máximo desplazamiento en el espectro utilizado como se muestra en la Figura 3.11, y por ende no se puede hallar el periodo equivalente, y por tal motivo no se puede continuar el proceso. Esto quiere decir que el desplazamiento de diseño no es adecuado, y por tanto se debe realizar una modificación.

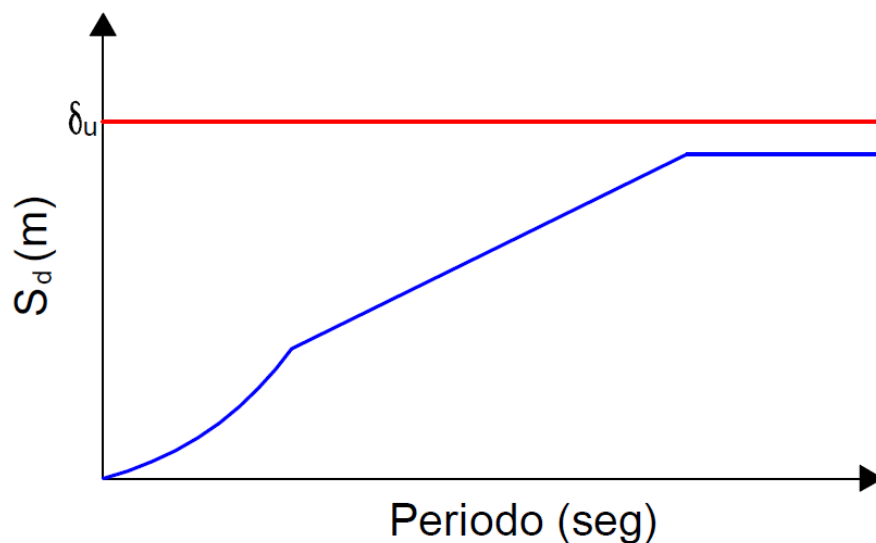


Figura 3.11: Desplazamiento de diseño mayor que máximo desplazamiento espectral

Se debe escoger un desplazamiento entre el desplazamiento máximo del espectro y el desplazamiento de diseño, y luego calcular la ductilidad. Si se utiliza la primera alternativa, con la ductilidad se determina el amortiguamiento viscoso equivalente y se construye nuevamente el espectro elástico; si se utiliza la segunda alternativa, con la ductilidad se construye nuevamente el espectro inelástico.



3.7.3 Diseño directo basado en desplazamientos para estructuras de varios grados de libertad

Ambas variantes del método de diseño directo basado en desplazamientos descritas en la sección anterior son aplicables a estructuras de un grado de libertad; sin embargo, la gran mayoría de estructuras tienen varios grados de libertad y cualquiera de las alternativas anteriores se pueden aplicar a este tipo de estructuras realizando algunos pasos adicionales.

Se debe transformar la estructura de varios grados de libertad en una estructura equivalente de un grado de libertad a través de las características dinámicas del modo fundamental de vibración. Se inicia a partir del perfil de desplazamientos en el modo fundamental de vibración, sin embargo, al comienzo no se conocen los desplazamientos y por tal motivo se debe asumir el perfil de desplazamientos de la estructura. Dependiendo del tipo de estructura, se puede asumir el perfil de desplazamientos correspondiente, por ejemplo para pórticos se puede asumir un perfil de triángulo invertido.

Con el perfil de desplazamientos, se calculan el desplazamiento, la masa y la altura de la estructura equivalente, y con estos parámetros se puede iniciar cualquiera de las alternativas. Se sigue con el procedimiento correspondiente a la alternativa escogida hasta calcular el cortante basal, luego se debe calcular el vector de fuerzas lateral y se realiza el análisis estructural. Se diseñan las ubicaciones de las rótulas plásticas y se diseñan los demás elementos del sistema estructural.

3.8 Factores de reducción de la demanda sísmica

Existen dos tipos de factores de reducción de la demanda sísmica que se utilizan según que alternativa del método se utilice, en ambos casos los factores de reducción sirven para alterar las coordenadas del espectro de desplazamientos respectivo.



Si se utiliza el primer método, el cual utiliza el espectro de desplazamientos elástico, el factor de reducción a utilizar es R_{ζ} que está relacionado con el amortiguamiento. Usualmente en los códigos de diseño se incluyen metodologías para construir espectros elásticos de aceleraciones para un amortiguamiento viscoso del 5% y a partir del cual se pueden construir espectros elásticos de desplazamientos con el mismo nivel de amortiguamiento. Sin embargo, en el primer método se utiliza una estructura con un nivel de amortiguamiento igual al amortiguamiento viscoso equivalente que es mayor al 5%, y para modificar las coordenadas espectrales se utiliza R_{ζ} , que puede ser estimado utilizando la siguiente ecuación incluida en el Eurocode 8 [20]:

$$R_{\zeta} = \left(\frac{0.07}{0.02 + \zeta} \right)^a$$

ζ : Amortiguamiento viscoso equivalente del sistema

a : Coeficiente que vale 0.5

En la Figura 3.12 se observa la variación de R_{ζ} versus la tasa de amortiguamiento:

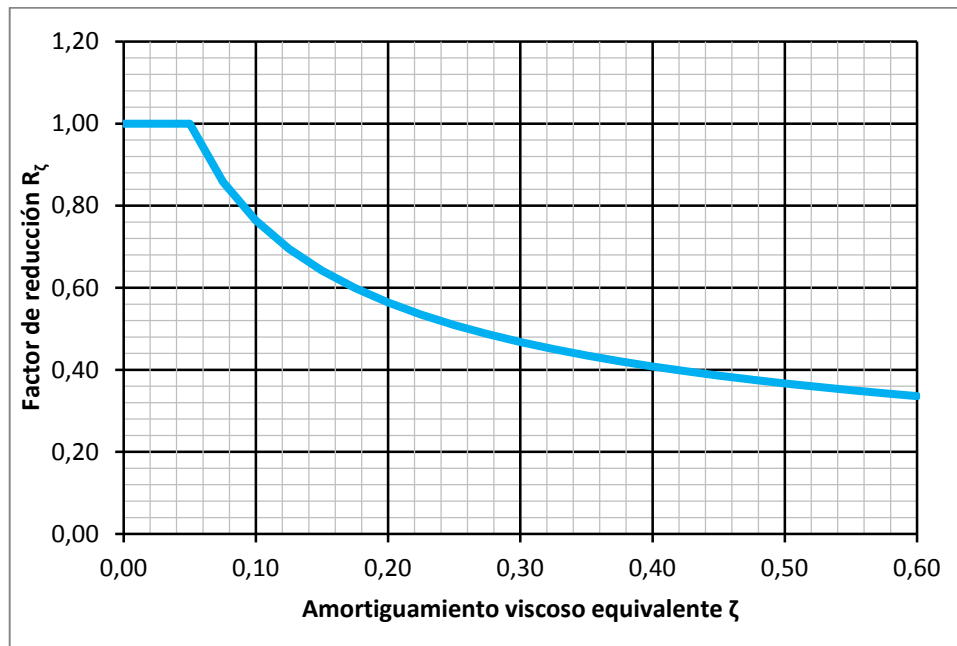


Figura 3.12: Factor de reducción de la demanda sísmica R_{ζ}

Si se utiliza el segundo método, el cual utiliza el espectro de desplazamientos inelástico, el factor de reducción a utilizar es R_μ que está relacionado con la ductilidad. Usualmente en los códigos de diseño se incluyen metodologías para construir espectros elásticos de aceleraciones y a partir del cual se pueden construir espectros elásticos de desplazamientos. Para construir espectros inelásticos se usan los factores de reducción R que dependen del tipo de estructura, sin embargo, en el segundo método es necesario utilizar un factor R_μ que modifique según el nivel de ductilidad deseado, R_μ puede ser estimado usando la siguiente ecuación [8]:

$$R_\mu = \left(\frac{1 + \alpha(\mu - 1)}{\mu} \right)^{0.5}$$

μ : Ductilidad del sistema de un grado de libertad.

α : Relación entre la pendiente del rango plástico y la pendiente del rango elástico en la curva bilineal de fuerza versus desplazamiento.

En la Figura 3.13 se observa la variación de R_μ según la ductilidad para distintos valores de α . Ambos factores de reducción no deben confundirse con el factor de reducción R utilizado en el método de las fuerzas.

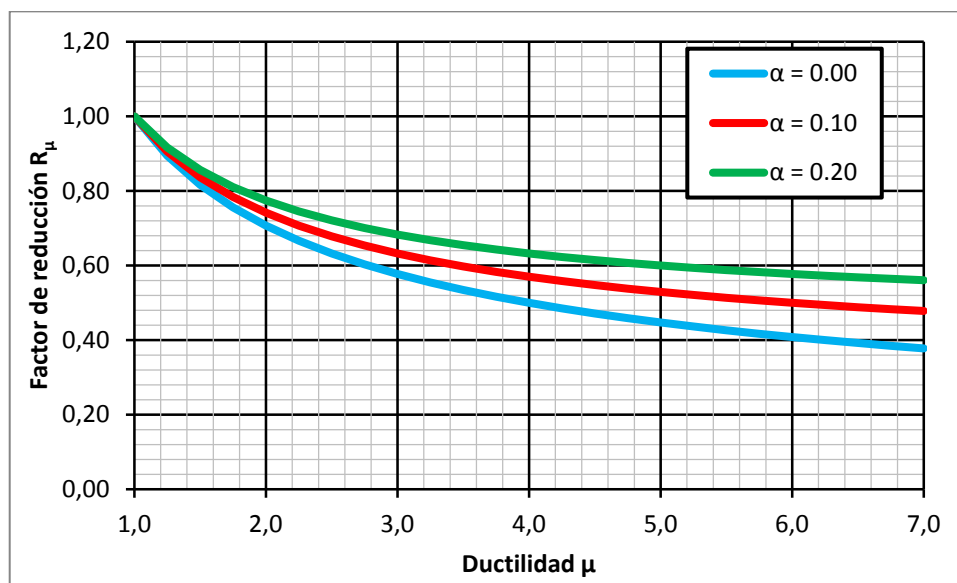


Figura 3.13: Factor de reducción de la demanda sísmica R_μ

En la norma ecuatoriana de la construcción 2011, se incluye una gráfica que sirve para determinar el valor de R_{ζ} en función de la ductilidad del sistema [3] de modo que no es necesario calcular el amortiguamiento viscoso equivalente, la gráfica se muestra en la Figura 3.14. Sin embargo, los valores de R_{ζ} son mayores a 1 y por tal motivo el factor incluido se usa para dividir las coordenadas espectrales en vez de multiplicarlas.

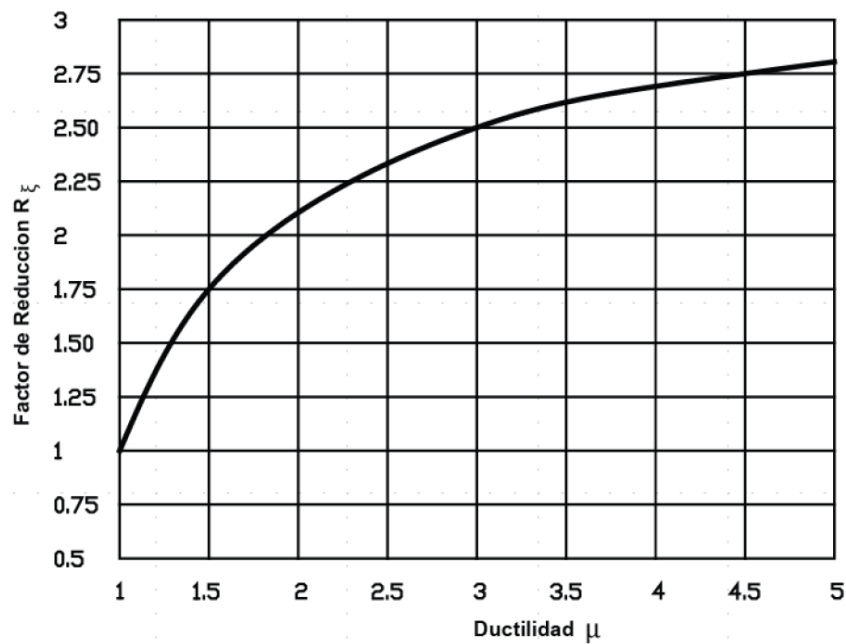


Figura 3.14: Factor de reducción de la demanda sísmica R_{ζ} [3]

3.9 Ejemplo de aplicación

Se realizará un ejemplo para mostrar la aplicación de ambas alternativas del método de diseño directo basado en desplazamientos. Se utilizará el espectro de desplazamientos propuesto en la Norma Ecuatoriana de la Construcción 2011 [3] y se realizará el diseño según las recomendaciones del ACI 318-08 [21].

Ejemplo 3.1: Una pila de hormigón armado, que es parte de la subestructura de un paso elevado a construirse en la ciudad de Guayaquil, tiene una altura libre de 8 metros. Las

pilas del puente están ubicadas uniformemente cada 30 metros. Debido a consideraciones estéticas, cada pila consiste en una columna circular que soporta la viga cabezal. La viga cabezal soporta las vigas de hormigón pretensadas simplemente apoyadas que a su vez soportan el tablero del puente. Se puede asumir que la pila está empotrada en la zapata y se desprecia la interacción entre el suelo y la estructura. Utilizando el método de diseño directo basado en desplazamiento con espectro elástico de desplazamientos, diseñar la columna de la pila de hormigón armado.

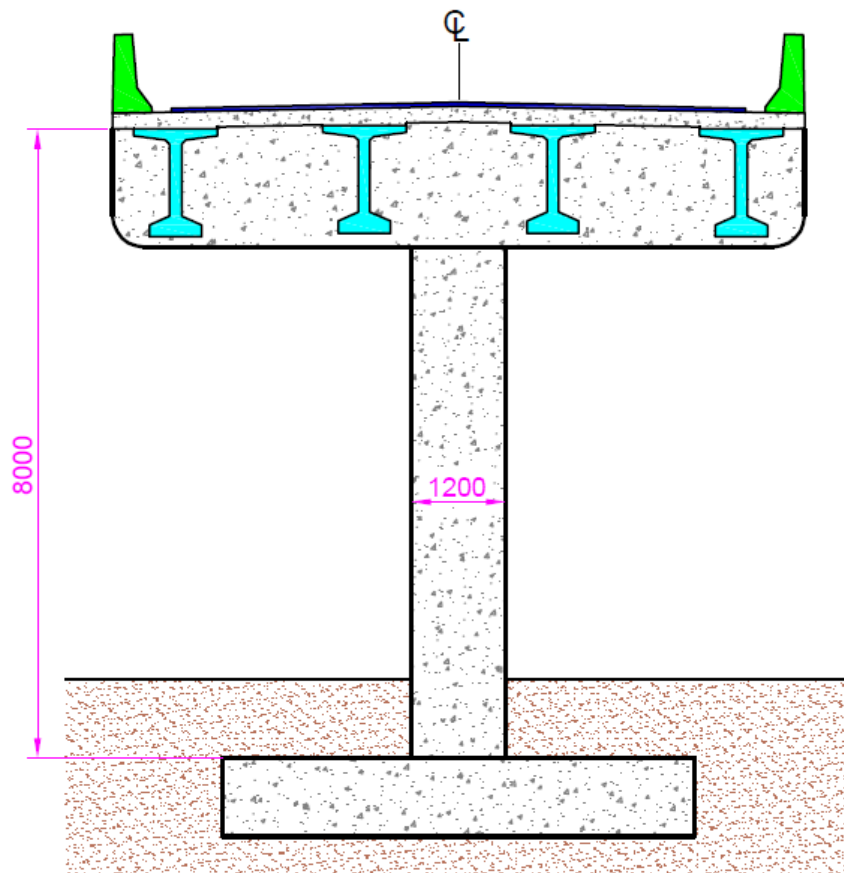


Figura 3.15: Pila típica de paso elevado – ejemplo 3.1, 3.2 y 3.3

Primero se realiza un prediseño de la pila, se utilizará una columna circular de 120 centímetros de diámetro, la resistencia del hormigón a los 28 días será de 350 kilogramos por centímetro cuadrado y el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo será de 4200 kilogramos por centímetro cuadrado. Se considera que el extremo inferior de la pila está perfectamente empotrado y que la combinación que incluye el efecto sísmico es crítico



para el diseño de la columna de la pila, y por tanto no es necesario revisar las combinaciones de cargas gravitacionales.

Utilizando la geometría de la superestructura que incluye las vigas longitudinales, diafragmas, tablero, capa de rodadura, barandas y postes se obtiene una descarga de 330 toneladas sobre la pila por carga muerta. Utilizando las cargas del camión HS25 y la metodología AASHTO LRFD [7], se obtiene una descarga de 77 toneladas por la carga viva reducida que corresponde al 50% de la carga viva total.

Adicionalmente, se tiene un peso de 40 toneladas de la viga cabezal, la cual se diseñó para la carga gravitacional; y el peso de la columna de acuerdo al prediseño efectuado es de 22 toneladas.

El espectro de diseño de desplazamientos a utilizarse se construyó en una sección anterior y se muestra en la Figura 3.6. Debido a que el espectro de diseño de la Norma Ecuatoriana de la Construcción está construido para un amortiguamiento viscoso del 5%, por tanto es necesario utilizar un factor de modificación de la demanda sísmica y para lo cual se utilizará la fórmula respectiva mostrada en la sección 3.8 en vez de utilizar la curva de la Figura 3.14.

A continuación se efectúa el procedimiento descrito en la sección 3.7.1, los resultados numéricos de todas las operaciones realizadas se muestran en la Tabla 3.2. Se realizaron los cálculos hasta obtener la convergencia, en esta ocasión se obtuvieron 2 iteraciones; el número de iteraciones se vio reducido debido al hecho de que se empezó utilizando la curvatura de fluencia aproximada para columnas circulares [8]:

$$\phi = \frac{2.25\varepsilon_y}{D}$$

D : Diámetro de la columna circular

ε_y : Deformación unitaria de fluencia del acero de refuerzo longitudinal



PASO	OBJETIVO	UNID.	RESULTADOS	
			Iteración 1	Iteración 2
i.	Curvatura de fluencia aproximada	1/m	0.0038	0.0042
	Desplazamiento de fluencia	m	0.0800	0.0896
ii.	Rotación inelástica	rad	0.0200	0.0200
	Desplazamiento de diseño	m	0.2400	0.2496
	Ductilidad		3.00	2.79
iii.	α (pendiente 2/pendiente 1)		0.00051	0.00051
	κ (ley hist. de paralelogramo)		1.00	1.00
	Amortiguamiento viscoso equiv.	%	47.46	45.83
iv.	Espectro elástico de despl. (5%)		Figura 3.6	Figura 3.6
v.	Factor de reducción de demanda R_z		0.3762	0.3826
	Desplazamiento espectral (5%)	m	0.6380	0.6524
	Desplazamiento espectral máximo	m	0.9339	0.9339
	$S_d < S_{d\max}$: Periodo equivalente	seg	OK 2.623	OK 2.683
vi.	Masa equivalente	Ton-s ² /m	46.69	46.69
	Rigidez equivalente	Ton/m	267.84	256.11
	Cortante basal	Ton	64.28	63.93
vii.	Fuerza de fluencia	Ton	64.22	63.87
	Momento de fluencia	Ton-m	513.73	510.94
	Carga axial muerta	Ton	392.00	392.00
	Carga axial viva	Ton	77.00	77.00
viii.	Carga axial mayorada	Ton	547.40	547.40
	Cuantía de refuerzo longitudinal ρ	%	1.30	1.30
	Cuantía de refuerzo transversal ρ_v	%	0.73	0.73
	EI	Ton-m ²	132940.00	132940.00
	Rigidez	Ton/m	778.95	778.95
	EI/EI _g	%	46.23	46.23
	Momento de fluencia	Ton-m	558.35	558.35
	Fuerza de fluencia	Ton	69.79	69.79
Desplazamiento de fluencia	m	0.0896	0.0896	
ix.	Revisión de desplazamiento de fluencia		ERROR	OK
	Curvatura de fluencia	1/m	0.0042	0.0042
	Curvatura última	1/m	0.0358	0.0358
	Ductilidad del elemento		8.52	8.52
	Revisión de ductilidad		OK	OK
	Capacidad de rotación inelástica	rad	0.0305	0.0305
	Revisión de rotación inelástica		OK	OK

Tabla 3.2: Procedimiento iterativo de ejemplo 3.1

El valor de la rotación inelástica se tomó de la máxima deriva permitida en la norma ecuatoriana de la construcción 2011 [3]. Se asumió que la ley histerética del paralelogramo con un valor de $\alpha = 0.0005$ representa adecuadamente la disipación de energía y por tanto se utilizó $\kappa = 1$.

Para la determinación del acero de refuerzo se construyó el diagrama de momento curvatura para varios niveles de cuantía de refuerzo hasta obtener el adecuado considerando la carga axial actuante, y se realizó una aproximación bilineal a la curva real [22] la cual fue utilizada en el procedimiento.

A partir de este diagrama se obtuvo el momento de fluencia, la curvatura de fluencia, la curvatura última y el valor de EI . En el apéndice B se muestran las hipótesis asumidas y los códigos en MATLAB utilizados para la realización del diagrama. En la Figura 3.16 se muestra el diagrama momento-curvatura de la columna con las propiedades obtenidas.

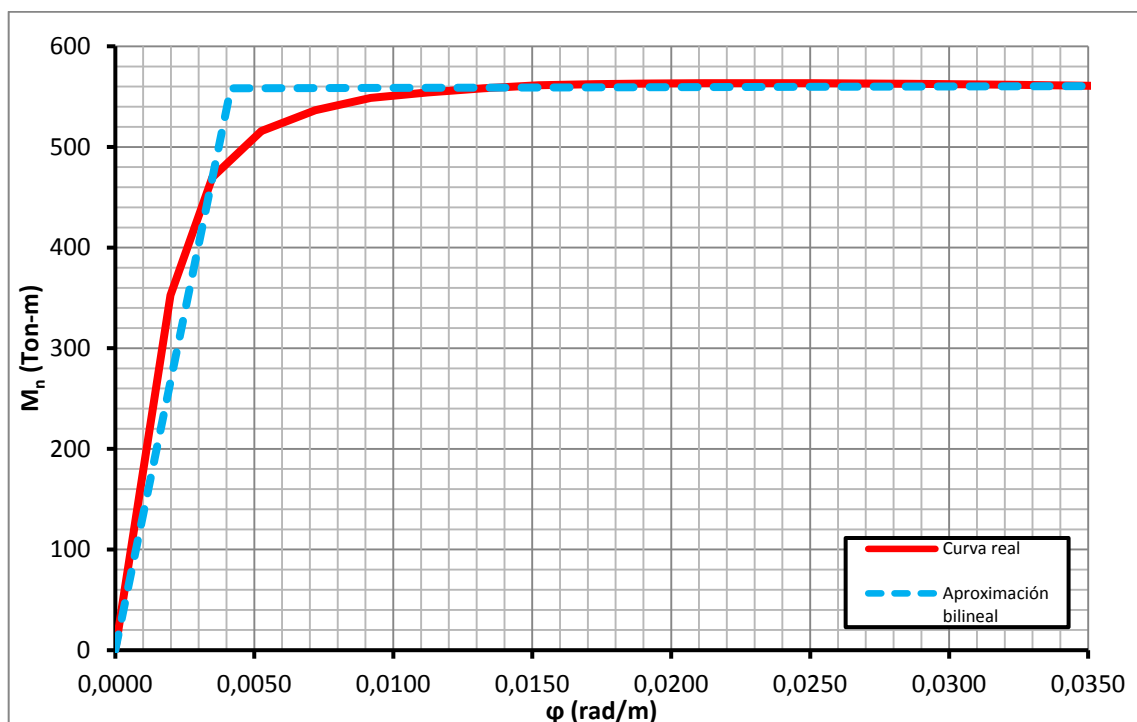


Figura 3.16: Diagrama de momento – curvatura de la columna – $P = 547$ Ton

La sección de la columna obtenida en el ejemplo 3.1 con el respectivo acero de refuerzo longitudinal y transversal se muestra en la Figura 3.17.

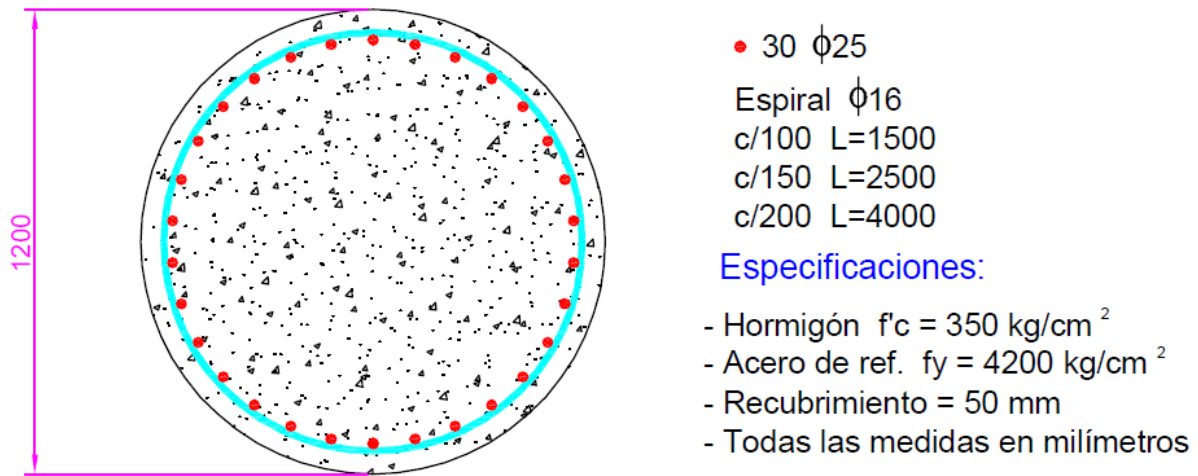


Figura 3.17: Distribución de acero de refuerzo en columna de la pila – ejemplo 3.1

Ejemplo 3.2: Considerando los mismos datos del ejemplo 3.1, y utilizando el método de diseño directo basado en desplazamiento con espectro inelástico de desplazamientos, diseñar la columna de la pila de hormigón armado.

Los cálculos iniciales son similares a los realizados en el ejemplo 3.1 y por tal motivo no se repiten en este ejemplo. El espectro de diseño de desplazamientos a utilizarse se construyó en una sección anterior y se muestra en la Figura 3.6. Debido a que el espectro de diseño de la Norma Ecuatoriana de la Construcción es elástico [3], es necesario utilizar un factor de modificación de la demanda sísmica considerando la ductilidad y para lo cual se utilizará la fórmula respectiva mostrada en la sección 3.8.

A continuación se efectúa el procedimiento descrito en la sección 3.7.2, los resultados numéricos de todas las operaciones realizadas se muestran en la Tabla 3.3. Se realizaron los cálculos hasta obtener la convergencia, en esta ocasión se obtuvieron 2 iteraciones; el número de iteraciones se vio reducido debido al hecho de que se empezó utilizando la curvatura de fluencia aproximada para columnas circulares [8].



PASO	OBJETIVO	UNID.	RESULTADOS	
			Iteración 1	Iteración 2
i.	Curvatura de fluencia aproximada	1/m	0.0038	0.0042
	Desplazamiento de fluencia	m	0.0800	0.0890
ii.	Rotación inelástica	rad	0.0200	0.0200
	Desplazamiento de diseño	m	0.2400	0.2490
	Ductilidad		3.00	2.80
iii.	Espectro elástico de despl. (5%)		Figura 3.6	Figura 3.6
iv.	Factor de reducción de demanda R_μ		0.5774	0.5978
	Desplazamiento espectral máximo	m	0.5392	0.5583
	Desplazamiento espectral ($\mu=1$)	m	0.4157	0.4165
	$S_d < S_{d\max}$:		OK	OK
	Periodo del sistema	seg	1.709	1.713
v.	Masa del sistema	Ton-s ² /m	46.69	46.69
	Rigidez del sistema	Ton/m	630.88	628.47
	Fuerza de fluencia	Ton	50.47	55.93
vi.	Momento de fluencia	Ton-m	403.76	447.44
	Carga axial muerta	Ton	392.00	392.00
	Carga axial viva	Ton	77.00	77.00
vii.	Carga axial mayorada	Ton	547.40	547.40
	Cuantía de refuerzo longitudinal ρ	%	1.04	1.04
	Cuantía de refuerzo transversal ρ_v	%	0.56	0.56
	EI	Ton-m ²	120033.00	120033.00
	Rigidez	Ton/m	703.32	703.32
	EI/EI _g	%	41.74	41.74
	Momento de fluencia	Ton-m	500.73	500.73
	Fuerza de fluencia	Ton	62.59	62.59
	Desplazamiento de fluencia	m	0.0890	0.0890
viii.	Revisión de desplazamiento de fluencia		ERROR	OK
	Curvatura de fluencia	1/m	0.0042	0.0042
	Curvatura última	1/m	0.0358	0.0358
	Ductilidad del elemento		8.52	8.52
	Revisión de ductilidad		OK	OK
	Capacidad de rotación inelástica	rad	0.0305	0.0305
	Revisión de rotación inelástica		OK	OK

Tabla 3.3: Procedimiento iterativo de ejemplo 3.2

Para la determinación del acero de refuerzo se construyó el diagrama de momento curvatura para varios niveles de cuantía de refuerzo hasta obtener el adecuado considerando la carga axial actuante, y se realizó una aproximación bilineal a la curva real [22] la cual fue utilizada en el procedimiento.

A partir de este diagrama se obtuvo el momento de fluencia, la curvatura de fluencia, la curvatura última y el valor de EI . En el apéndice B se muestran las hipótesis asumidas y los códigos en MATLAB utilizados para la realización del diagrama. En la Figura 3.18 se muestra el diagrama de momento-curvatura utilizada de la columna obtenida.

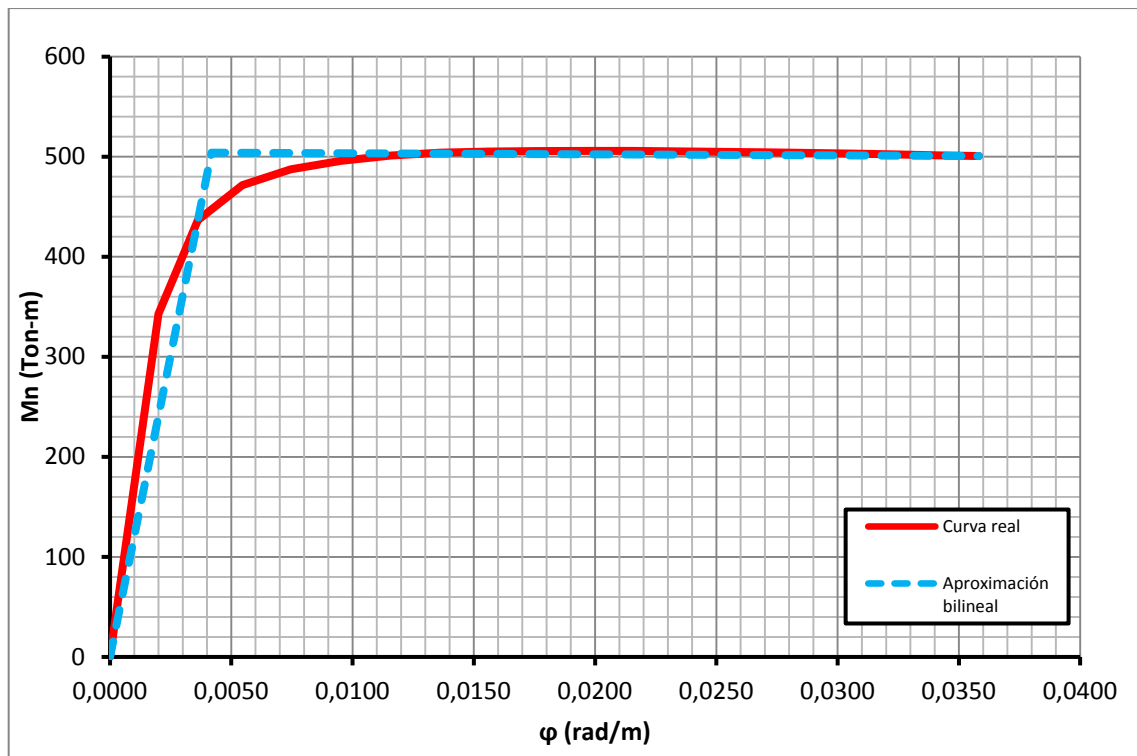


Figura 3.18: Diagrama de momento - curvatura de la columna - $P = 547$ Ton

Las propiedades de la sección obtenida varían con respecto a las obtenidas en el ejemplo 3.1, y se muestra la columna con su respectivo acero de refuerzo longitudinal y transversal en la Figura 3.19.

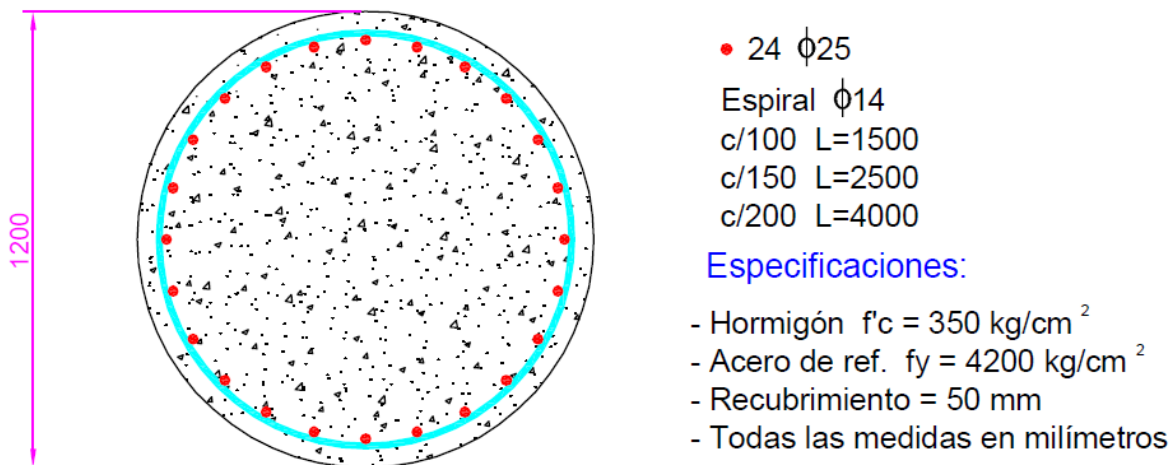


Figura 3.19: Distribución de acero de refuerzo en columna de la pila – ejemplo 3.2

Ejemplo 2.3: Considerando los mismos datos de los ejemplos 3.1 y 3.2, y utilizando el método de las fuerzas laterales equivalentes, diseñar la columna de la pila de hormigón armado.

Este procedimiento no es el objetivo del presente trabajo, sin embargo se ha realizado para tener un punto de comparación entre los métodos. Los cálculos iniciales son similares a los realizados en el ejemplo 3.1 y por tal motivo no se repiten en este ejemplo. El espectro de aceleraciones a utilizarse se construyó en el capítulo anterior de acuerdo a la Norma Ecuatoriana de la Construcción 2011 [3]. A continuación se efectúa el procedimiento descrito en la sección 2.3, los resultados numéricos de todas las operaciones realizadas se muestran en la Tabla 3.4.

Se obtuvo la cuantía de armado a partir del diagrama de interacción, se fue iterando hasta obtener una cuantía adecuada. En el apéndice B se muestran las hipótesis asumidas para la construcción de diagramas de interacción de columnas circulares [23] y los códigos en MATLAB utilizados para la realización del diagrama. En la Figura 3.20 se muestra el diagrama de interacción a flexocompresión uniaxial de la columna con las propiedades obtenidas.



OBJETIVO	UNID.	RESULTADOS
Predimensionamiento	mm	D = 1400
Módulo de elasticidad	kg/cm ²	282495
Inercia gruesa	cm ⁴	18857410
Inercia agrietada / Inercia gruesa		0.70
EI	Ton-m ²	372898.86
Rigidez	Ton/m	2184.95
Masa	Ton-s ² /m	47.09
Periodo	seg	0.92
Espectro elástico de aceleraciones		Figura 2.2
Factor de reducción de fuerzas R		3.50
Aceleración espectral	g	0.2366
Cortante basal inelástico	Ton	109.30
Carga axial muerta	Ton	400.00
Carga axial viva	Ton	77.00
Carga axial mayorada	Ton	557.00
Momento último	Ton-m	874.37
Cuantía de refuerzo longitudinal ρ	%	2.35
Desplazamiento lateral	m	0.0500
Amplificación de desplazamientos		2.63
Desplazamiento último	m	0.1313
Deriva inelástica	m	0.0164

Tabla 3.4: Procedimiento del ejemplo 3.3

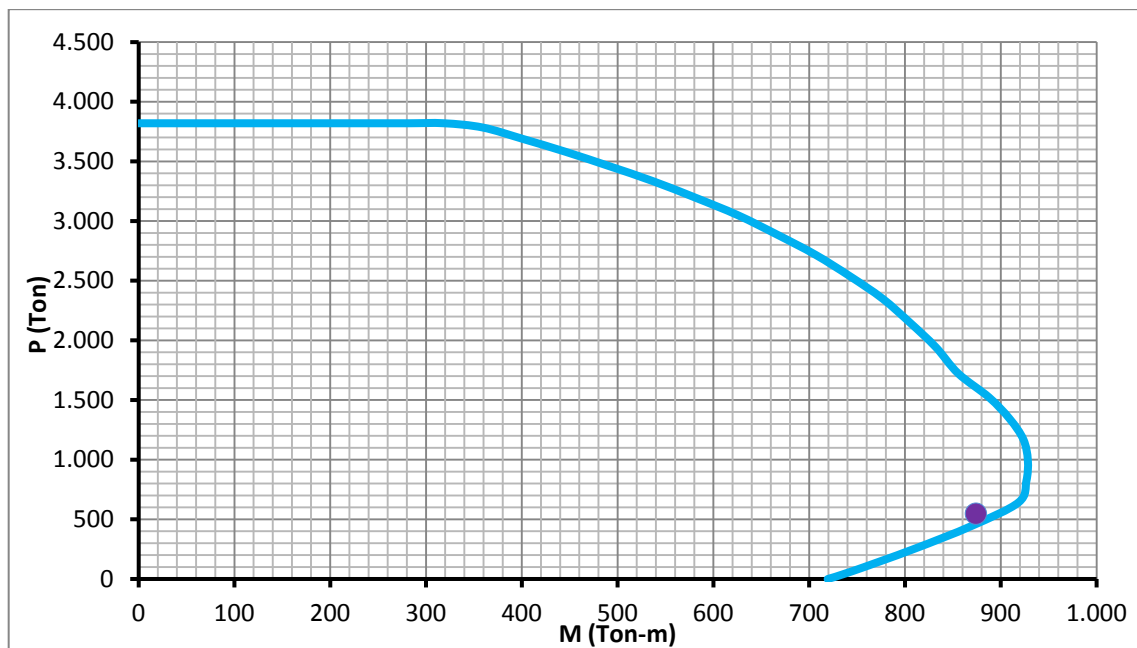


Figura 3.20: Diagrama de interacción a flexocompresión

Las propiedades de la sección obtenida varían con respecto a las obtenidas en el ejemplo 3.1 y 3.2, de hecho se aumentó el diámetro de la columna ya que el momento último obtenido es muy grande; se muestra la columna con su respectivo acero de refuerzo longitudinal y transversal en la Figura 3.21.

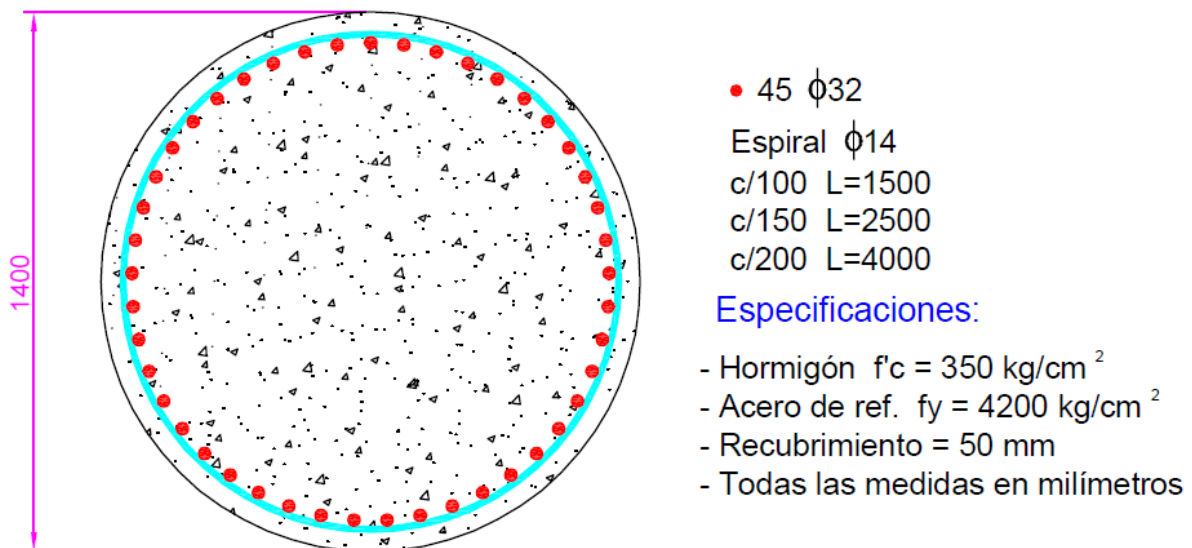


Figura 3.21: Distribución de acero de refuerzo en columna de la pila – ejemplo 3.3

3.10 Deficiencias en el método de diseño directo basado en desplazamientos

A pesar de solucionar muchas de las inconsistencias presentes el método de las fuerzas, el procedimiento actual del método de diseño directo basado en desplazamientos presenta algunas deficiencias, para lo cual es necesario realizar más investigaciones.

Una de las principales debilidades del método es que la mayoría de los códigos de peligro sísmico no incluyen procedimientos para la construcción de espectros de desplazamientos elásticos. A partir del espectro elástico de aceleraciones se puede construir el espectro requerido a través de una fórmula en la cual se asume que la respuesta pico es gobernada por las ecuaciones del estado estable para la respuesta sinusoidal [15], lo cual sólo es un resultado aproximado. Por otro lado, se pueden generar



los espectros de diseño a partir de registros sísmicos medidos, sin embargo, en algunos lugares es complicado adquirir los registros de sismos representativos.

Si se utiliza el primer método de diseño, el cual utiliza un espectro elástico de desplazamientos para un amortiguamiento viscoso mayor al 5%, es necesario poder construir el espectro de desplazamientos para el nivel de amortiguamiento viscoso deseado, sin embargo, en los códigos usualmente se incluyen procedimientos sólo para amortiguamiento viscoso igual al 5%. Por otro lado, se puede utilizar factores de reducción de la demanda sísmica para conseguir el espectro deseado, pero existen diversas expresiones para estimar este factor que presentan valores completamente distintos, y por ende el resultado obtenido varía completamente.

Si se utiliza el segundo método de diseño, el cual utiliza un espectro inelástico de desplazamientos, es necesario poder construir el espectro de desplazamientos para el nivel de ductilidad deseado, sin embargo, en los códigos usualmente se incluyen procedimientos sólo para construir espectros inelásticos en función del factor R y no para un cierto nivel de ductilidad. Por otro lado, se puede utilizar factores de reducción de la demanda sísmica para conseguir el espectro deseado, pero existen diversas expresiones para estimar este factor que presentan valores completamente distintos, y por ende el resultado obtenido varía completamente, además, las expresiones son deducidas bajo las suposiciones de igual desplazamiento o de igual energía [8], las cuales son inadecuadas en muchos casos.

El método ha sido efectivamente utilizado en el diseño de puentes de longitud corta a mediana, sin embargo, en puentes de gran longitud presenta algunas complicaciones debido a que las pilas tienden a ser muy altas y tener una gran masa comparable con la masa de la superestructura, además, tienen distribuciones irregulares de masa y rigidez, y desarrollan desplazamientos de mayor magnitud [24].



La contribución de los modos de vibración distintos al modo fundamental de vibración, que es importante para estructuras irregulares, no ha sido completamente estudiada para los distintos tipos de estructuras. Por tal motivo, en este tipo de estructuras se debe despreciar esta contribución, lo cual puede resultar en una subestimación importante de las derivas y las fuerzas internas, en especial en los lugares donde no se presentan rótulas plásticas.



CAPÍTULO 4

DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS APLICADO A PILAS DE PUENTES



CAPÍTULO 4

DISEÑO DIRECTO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS APLICADO A PILAS DE PUENTES

4.1 Introducción

En el capítulo 3 se describieron algunos de los métodos de diseño basados en desplazamientos, y se desarrollaron dos alternativas del método de diseño directo basado en desplazamientos (DDBD), que es el método utilizado en el presente trabajo; la diferencia entre las alternativas radica en que en una de ellas se utiliza un espectro de desplazamientos elástico con un amortiguamiento viscoso equivalente y en la otra se utiliza un espectro de desplazamientos inelástico con el amortiguamiento viscoso elástico.

En el presente capítulo se resalta la necesidad de la utilización de cimentaciones profundas en la ciudad de Guayaquil y luego se desarrolla el método de diseño directo basado en desplazamientos utilizando un espectro elástico de desplazamientos aplicado a pilas de puentes, específicamente a pilas de puente cuya cimentación está conformada por una zapata rígida. El procedimiento para cimentaciones profundas se describe en el siguiente capítulo ya que se necesita algunas consideraciones adicionales.



4.2 Diseño de una pila con pilotes en arcilla

Los estratos superficiales de la ciudad de Guayaquil, con la excepción de las zonas aledañas a los cerros, están compuestos en su mayoría por arcillas blandas con una resistencia no drenada entre 1 y 5 toneladas por metro cuadrado. A cierta profundidad se pueden encontrar estratos resistentes compuestos por arenas densas, la profundidad de estos estratos varía según la zona de la ciudad. Debido a la baja resistencia que tienen los estratos superficiales, las estructuras se diseñan y construyen con cimentaciones profundas, con la excepción de estructuras de menor importancia que tienen cimentaciones superficiales y/o compensadas.

La cimentación profunda de las estructuras puede estar compuesta de grupo de pilotes hincados o prebarrenados con sus respectivos dados, cabezales o zapatas. La capacidad de los pilotes es la suma de la capacidad por fuste y la capacidad por punta; la capacidad por fuste está relacionada con la cohesión en los suelos finos que a su vez es función de la resistencia no drenada, y con la fricción en los suelos no cohesivos que a su vez es función del ángulo de fricción interna. La capacidad por punta se considera únicamente cuando la punta del pilote penetra el estrato resistente, la capacidad por punta es mayor que la capacidad por fuste, y sus valores máximos se obtienen en distintos niveles de deformación como se puede observar en la Figura 4.1 [25]; cuando se usa el método de esfuerzos admisibles para calcular la capacidad de los pilotes, este fenómeno se incluye en el factor de seguridad y por tal motivo es permitido sumar los valores máximos de la capacidad por punta y por fuste.

Existen varios métodos para estimar la capacidad de carga vertical tanto por fuste y por punta de los pilotes, en las especificaciones AASHTO LRFD 2007 [7] se incluyen distintas metodologías de cálculo así como también los factores de reducción de resistencia. En este trabajo no se incluye el procedimiento detallado de ninguna de ellas, ya que los métodos de cálculo de capacidad de carga vertical de pilotes son muy conocidos en la ciudad; se han utilizado para el diseño geotécnico de los pilotes el

método α para la capacidad por fuste [7] y el método de Meyerhof para la capacidad por punta [7].

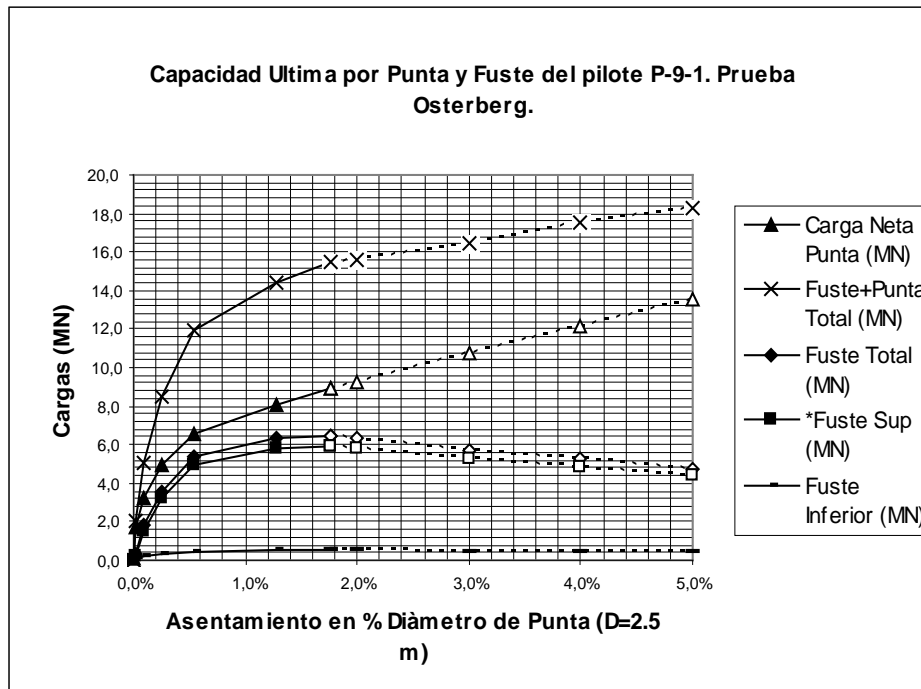


Figura 4.1: Capacidad por fuste y por punta obtenidas en pruebas de carga de pilote prebarrenado P-9-1 – Puente Carlos Pérez Perasso [25]

Se utilizan con bastante frecuencia pilotes hincados debido a que tienen una capacidad total mayor que la capacidad de los pilotes barrenados, por tal motivo se obtienen pilotes de menor tamaño o menor cantidad de pilotes; además los pilotes hincados pueden ser fabricados en planta y por tanto tienen una mejor calidad de producción. En pasos elevados dentro de la ciudad de Guayaquil y zonas aledañas, la tendencia actual es utilizar pilotes hincados de hormigón pretensado debido a la optimización del tiempo en la construcción que presentan.

Usualmente se diseñan los pilotes, ya sean hincados o prebarrenados, con suficiente longitud para que la punta llegue al estrato resistente y por ende frecuentemente se denominan pilotes de punta.

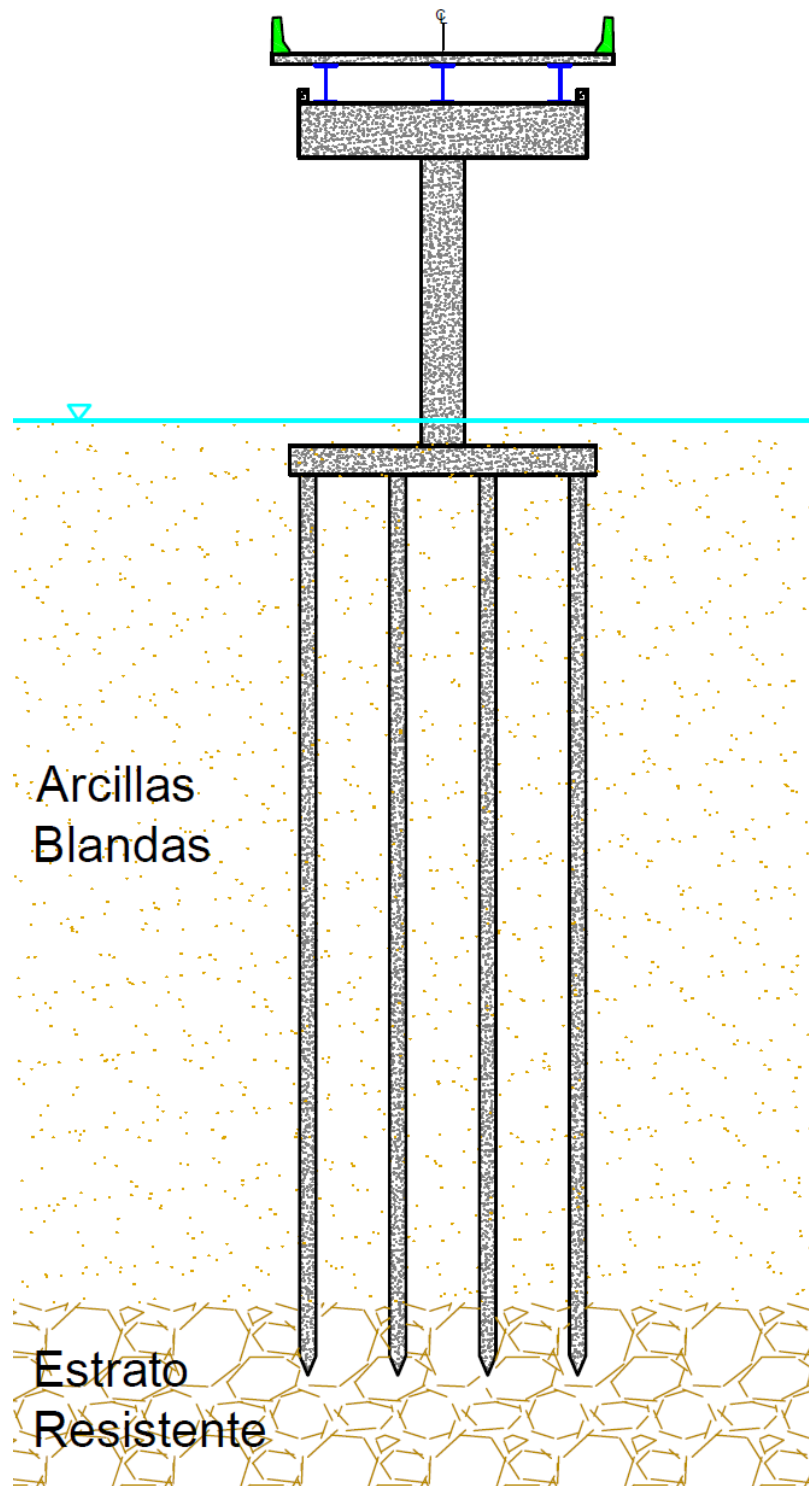


Figura 4.2: Sección típica de pila de puente

En algunos edificios del centro de la ciudad de Guayaquil tienen pilotes de hasta 40 metros de longitud, de acuerdo a la experiencia local la longitud de los pilotes está entre 20 y 40 metros. Sin embargo, la longitud puede estar fuera de este rango ya que

ésta depende de un sinnúmero de factores; en el caso específico de pilas para puentes, el espaciamiento entre pilas y el número de carriles son los parámetros más significativos para el diseño de pilotes por capacidad a la compresión.

4.3 Demanda y capacidad de desplazamiento lateral

Como se describió en el CAPÍTULO 3, en el método DDBD se inicia suponiendo un desplazamiento de diseño para la estructura. El desplazamiento de diseño es función de los criterios de desempeño sísmico que se describirán en la sección 4.4.

El desplazamiento de diseño se considera como la demanda de desplazamiento lateral de la estructura. Para encontrar la capacidad de desplazamiento lateral, es necesario realizar un análisis pushover inelástico de la estructura, en el cual se considera la no linealidad de los elementos que conforman la estructura. Se puede realizar un análisis pushover elástico, sin embargo, debido a que se busca que la pila de un puente se plastifique durante un sismo, es necesario considerar la inelasticidad de los materiales que la componen. El análisis pushover es distinto para estructuras de un grado de libertad que para estructuras de varios grados de libertad.

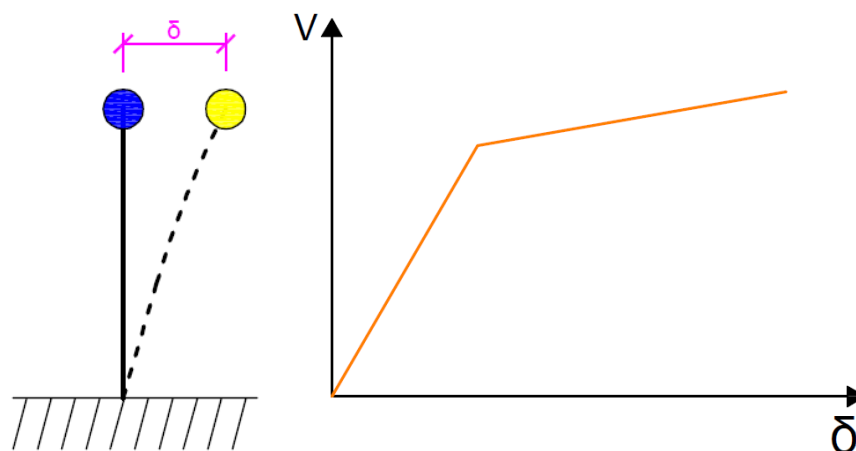


Figura 4.3: Análisis Pushover de un sistema de un grado de libertad

En una estructura de un grado de libertad se somete a la estructura a un desplazamiento en la dirección del grado de libertad, el desplazamiento empieza en cero y se incrementa de manera uniforme hasta donde se requiera conocer el comportamiento de la estructura. Como resultado del análisis se obtiene la curva Pushover en la cual se representa la relación entre el desplazamiento y el cortante basal (Figura 4.3).

Para estructuras de varios grados de libertad se puede realizar sólo para el modo de vibración del periodo fundamental, o en su defecto, se puede realizar para los primeros modos de vibración [11]. Se debe asumir un perfil de desplazamientos acorde al modo de vibración considerado y se incrementan los desplazamientos uniformemente. Si se considera más de un modo de vibración, los resultados se deben combinar de acuerdo a una regla de combinación modal adecuada.

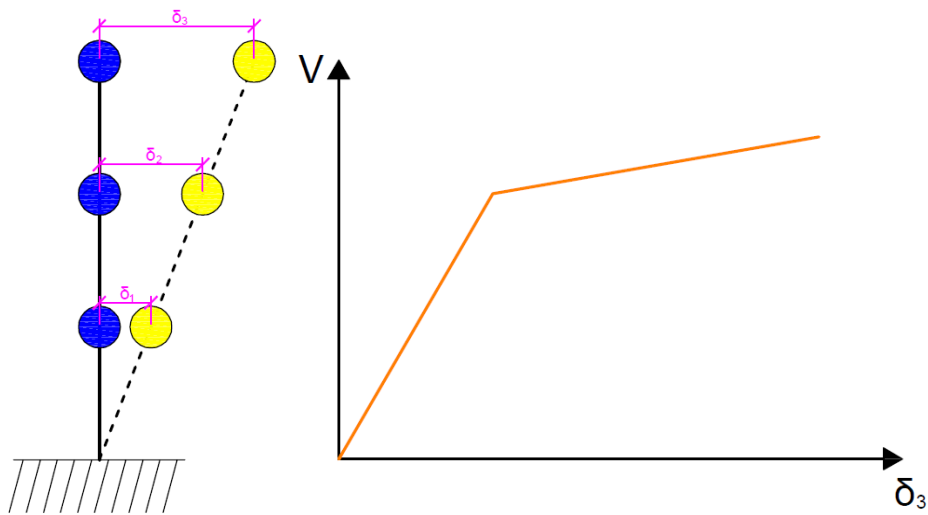


Figura 4.4: Análisis Pushover de un sistema de varios grados de libertad

4.3.1 Efecto P – Δ

El efecto P – Δ se refiere al incremento de momentos en columnas debido al momento de segundo orden cuando se considera la estructura deformada. Las pilas de puentes son estructuras que son muy susceptibles a los efectos P – Δ ya que las columnas

típicamente son esbeltas y están sometidas a cargas elevadas. Los efectos $P - \Delta$ reducen la capacidad a flexión de las columnas conforme aumenta el desplazamiento lateral como se puede observar en la Figura 4.5.

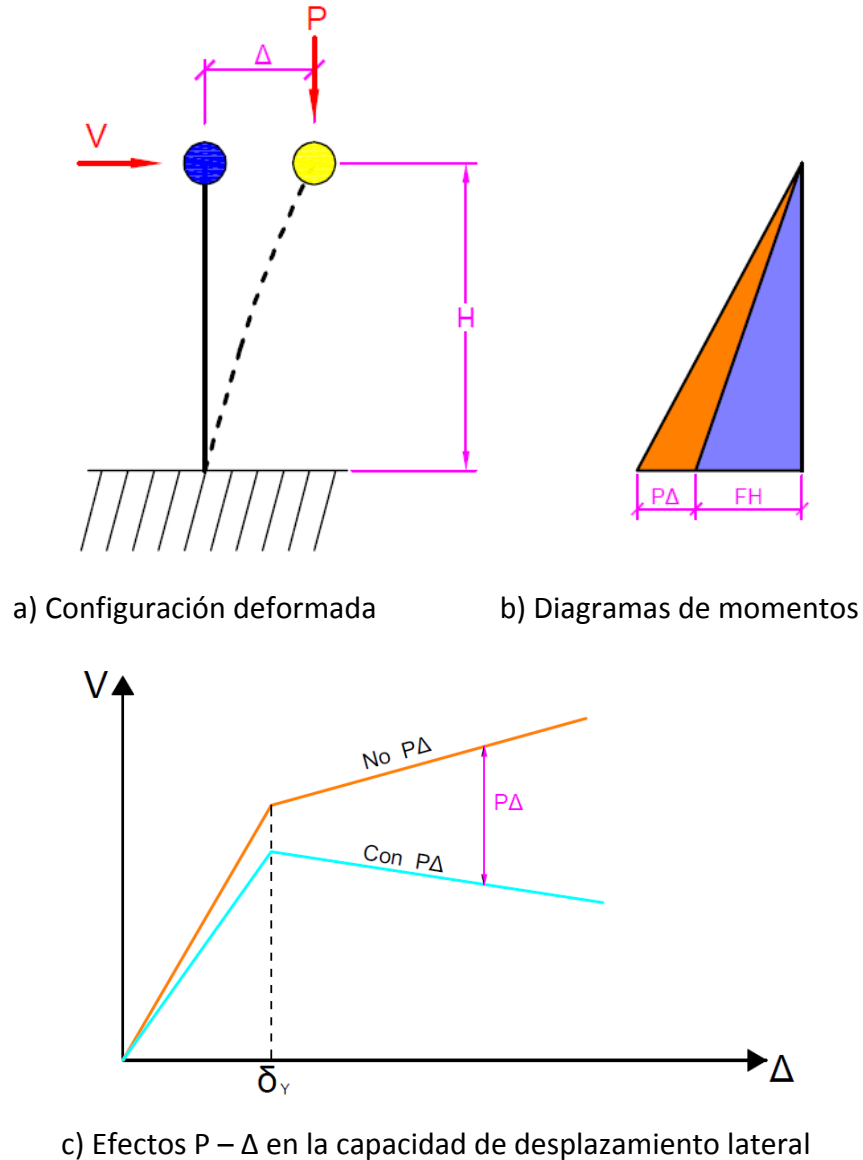


Figura 4.5: Momentos de segundo orden

La importancia de los efectos $P - \Delta$ es reconocida en los códigos de diseño y se representa por medio de un índice de estabilidad, el cual es una relación entre la magnitud del momento producido por el efecto de segundo orden y la capacidad a flexión



en la respuesta máxima; el índice de estabilidad es adimensional. La norma ecuatoriana de la construcción 2011 [3] presenta la siguiente expresión para la evaluación del índice de estabilidad Q:

$$Q_i = \frac{P_i \Delta_i}{V_i h_i}$$

i: Número de piso, varía desde 1 hasta el número total de pisos n.

Q_i : Índice de estabilidad del piso i.

P_i : Carga vertical total sin mayorar considerando la carga muerta y la carga viva reducida del piso i y todos los pisos localizados sobre éste.

Δ_i : Desplazamiento relativo del piso i.

V_i : Cortante sísmico actuante en el piso i.

h_i : Altura de entrepiso para el piso i.

Además, la NEC 2011 [3] indica que se pueden despreciar los efectos P – Δ si es que el índice de estabilidad Q es menor que 0.1 y que Q no debe ser mayor que 0.3 ya que la estructura es potencialmente inestable. Si el índice de estabilidad se encuentra entre 0.1 y 0.3, se deben incrementar los desplazamientos y los momentos utilizando el factor de mayoración $f_{P-\Delta}$ que se debe calcular mediante la siguiente fórmula:

$$f_{P-\Delta} = \frac{1}{1-Q}$$

Debido a las razones mostradas en el CAPÍTULO 2, en el método de las fuerzas se subestima el desplazamiento lateral de las estructuras y es por tal motivo se subestima la severidad de los efectos P – Δ . En el método DDBD, debido a que se parte de un desplazamiento de diseño, el cálculo del momento de segundo orden se puede realizar al inicio del diseño, y se puede calcular la capacidad de momento requerido en un sistema de un grado de libertad por medio de la siguiente ecuación [8]:

$$M_B = K_{eq} \delta_u H + CP \delta_u$$



M_B : Demanda de momento en la base.

K_{eq} : Rigidez de la estructura equivalente.

δ_u : Desplazamiento de diseño.

H : Altura de la estructura equivalente

P : Carga axial total

C : Coeficiente que vale 0.5 para columna de hormigón y 1.0 para columnas de acero.

El coeficiente C toma en cuenta el hecho que en estructuras de hormigón, se absorbe más energía cuando el efecto $P - \Delta$ es considerado [8].

4.3.2 Análisis pushover en pilas con cimentación superficial

El método DDBD para pilas de puentes con cimentación superficial no difiere de los procedimientos descritos en el CAPÍTULO 3 para sistemas de un grado de libertad. En dicho capítulo se realizaron los ejemplos 3.1, 3.2 y 3.3 en los cuales se realizaba el diseño de la columna de una pila de acuerdo a distintos métodos, falta realizar el análisis pushover de cada uno de los diseños para determinar si son consistentes. El análisis pushover de pilas con cimentación profunda se realizará detalladamente en el CAPÍTULO 5 ya que necesita de consideraciones adicionales.

Como ya se mencionó, es necesario realizar un análisis pushover inelástico de la estructura ya que durante el diseño se ha considerado un comportamiento inelástico. Además, se debe elegir un incremento del desplazamiento suficientemente pequeño para que no haya problemas de precisión.

Ejemplo 4.1: Realizar el análisis pushover inelástico de los diseños obtenidos en los ejemplos 3.1, 3.2 y 3.3. Considerar un incremento de desplazamientos de 0.005 metros.

La estructura consiste en una pila de hormigón armado, que es parte de la subestructura de un paso elevado a construirse en la ciudad de Guayaquil, tiene una altura libre de 8 metros. Las pilas del puente están ubicadas uniformemente cada 30 metros. Debido a consideraciones estéticas, cada pila consiste en una columna circular que soporta la viga cabezal. La viga cabezal soporta las vigas de hormigón pretensadas simplemente apoyadas que a su vez soportan el tablero del puente. Se puede asumir que la pila está empotrada en la zapata y se desprecia la interacción entre el suelo y la estructura.

Se realizaron tres diseños de la columna de la pila: ejemplo 3.1, ejemplo 3.2 y ejemplo 3.3. En los tres diseños se consideró un hormigón con resistencia a la compresión a los 28 días de 350 kilogramos por centímetro cuadrado y un acero de refuerzo con esfuerzo de fluencia de 4200 kilogramos por centímetro cuadrado.

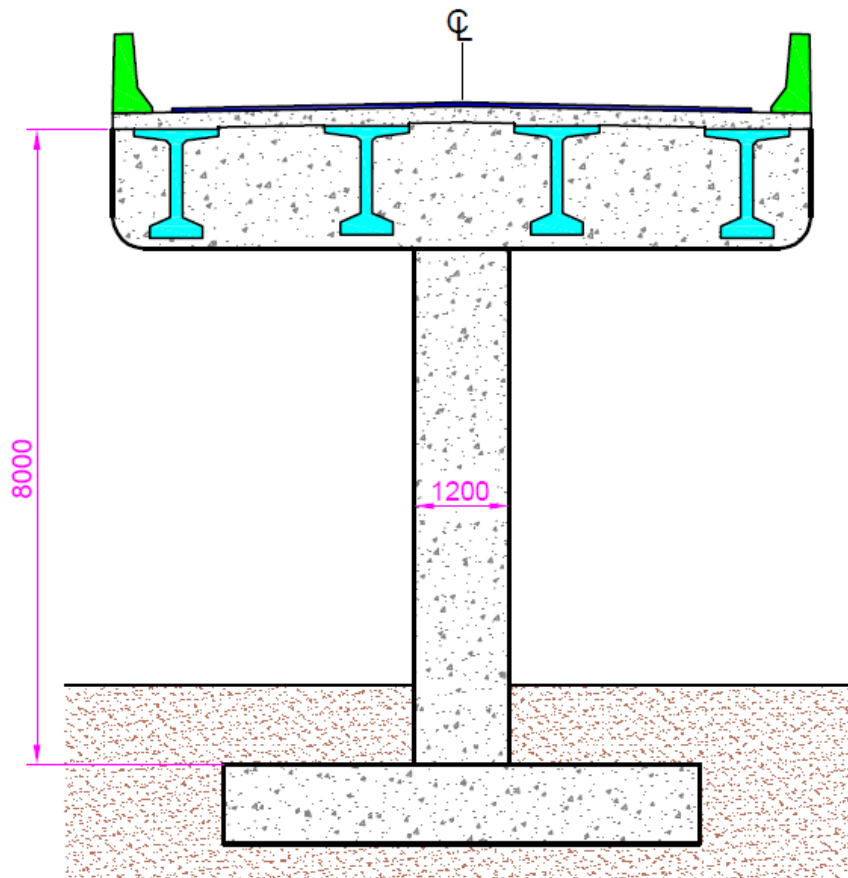


Figura 4.6: Pila de puente y modelo estructural considerado

En el ejemplo 3.1, se utilizó la alternativa 1 del método DDBD, se obtuvo una columna de 120 centímetros de diámetro con refuerzo longitudinal de 30 varillas de 25 milímetros y con refuerzo transversal en espiral de 16 milímetros espaciado cada 100 milímetros. En el ejemplo 3.2, se utilizó la alternativa 2 del método DDBD, se obtuvo una columna de 120 centímetros de diámetro con refuerzo longitudinal de 24 varillas de 25 milímetros y con refuerzo transversal en espiral de 14 milímetros espaciado cada 100 milímetros. En el ejemplo 3.3, se utilizó el método de las fuerzas, se obtuvo una columna de 140 centímetros de diámetro con refuerzo longitudinal de 45 varillas de 32 milímetros y con refuerzo transversal en espiral de 14 milímetros espaciado cada 100 milímetros. El diseño de las columnas se puede observar en la Figura 4.7.

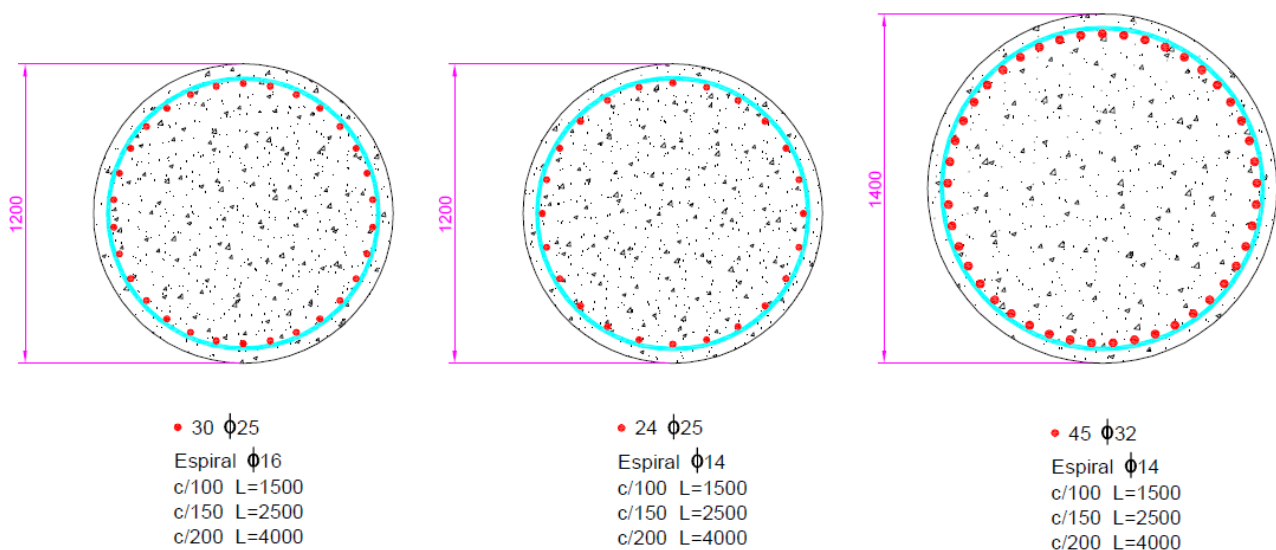


Figura 4.7: Diseño de columnas en ejemplos 3.1, 3.2 y 3.3

Se realizó el análisis pushover con el software OpenSees [26] (Open System for Earthquake Engineering Simulation) desarrollado por McKenna et al en la Universidad de California. Para cada diseño se han efectuado tres análisis pushover descritos a continuación:

- **Análisis 1:** Se define el comportamiento a flexión de la columna con un material elasto-plástico cuyos parámetros se obtuvieron del análisis de momento-curvatura; el comportamiento bajo carga axial se consideró elástico.

- **Análisis 2:** El comportamiento de la columna es igual a la asumida en el análisis 1, y adicionalmente se consideraron los efectos $P - \Delta$.
- **Análisis 3:** Se definieron los materiales hormigón confinado, hormigón no confinado y acero de refuerzo, y se realizó un análisis con fibras de la sección de la columna.

El código de los 9 archivos realizados se puede observar en el apéndice C. Las curvas pushover realizadas a partir del output del software se muestran en la Figura 4.8 para el diseño del ejemplo 3.1, en la Figura 4.9 para el diseño del ejemplo 3.2 y en la Figura 4.10 para el diseño del ejemplo 3.3. Adicionalmente, en cada figura se ha agregado la curva pushover “suposición” que corresponde a las hipótesis realizadas en el diseño.

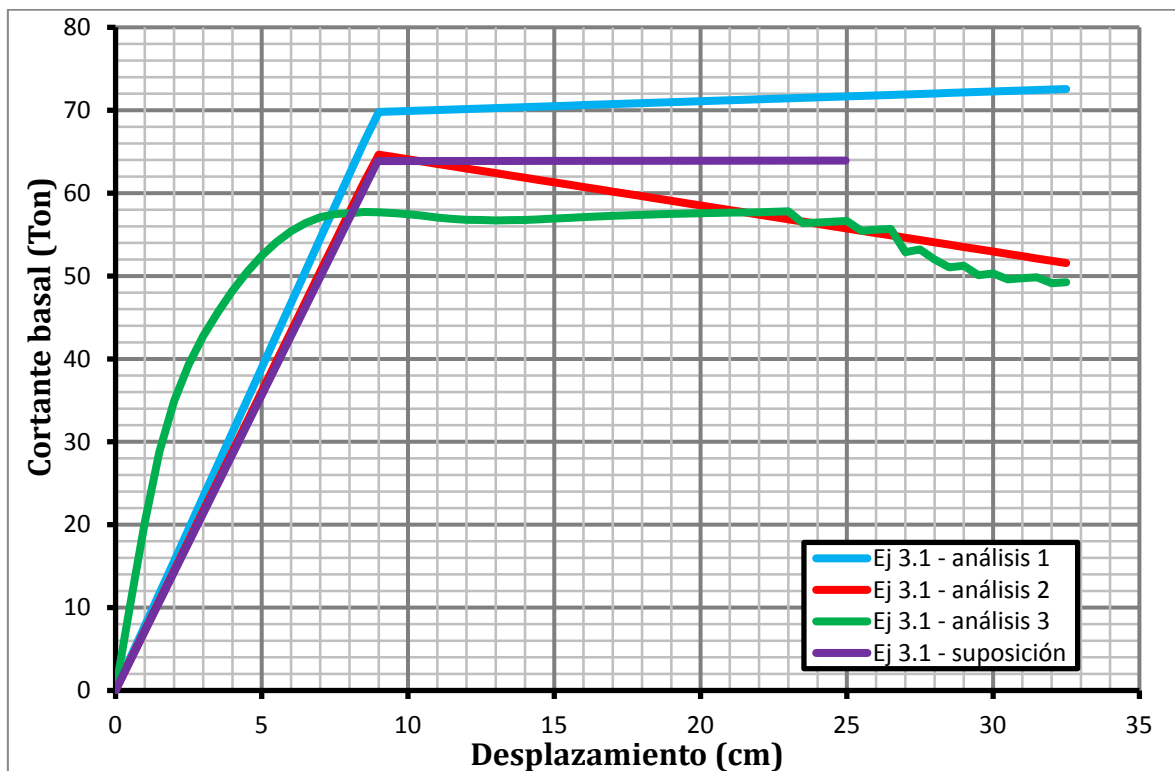


Figura 4.8: Curvas pushover – ejemplo 3.1

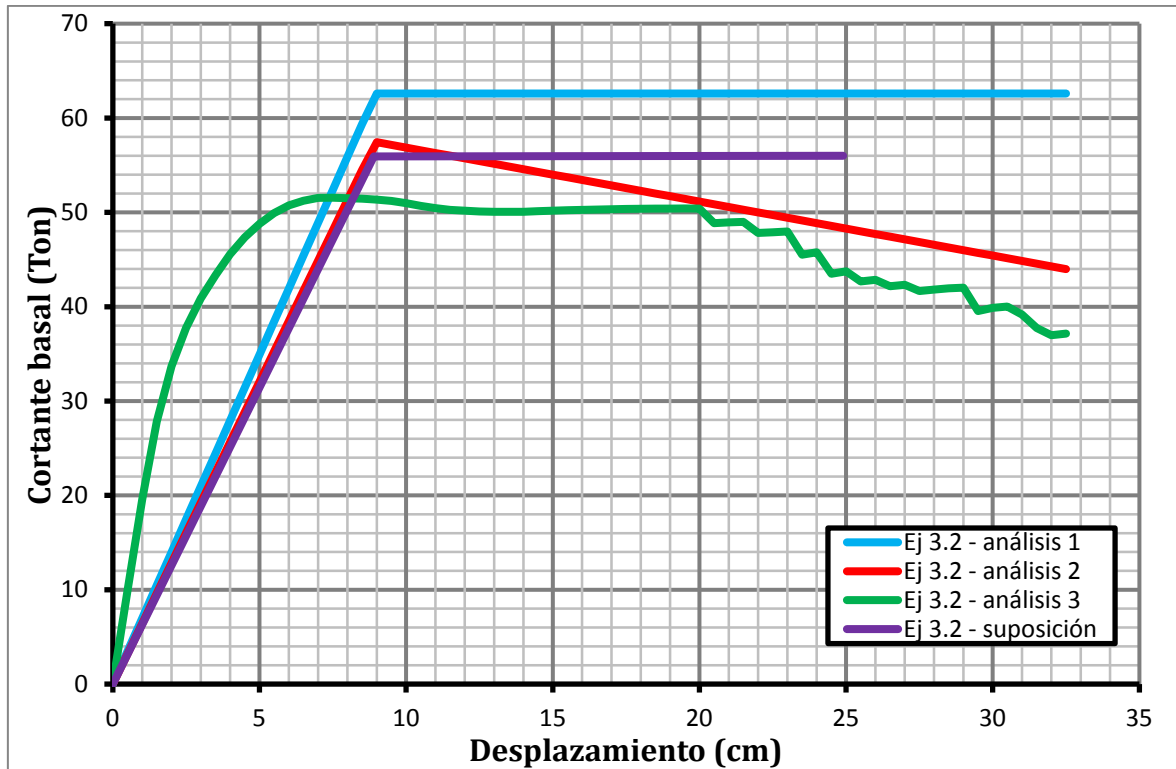


Figura 4.9: Curvas pushover – ejemplo 3.2

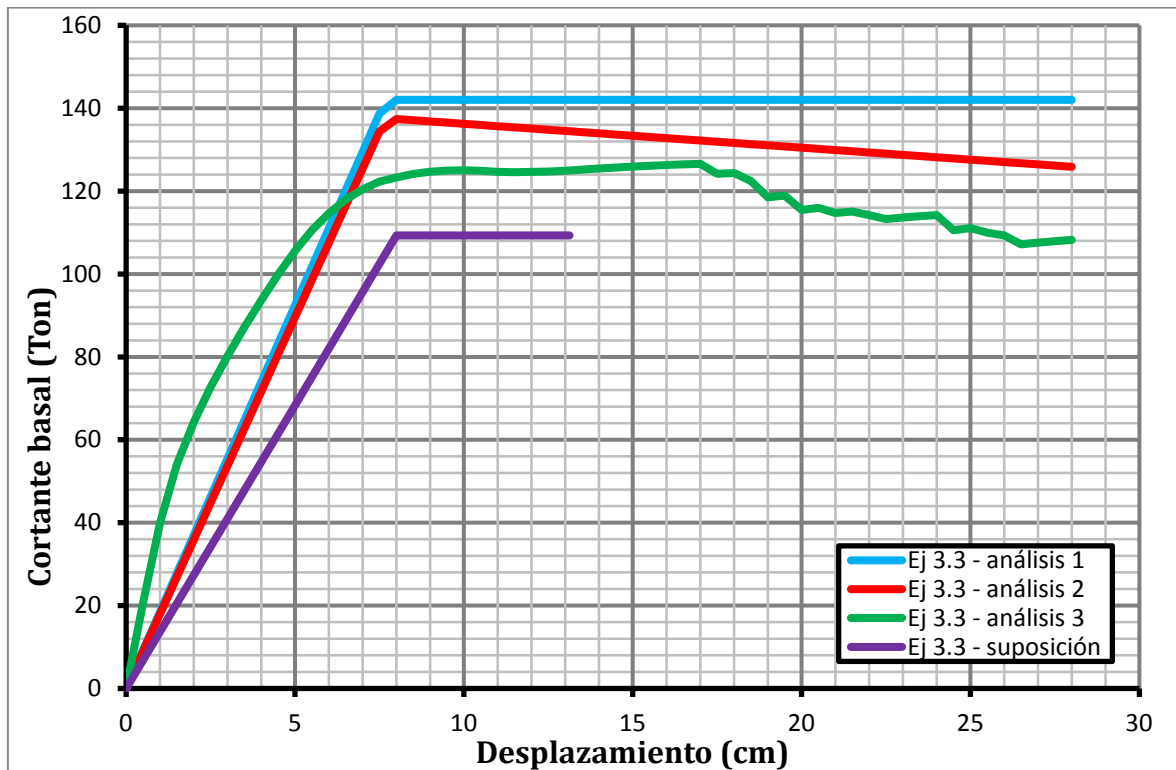


Figura 4.10: Curvas pushover – ejemplo 3.3



Se observa que los efectos $P - \Delta$ pueden ser considerables debido a la gran deriva inelástica considerada en los diseños (2%) y por tal motivo se debe revisar la estabilidad y amplificar los momentos obtenidos.

También se puede observar que en las curvas pushover obtenidas con los análisis con fibras (análisis 3) se tiene una caída del cortante basal al final ya que en ese punto existen deformaciones unitarias grandes en el hormigón y por tal motivo sufre una caída en la resistencia. Estas deformaciones unitarias corresponden a grandes curvaturas, y representan un gran daño en el elemento.

Se presenta un gran daño en la columna ya que durante el procedimiento de diseño utilizado en el CAPÍTULO 3, el desplazamiento de diseño no fue elegido para controlar el nivel de daño, y es por tal motivo que se deben tomar en cuenta los criterios de desempeño en los elementos de la estructura.

4.4 Criterios de desempeño sísmico para pilas de puentes

En la sección 3.2 se definieron los estados límites del diseño para el método DDBD, los cuales se subdividieron en estados límites de elementos y estados límites de estructura. A cada uno de estos estados límites del diseño, les corresponden ciertos criterios de desempeño, y a partir de ello se definen seis criterios de desempeño [8]:

- Estado límite de servicio – deformación unitaria a compresión.
- Estado límite de servicio – deformación unitaria a tensión.
- Estado límite de control de daño – deformación unitaria a compresión.
- Estado límite de control de daño – deformación unitaria a tensión.
- Estado límite de supervivencia – deformación unitaria a compresión.
- Estado límite de supervivencia – deformación unitaria a tensión.

Estos criterios de desempeño corresponden a límites en la deformación unitaria de las fibras extremas en las secciones donde se espera que se formen las rótulas plásticas. En la Figura 4.11 se muestra un resumen de los criterios de desempeño para los estados límites de servicio y de control de daño.

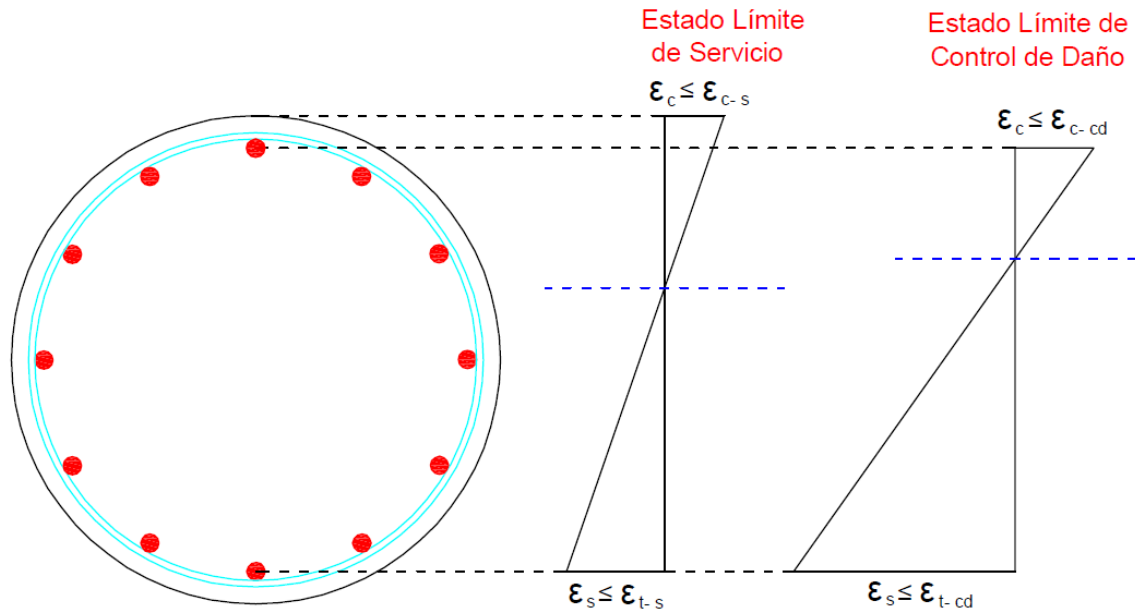


Figura 4.11: Criterios de desempeño sísmico

En la Tabla 4.1 se muestran los niveles de intensidad [8], en los cuales se define la probabilidad de excedencia en 50 años para las estructuras según su importancia. El nivel 1 corresponde al estado límite de servicio, el nivel 2 corresponde al estado límite de control de daño y el nivel 3 corresponde al estado límite de supervivencia.

A partir de las probabilidades de excedencia en 50 años se obtienen los periodos de retorno por medio de la siguiente ecuación:

$$T = -\frac{L}{\ln(1 - P_r)}$$

L : Periodo de diseño (50 años)

P_r : Probabilidad de excedencia en periodo de diseño



La tasa anual de excedencia es el recíproco del periodo de retorno, y utilizando la curva de peligro sísmico de la ciudad de Guayaquil mostrada en la figura 2.1, se obtienen los correspondientes valores de PGA o Z para los niveles de intensidad sísmica que se utilizan para definir el espectro de desplazamientos.

	Intensidad sísmica	Estructuras normales	Estructuras esenciales	Estructuras críticas
Probabilidad de excedencia en 50 años [8]	Nivel 1	50%	20%	20%
	Nivel 2	10%	4%	2%
	Nivel 3	2%	1%	1%
Periodo de retorno	Nivel 1	72	224	224
	Nivel 2	475	1225	2475
	Nivel 3	2475	4975	4975
Tasa anual de excedencia	Nivel 1	0.0139	0.0045	0.0045
	Nivel 2	0.0021	0.0008	0.0004
	Nivel 3	0.0004	0.0002	0.0002
PGA (Z) Guayaquil	Nivel 1	0.19	0.31	0.31
	Nivel 2	0.40	0.54	0.65
	Nivel 3	0.65	0.87	0.87

Tabla 4.1: Niveles de intensidad sísmica

4.4.1 Estado límite de servicio

El límite de la deformación unitaria a compresión del estado límite de servicio debe corresponder a un valor conservador de la deformación unitaria en la cual inicia el



descascamiento del hormigón no confinado [8]. Esta definición del criterio de desempeño es coherente con el estado límite de servicio ya que por debajo de este estado límite no se necesita reparación. Experimentalmente se ha definido que una deformación unitaria a compresión de 0.004 del hormigón no confinado es un valor conservador para el inicio del descascamiento.

Para el estado límite de servicio se requiere que la estructura tenga un comportamiento elástico o muy cerca a éste, lo cual se logra tomando como límite el valor de la deformación unitaria de fluencia (0.0021) para la deformación unitaria a tensión. Se debe limitar las derivas inelásticas a un máximo de 0.01 para evitar daño en los elementos no estructurales.

De acuerdo a algunos investigadores [8] el límite anterior es excesivamente conservador, y por tal motivo para lugares en los cuales hay condiciones ambientales normales, se puede permitir anchos de grietas de 1 milímetro producidos por un sismo de servicio, lo cual corresponde a una deformación unitaria a tensión de 0.015 para elementos sometidos a compresión y de 0.010 para elementos no sometidos a compresión.

4.4.2 Estado límite de control de daño

El límite de la deformación unitaria a compresión en el hormigón confinado se toma como el punto en el cual ocurre la fractura del acero de refuerzo transversal que provee de confinamiento al núcleo.

Cuando se utiliza la teoría de Mander para hormigones confinados [27], se asume que el hormigón incrementa su resistencia y su ductilidad por causa del confinamiento, y



a partir de dicha teoría se plantea el límite de deformación unitaria a compresión mediante la siguiente expresión [3]:

$$\varepsilon_{c-cd} = 0.004 + 1.4 \frac{\rho_v f_{yh} \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} \leq 0.02$$

ε_{c-cd} : Deformación unitaria a compresión máxima en el hormigón confinado para el estado límite de control de daño.

ρ_v : Cuantía volumétrica de refuerzo transversal [27].

f_{yh} : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal.

ε_{su} : Deformación unitaria máxima del acero de refuerzo transversal.

f'_{cc} : Resistencia a la compresión del hormigón confinado.

$$\rho_v = \frac{4A_{st}}{d_s s}$$

A_{st} : Área de la varilla de acero de refuerzo transversal

d_s : Diámetro del núcleo medido de centro a centro de la espiral.

s : Espaciamiento del acero de refuerzo transversal

En la NEC 2011 se recomienda utilizar un valor de 0.004 si es que no se puede aplicar la teoría de Mander u otro método racional de confinamiento en el hormigón [3]. También se recomienda utilizar 0.025 como límite para la deformación unitaria del acero estructural para el estado límite de control de daño.

No es apropiado utilizar el valor máximo de la deformación unitaria del acero para este límite ya que este valor se obtiene en ensayos de carga monótona y por ende no toma en cuenta los esfuerzos residuales producidos debido a la inversión de esfuerzos que sufre la varilla [8].

Además, cuando se ha producido una gran deformación unitaria a tensión, es posible que cuando ocurra la inversión de esfuerzos, que la varilla tenga una deformación



unitaria de tensión y un esfuerzo de compresión, y que por tal motivo ocurra pandeo en las varillas de refuerzo longitudinal. Se define 0.06 como un límite conservador para la deformación unitaria a tensión del estado límite de control de daño para evitar estos mecanismos de falla no deseados [3].

Se debe limitar las derivas inelásticas a un máximo de 0.025 para evitar daño en los elementos no estructurales, los efectos $P - \Delta$ en la estructura pueden generar amplificación de momentos.

4.4.3 Estado límite de supervivencia

En este estado límite se busca que la estructura no colapse y el objetivo fundamental es evitar las pérdidas de vidas humanas. Se definen los límites de la deformación unitaria a compresión y a tensión como 150% de las deformaciones unitarias correspondientes del estado límite de control de daño [8].

No hay un límite máximo para las derivas inelásticas ya que en este estado límite se permite un daño extenso, y por tal motivo se debe tomar en cuenta los efectos $P - \Delta$ en la estructura ya que debido a los grandes desplazamientos se puede generar una falla por inestabilidad.

4.5 Procedimiento de diseño

En la sección 3.7 se definió el método DDBD para sistemas de un grado de libertad, en esta sección se extiende la primera alternativa presentada para obtener un procedimiento de diseño para pilas de puentes con cimentación superficial. En el



siguiente capítulo se extiende el procedimiento para pilas de puentes con cimentación profunda.

En las pilas de puentes se busca que se formen rótulas plásticas en las columnas y por tal motivo el resto de elementos deben diseñarse para que se comporte elásticamente [7], entre estos elementos se tiene la viga cabezal y la cimentación.

El método, representado en la Figura 4.12, se puede resumir en los siguientes pasos:

- i. *Prediseño*: Primero se debe realizar el diseño de los elementos de la superestructura en función de las cargas gravitacionales, luego se realiza un prediseño de la columna de la pila. Debido a que las cotas del puente están definidos por otros parámetros como el perfil de la vía, nivel de socavación, etcétera, la altura de la pila no varía, y por ende se debe elegir la forma, las dimensiones de la misma y los materiales a ser utilizados.
- ii. *Estados límites*: Se deben elegir los estados límites para el diseño que pueden ser de servicio, de control de daño y de supervivencia. En función de los estados límites, se tienen los criterios de desempeño de la estructura y también el nivel de riesgo sísmico representado por el PGA. Los siguientes pasos se deben repetir para cada estado límite escogido.
- iii. *Curvatura y desplazamiento de fluencia*: Inicialmente se asume una curvatura de fluencia y se calcula el desplazamiento de fluencia de la estructura, se debe colocar un valor razonable para empezar el proceso. Se puede calcular la curvatura de fluencia con las siguientes fórmulas [8]:

$$\phi_y = \begin{cases} \frac{2.25\varepsilon_y}{D} ; \text{círculo} \\ \frac{2.10\varepsilon_y}{H} ; \text{rectángulo} \end{cases}$$

ε_y : Deformación unitaria de fluencia del acero de refuerzo.

D : Diámetro de columna circular.



H : Altura de columna rectangular (distancia perpendicular al eje de flexión).

El desplazamiento de fluencia se puede calcular utilizando la ecuación:

$$\Delta_y = \frac{\phi_y L^2}{3}$$

- iv. *Deformación unitaria y curvatura de diseño:* En función de los criterios de desempeño definidos en la sección anterior y estado límite escogido, determinar las deformaciones unitarias máximas a compresión en el hormigón y a tensión en el acero de refuerzo. Asumir una posición del eje neutro, calcular las respectivas curvaturas para ambas deformaciones unitarias, y elegir la menor curvatura obtenida como la curvatura de diseño.
- v. *Desplazamiento de diseño y ductilidad de diseño:* A partir de la curvatura de diseño, la curvatura de fluencia y el desplazamiento de fluencia, se calcula el desplazamiento de diseño utilizando la siguiente ecuación deducida en el capítulo 1 para pilas de una columna:

$$\Delta_u = \Delta_y + (\phi_u - \phi_y) L_p \left(L - \frac{L_p}{2} \right)$$

Δ_u : Desplazamiento de diseño

Δ_y : Desplazamiento de fluencia

ϕ_u : Curvatura de diseño

ϕ_y : Curvatura de fluencia

L : Longitud de la columna

L_p : Longitud de la rótula plástica

La longitud de la rótula plástica se puede evaluar por medio de la siguiente expresión [9]:

$$L_p = 0.08L + 9d_{long} \geq 18d_{long}$$

d_{long} : Diámetro de las varillas de refuerzo longitudinal asumidas.

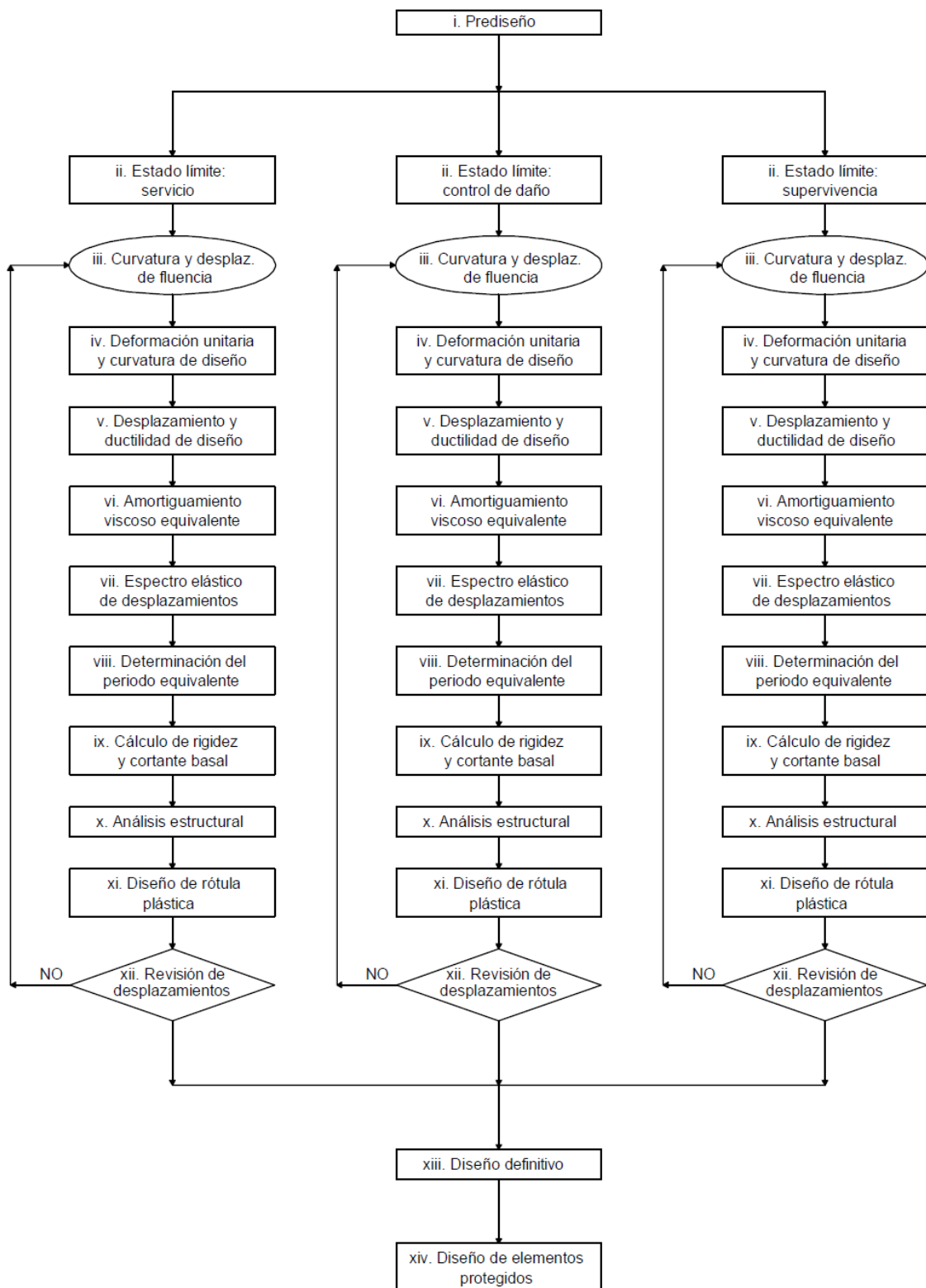


Figura 4.12: Diagrama de flujo: Procedimiento del Método de diseño directo basado en desplazamientos para pilas de puentes con cimentación superficial



Luego se calcula el desplazamiento de diseño en función de la rotación máxima total acorde al estado límite de diseño escogido. Se comparan los desplazamientos de diseño obtenidos por ambos métodos y se escoge el menor de ellos. Luego se calcula la ductilidad de diseño utilizando la ecuación:

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$$

μ_{Δ} : Ductilidad de desplazamiento de la pila.

- vi. *Amortiguamiento viscoso equivalente*: Se determina el amortiguamiento viscoso equivalente de la estructura como la suma del amortiguamiento viscoso lineal y el amortiguamiento histerético a partir del material y la ley de histéresis considerada. (sección 3.4)
- vii. *Espectro elástico de desplazamientos*: Se construye un espectro elástico de desplazamientos para un amortiguamiento viscoso igual al amortiguamiento viscoso equivalente, considerando los parámetros adecuados del suelo y de sismicidad local tomando en cuenta el PGA de acuerdo al estado límite escogido (Tabla 4.1).
- viii. *Determinación del periodo equivalente*: Utilizando el desplazamiento de diseño, se obtiene el periodo equivalente a partir del espectro elástico con un amortiguamiento igual al amortiguamiento viscoso equivalente como se muestra en la Figura 4.13. En el caso de que sólo se disponga de un espectro de desplazamientos con amortiguamiento igual al 5%, se debe utilizar el factor de reducción de la demanda sísmica para modificar el periodo obtenido del espectro de desplazamientos.
- ix. *Cálculo de rigidez y cortante basal*: Se calcula la rigidez equivalente en función de la masa y el periodo equivalente, y por medio de la siguiente ecuación:

$$K_{eq} = \frac{4\pi^2 m_{eq}}{T_{eq}^2}$$



K_{eq} : Rigidez de la estructura equivalente.

m_{eq} : Masa participativa de la pila.

T_{eq} : Periodo de la estructura equivalente.

Se determina el cortante basal en función del desplazamiento de diseño y la rigidez equivalente, y por medio de la ecuación:

$$V_s = K_{eq} \Delta_u$$

V_s : Cortante basal actuante.

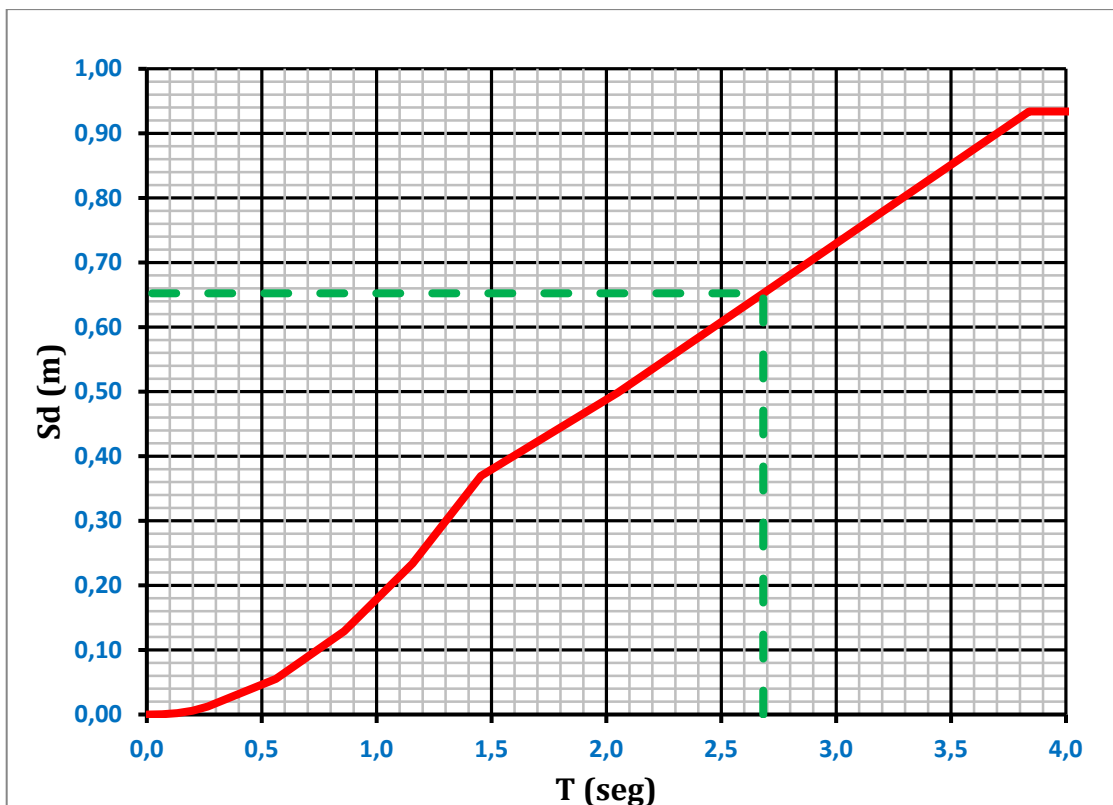


Figura 4.13: Determinación del periodo equivalente a partir del desplazamiento de diseño y el espectro de desplazamientos elástico

- x. *Análisis estructural:* A partir del cortante basal se halla la fuerza de fluencia, si se utiliza el diagrama bilineal de fuerzas versus desplazamiento para la estructura real, se debe utilizar la ecuación:



$$f_y = \frac{V_s}{1 + \alpha\mu - \alpha}$$

α : Relación entre la pendiente del rango plástico y la pendiente del rango elástico en la curva bilineal de fuerza versus desplazamiento.

f_y : Fuerza de fluencia

Se determina el momento de fluencia y el momento último en la columna a partir de la fuerza de fluencia, el cortante basal y la altura de la pila, y se calcula la carga axial en función de la masa. Se deben evaluar los efectos P - Δ en la pila y amplificar los momentos obtenidos si es necesario.

- xi. *Diseño de rótula plástica:* A partir de las fuerzas internas del paso anterior, se determina el refuerzo longitudinal y transversal correspondiente si el elemento es de hormigón armado, y se debe realizar un análisis de momento curvatura de la sección, a partir del cual se obtienen el momento de fluencia y la curvatura de fluencia.

Se calcula la rigidez del sistema a partir de las propiedades determinadas, y luego se calcula el desplazamiento de fluencia utilizando la rigidez del sistema y la fuerza de fluencia del elemento por medio de la siguiente ecuación:

$$\Delta_y = \frac{f_y}{K}$$

K : Rigidez de la columna calculada en función de las propiedades.

- xii. *Revisión de desplazamiento de fluencia:* Si el desplazamiento de fluencia y la curvatura de fluencia del paso anterior no coinciden con el desplazamiento de fluencia y la curvatura de fluencia asumidos inicialmente, se debe regresar al paso iii y repetir el proceso. Además, se deben revisar las demás hipótesis utilizadas como la ubicación del eje neutro, el diámetro del acero de refuerzo longitudinal utilizado y la cuantía de refuerzo transversal.



- xiii. *Diseño definitivo:* En la evaluación del procedimiento para cada estado límite se pueden obtener distintos diseños para el acero de refuerzo longitudinal y transversal. Se escoge el más severo de todos los diseños obtenidos como el diseño definitivo de la columna.
- xiv. *Diseño de elementos protegidos:* A partir del diseño definitivo se debe hallar la capacidad probable de la columna utilizando un factor de sobrerresistencia Ω que puede ser 1.25 si se consideraron en el diseño los efectos del endurecimiento por deformación en el acero de refuerzo o 1.60 si no se consideraron [8]; en su defecto se puede hallar la capacidad probable de la columna utilizando las capacidades probables de los materiales de acuerdo a la Tabla 4.2 tomada de las recomendaciones de AASHTO LFRD 2007 [7].

Capacidad probable de cada material	
Esfuerzo de fluencia del acero	1.25 f_y
Resistencia del hormigón	1.50 f'_c

Tabla 4.2: Capacidad probable de cada material [7]

Luego de obtener la capacidad probable a flexión o momento probable de la columna, se obtiene el cortante sísmico actuante en la columna como se muestra en la Figura 4.14.

Se puede expresar el cortante sísmico por medio de la siguiente ecuación para la columna de la pila:

$$V_E = \frac{M_{pr}}{L} = \frac{\Omega M_n}{L}$$

V_E : Cortante sísmico de la columna.

M_{pr} : Momento resistente probable de la columna.

L : Longitud de la columna.

Ω : Factor de sobrerresistencia.

M_n : Momento resistente obtenido en el diseño definitivo.

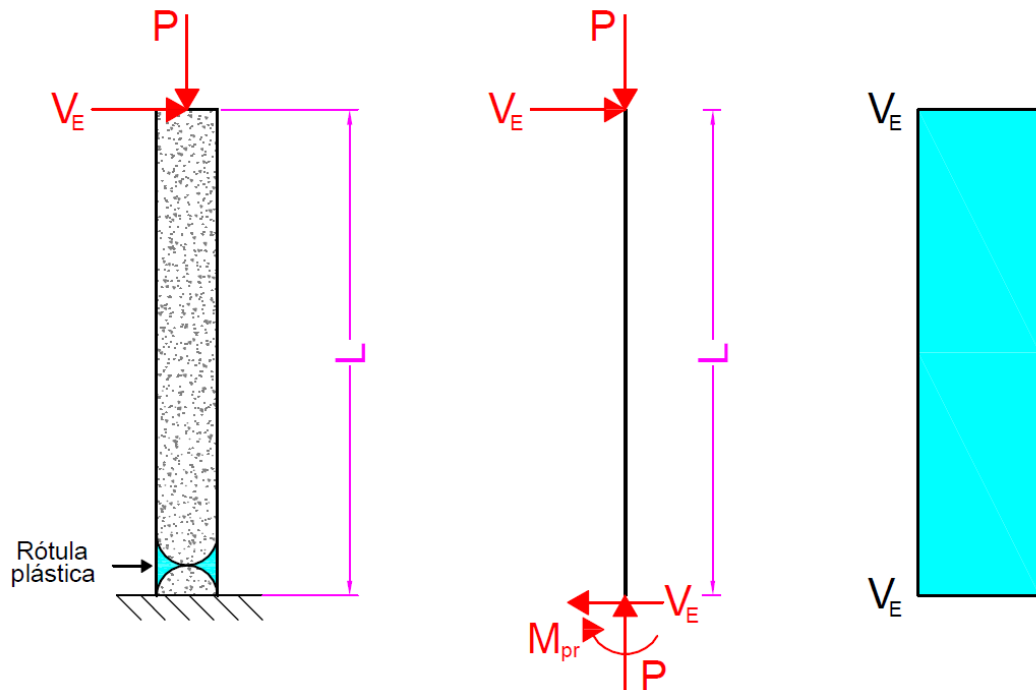


Figura 4.14: Pila con rótula plástica y cortante sísmico

El cortante sísmico es la demanda de cortante en la columna. Se debe comprobar que la capacidad a cortante con factores de reducción de resistencia sea menor que la demanda de cortante, es decir, se debe verificar que el refuerzo transversal suministrado sea suficiente; en el caso de no ser adecuado, se debe incrementar el refuerzo transversal y repetir el procedimiento con dicho refuerzo transversal.

Finalmente, se diseña la cimentación superficial tomando en cuenta los estados de carga gravitacionales y el estado de cargas sísmico representado por la capacidad probable de la columna. Se debe procurar que la cimentación se comporte elásticamente para los momentos flectores.



CAPÍTULO 5

DESARROLLO DE UN MODELO ESTRUCTURAL CON INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA PARA PILAS DE PUENTES



CAPÍTULO 5

DESARROLLO DE UN MODELO ESTRUCTURAL CON INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA PARA PILAS DE PUENTES

5.1 Introducción

En el CAPÍTULO 4 se explicó la necesidad de utilizar cimentaciones profundas en las pilas de puentes de la ciudad de Guayaquil. Posteriormente se describió el procedimiento completo de diseño aplicando el método de diseño directo basado en desplazamientos (DDBD) para pilas de puentes con cimentación superficial.

El caso de pilas de puentes con cimentación profunda se trata en el presente capítulo, la diferencia es que ahora la columna no se encuentra perfectamente empotrada por la zapata, sino que se genera un desplazamiento en la base de la columna debido a la flexibilidad lateral de los pilotes. Sin embargo, los pilotes se encuentran rodeados por el suelo que también tiene una cierta flexibilidad, y por tal motivo se debe considerar la interacción que existe entre el suelo subyacente a la pila y la estructura.

En el presente capítulo se desarrolla un modelo en el software OpenSees [26] de pilas de puentes cuya cimentación está conformada por una zapata rígida en su plano que



se apoya sobre un grupo de pilotes considerando la interacción entre el suelo y los pilotes, el modelo está orientado al uso del método DDBD; también se extiende el procedimiento de diseño del CAPÍTULO 4 para las pilas de puentes con pilotes.

5.2 Alcance del modelo

La estructura modelada consiste en una pila de puente con una columna de hormigón armado que se soporta sobre una zapata rígida, y ésta a su vez descansa sobre un grupo de pilotes enterrados en arcillas blandas, y la punta de los pilotes penetra en un estrato competente compuesto por arenas densas como se muestra en la Figura 5.1. El modelo fue realizado en el software OpenSees versión 2.3.2, los comandos específicos utilizados se explican en las siguientes secciones.

Las hipótesis del modelo son las siguientes:

- El modelo tiene dos direcciones: la dirección vertical y la dirección transversal del puente, y se consideran 3 grados de libertad en cada nudo.
- El efecto de la superestructura: vigas longitudinales, tablero, viga cabezal, etcétera; se considera mediante una masa agrupada en el extremo superior de la columna y la correspondiente carga vertical debido al peso.
- Las vigas longitudinales del puente se colocan sobre apoyos simples y por tal motivo sólo hay transferencia de carga vertical entre la superestructura y la subestructura.
- La viga cabezal es simétrica con respecto a la columna, de igual manera las vigas de la superestructura están ubicadas simétricamente en la viga cabezal, de tal modo que no se generan momentos en la parte superior de la columna y se puede considerar como un nudo libre.
- La columna y los pilotes están conformados de hormigón armado. La columna puede ser circular o rectangular. Los pilotes pueden ser circulares o cuadrados, y todos ellos tienen la misma forma.

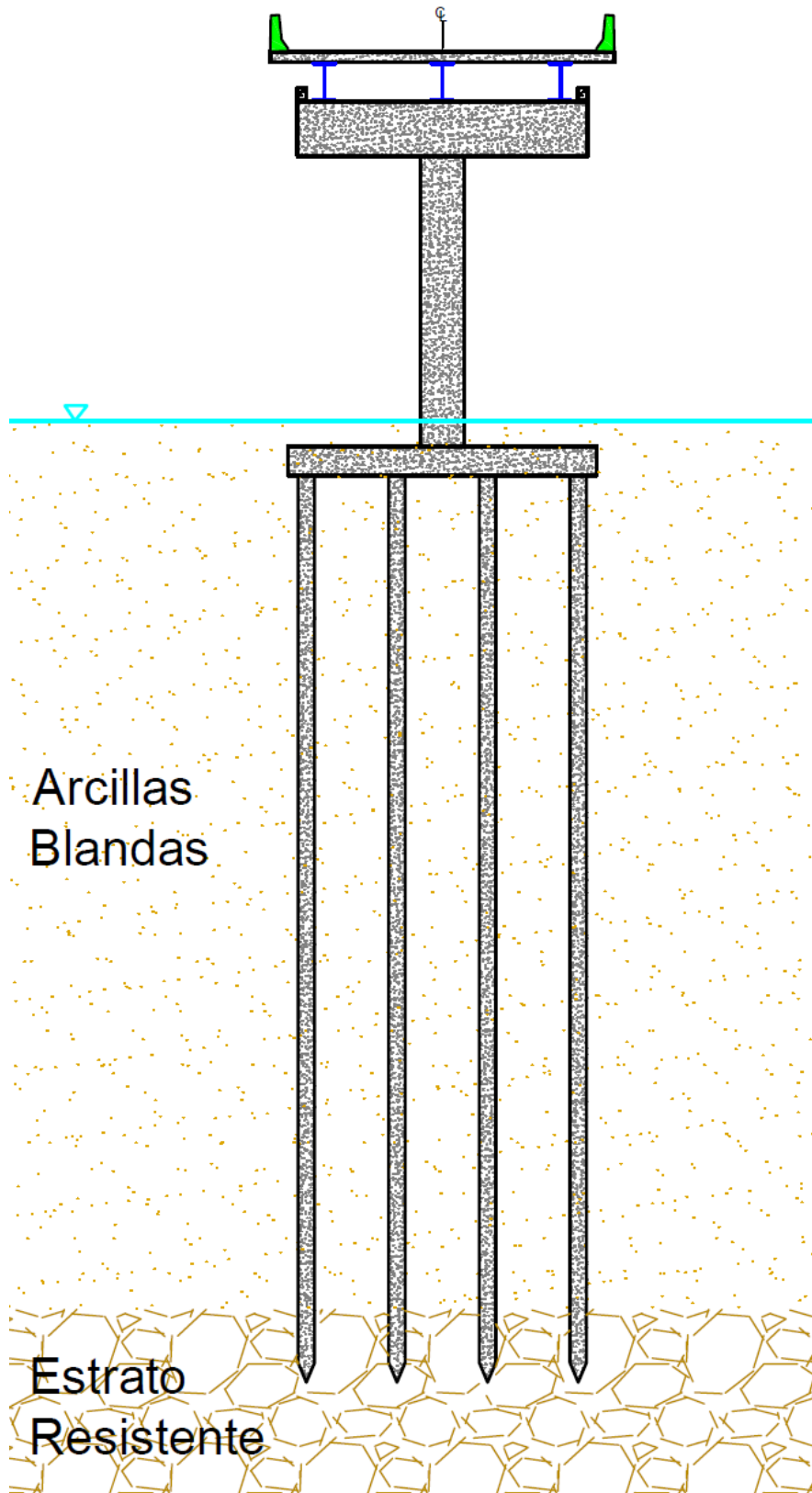


Figura 5.1: Pila desarrollada en el modelo



- La columna y los pilotes fueron modelados por medio de elementos longitudinales (frames) debido a que la longitud es mucho mayor que las dimensiones transversales de dichos componentes.
- La zapata se considera como un elemento muy rígido en su plano, y por tal motivo se incluye en el modelo por medio de una coacción de diafragma entre el extremo inferior de la columna y el extremo superior de todos los pilotes.
- Se desprecia el efecto de la interacción entre la columna y el suelo ya que usualmente la profundidad enterrada de la misma es muy pequeña.
- El efecto de la interacción entre los pilotes y el suelo se expresa mediante resortes no lineales laterales como se explicará en la sección 5.4.
- Se considera la posibilidad de colocar varias filas de pilotes. Si hay más de una fila de pilotes, las restantes se modelan en la misma posición pero se utilizan nudos y elementos distintos entre las filas.
- El espaciamiento de centro a centro entre pilotes en la dirección transversal es la misma en cada una de las filas de pilotes.
- Se asume que todos los pilotes tienen igual longitud y que los pilotes tienen una profundidad suficiente como se describirá en la sección 5.4.
- El suelo subyacente a la pila del puente es una arcilla blanda. Se considera que todo el estrato del suelo es uniforme en el fuste de los pilotes y que la punta de éstos se encuentran en un estrato resistente.
- Como se explicará en la sección 5.4, se desprecia el efecto del resorte no lineal lateral en la punta de los pilotes, y en su lugar se considera una restricción lateral en la parte inferior de los pilotes.
- Como se explicará en la sección 5.4, se desprecia el efecto de los resortes no lineales verticales en el fuste de los pilotes. También se desprecia el efecto de los resortes no lineales verticales en la punta de los pilotes, y en su lugar se considera una restricción vertical en la parte inferior de los pilotes.
- Los materiales definidos consideran la interacción entre las fuerzas axiales y los momentos flectores. Sin embargo, no se considera los efectos de la interacción entre el cortante y demás fuerzas internas.

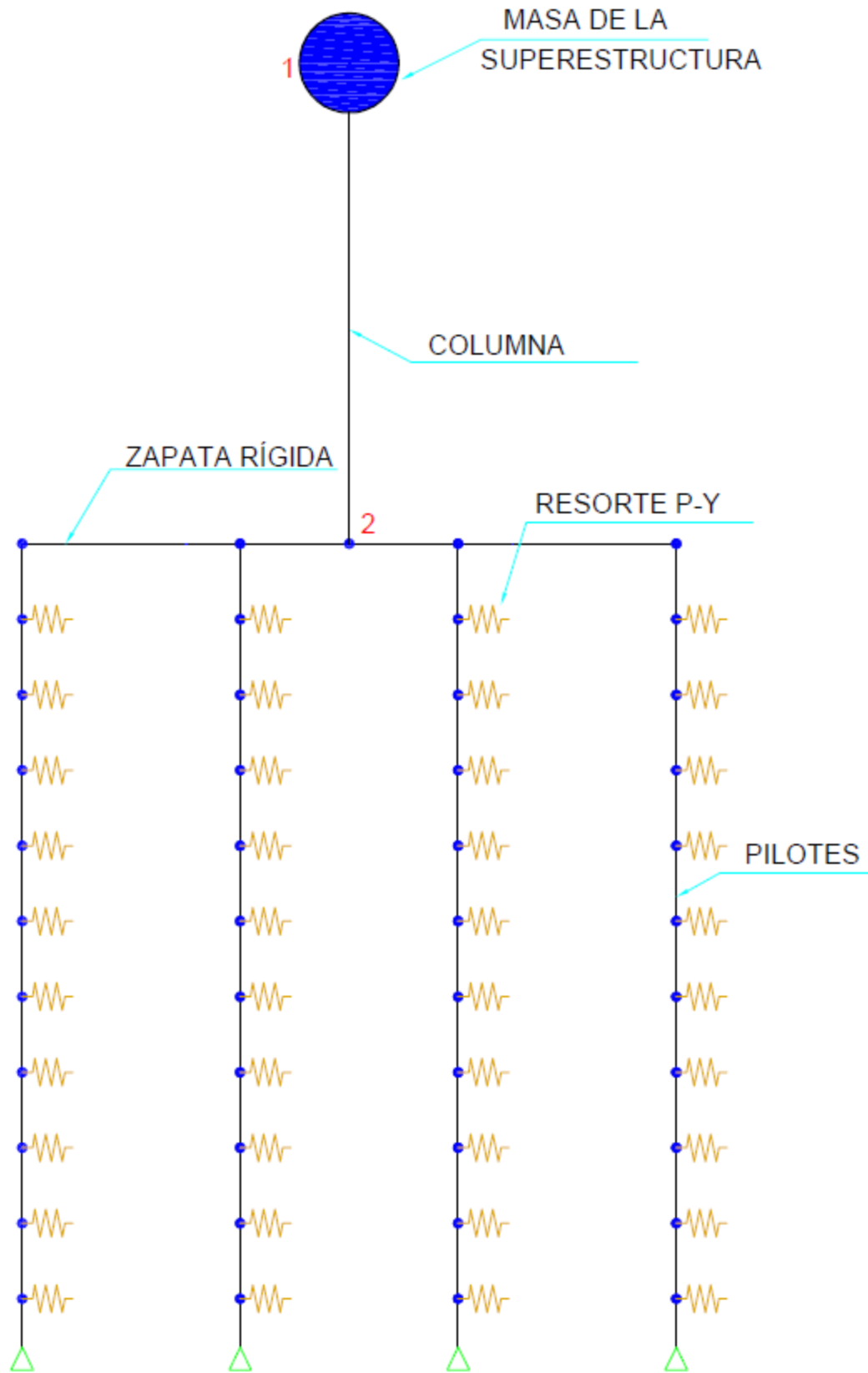


Figura 5.2: Modelo estructural

5.3 Sistema gravitacional

Las cargas gravitacionales sobre el puente son transmitidas por el tablero a las vigas longitudinales que a su vez las transmiten a los apoyos sobre la viga cabezal. La viga cabezal transmite las cargas a la columna, la columna transmite la carga a la zapata rígida y ésta transmite la carga a los pilotes. Finalmente, los pilotes transmiten parte de la carga gravitacional al suelo por fuste y la mayoría restante al suelo en la punta. La columna y los pilotes son los únicos componentes del sistema gravitacional incluidos en el modelo.

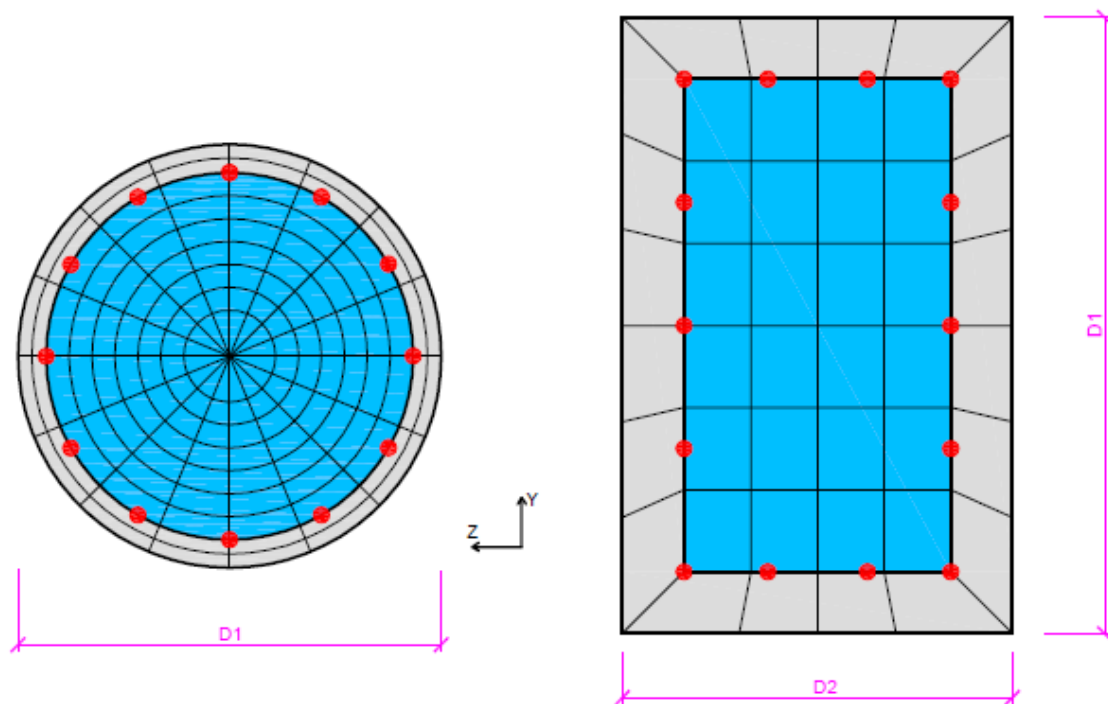


Figura 5.3: Secciones definidas con fibras

Para la definición de los elementos de la columna y los pilotes se definió la sección por medio de fibras, para lo cual se utilizó el script `tesis.confined.tcl`. Este script realiza dos tareas: define el comportamiento de los materiales en el elemento y luego define la sección con fibras en base de dichos materiales.

La forma del elemento puede ser circular o rectangular, la definición de algunas de las variables utilizadas se muestra en la Figura 5.3. En los elementos rectangulares se

llama base a la dimensión en la dirección en la cual actúa el momento flector y altura a la dimensión en la dirección ortogonal a la dirección de la base.

Sin importar la forma del elemento, se consideran 3 materiales: hormigón confinado, hormigón no confinado y acero de refuerzo longitudinal. Los materiales se definen en función de las curvas esfuerzo – deformación unitaria.

La curva esfuerzo – deformación unitaria considera el confinamiento provisto en el elemento que está caracterizado por el tipo de confinamiento, el diámetro de la varilla y el espaciamiento del confinamiento. Si la columna es circular, se utiliza la teoría de Mander [27] para la construcción de la curva esfuerzo – deformación. Un ejemplo de la curva esfuerzo – deformación para hormigón confinado y no confinado de acuerdo a esta teoría se muestra en la Figura 5.4.

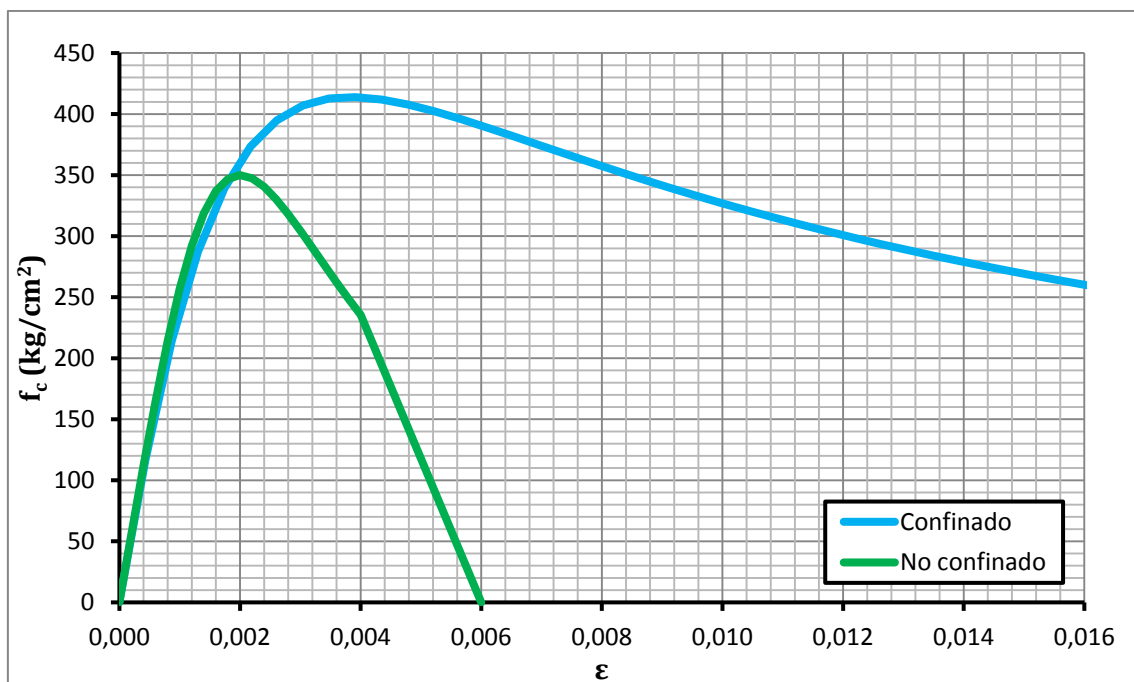


Figura 5.4: Curva esfuerzo – deformación: columnas circulares [27]

Por otro lado, si la columna es rectangular, se utiliza la teoría de Kent & Park [28] para la construcción de la curva esfuerzo – deformación. Un ejemplo de tal curva para hormigón confinado de acuerdo a la teoría de Ken & Park se muestra en la Figura 5.5.

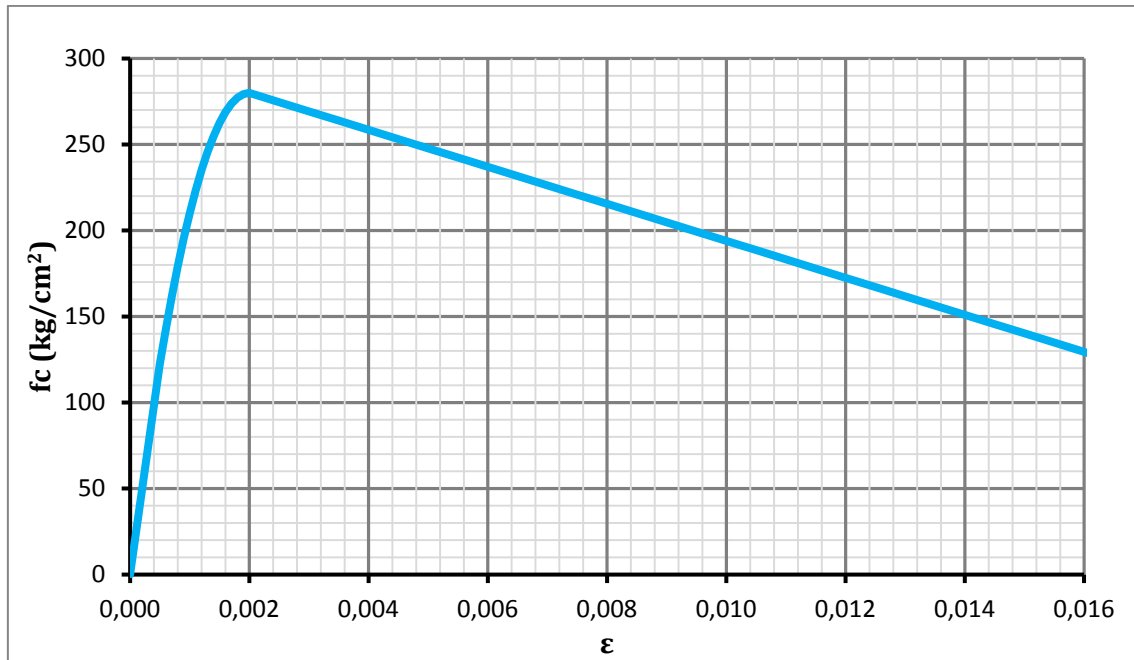


Figura 5.5: Curva esfuerzo – deformación: columnas rectangulares [28]

La curva esfuerzo – deformación del hormigón no confinado se toma de la teoría de Mander [27], en la cual se asume que la curva tiene una forma parabólica hasta el punto en el cual la deformación unitaria es el doble de la deformación unitaria en el punto de máximo esfuerzo, y luego baja linealmente hasta el punto en el cual la deformación unitaria es igual a la deformación unitaria de descascaramiento.

El hormigón confinado según la teoría de Mander se considera mediante el material Concrete04 [26], el hormigón confinado según la teoría de Park se considera mediante el material Concrete01 [26] y el hormigón no confinado se considera mediante el material Concrete02 [26].

La curva esfuerzo – deformación del acero de refuerzo se basa en el modelo de Giufré – Menegotto – Pinto [29], en la cual se considera la fluencia a partir del esfuerzo de fluencia y el endurecimiento por deformación a partir de la razón de endurecimiento por deformación. Este material se considera mediante el comando de material uniaxial Steel02 [26] en el software OpenSees.



La sección del elemento se divide en 3 zonas: el núcleo, el recubrimiento y la interfaz. Al núcleo se le asigna el material hormigón confinado correspondiente a su forma, al recubrimiento se le asigna el material hormigón no confinado, y en la interfaz se colocan fibras del material acero de refuerzo en igual cantidad y distribución que el refuerzo longitudinal.

La discretización de la sección depende de su forma. En secciones circulares, el núcleo es un círculo, el recubrimiento es un anillo y la interfaz es una circunferencia entre el núcleo y el recubrimiento. Estas zonas se dividen radialmente y circunferencialmente.

En secciones rectangulares, el núcleo es un rectángulo, el recubrimiento es un tubo rectangular y la interfaz en el perímetro del núcleo. El núcleo se divide en rectángulos pequeños de lados paralelos a éste, el recubrimiento se divide en 4 zonas con forma de trapecio isósceles y cada una de ellas se discretiza en cuadrilátero más pequeños. En la Figura 5.3 se muestra la discretización típica para secciones circulares y rectangulares.

5.4 Interacción suelo – pilote

Cuando se ejerce una carga lateral a un pilote enterrado, el pilote se defleca y por tal motivo se genera una reacción en el suelo representado por una distribución de presiones no uniforme. La distribución de presiones determina las deformaciones del suelo, y a su vez, las deformaciones del suelo controlan los esfuerzos en el pilote que rigen las deformaciones en el mismo [30].

El argumento anterior muestra que existe una interdependencia entre las deformaciones en el suelo y en el pilotes, la cual se conoce como interacción suelo – pilote. Existen varias maneras de modelar la interacción suelo – pilote, en este trabajo se considera el método de las curvas $p - y$.

El método se basa en reemplazar el suelo por una serie de mecanismos (resortes) que representan la resistencia del suelo p en función de la deformación y . Los mecanismos utilizados son resortes que presentan una relación no lineal entre p e y .

Idealmente se deben colocar los resortes continuamente sobre la longitud total del pilote, sin embargo, la utilidad del método se basa en la solución del problema por medio de métodos numéricos de la ecuación diferencial parcial que representa el fenómeno, y por tal motivo se realiza una discretización del pilote en la cual en cada nudo se coloca un resorte $p - y$.

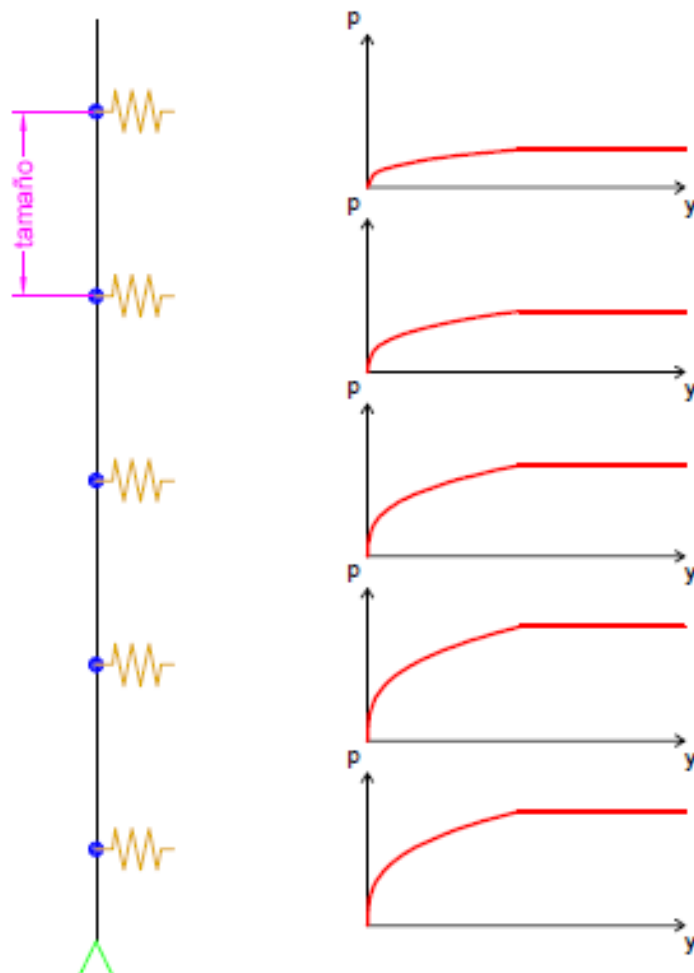


Figura 5.6: Curvas $p - y$ en resortes no lineales



Las curvas $p - y$ de cada resorte dependen de las características del material adyacente y de la profundidad del nudo. Para arcillas blandas bajo el nivel freático, como es el caso de los estratos superficiales en gran parte de la ciudad de Guayaquil, se puede utilizar el método desarrollado por Matlock [31].

Es recomendable obtener los parámetros necesarios por medio de un ensayo triaxial no consolidado no drenado (UU) considerando una presión de confinamiento igual al esfuerzo efectivo real de la muestra.

La curva $p - y$ estática de Matlock [31] se expresa por medio de la siguiente ecuación:

$$p = 0.5 \left(\frac{y}{y_{50}} \right)^{\frac{1}{3}} p_{ult} \leq p_{ult}$$

y : Deformación en el suelo en el resorte $p - y$.

p : Reacción en el suelo para la deformación y en ancho de influencia

p_{ult} : Resistencia última lateral del suelo.

y_{50} : Deformación para el 50% de la resistencia última lateral.

Esta curva se puede normalizar como se muestra en la figura 4.7, representando la ecuación de la siguiente manera:

$$\frac{p}{p_{ult}} = 0.5 \left(\frac{y}{y_{50}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 1$$

La resistencia última lateral por metro lineal de pilote se puede calcular por medio de la siguiente ecuación [31]:

$$p_{ult} = \left(3 + \frac{\gamma'}{s_u} z + \frac{J}{B} z \right) s_u B \leq 9 s_u B$$

z : Profundidad del punto en el suelo.



γ' : Peso específico efectivo promedio desde la superficie a la profundidad z .

s_u : Resistencia no drenada al corte en la profundidad z .

B : Ancho del pilote.

J : Parámetro empírico que vale 0.5 para arcillas blandas y 0.25 para arcilla media.

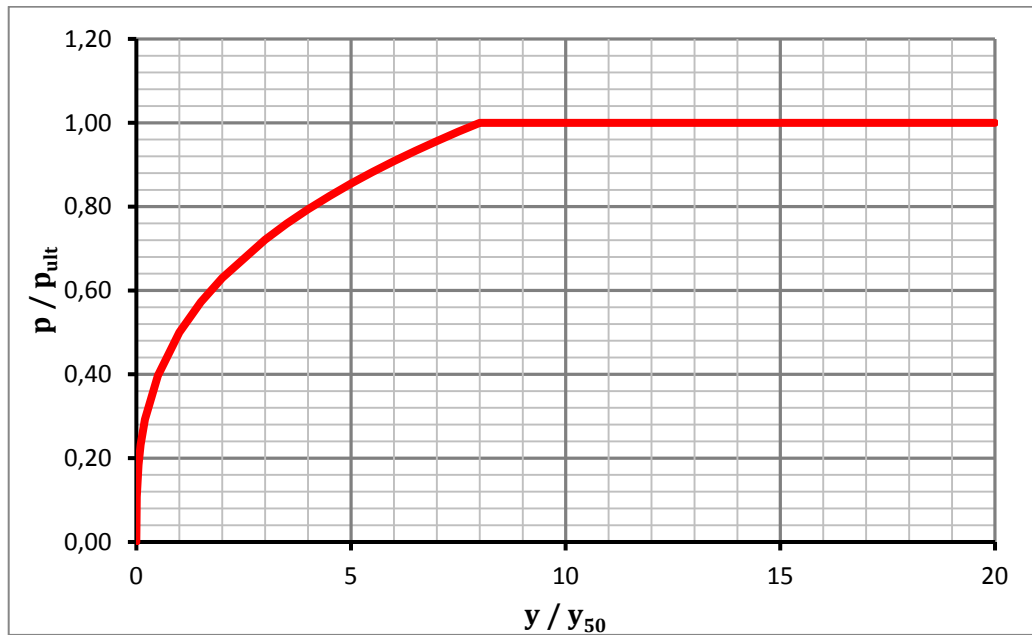


Figura 5.7: Curva $p - y$ característica

La deformación al 50% de la carga última lateral se puede obtener por medio de la siguiente expresión [31]:

$$y_{50} = 2.50 \varepsilon_{50} B$$

ε_{50} : Deformación unitaria para el 50% de la resistencia no drenada máxima.

La deformación unitaria para el 50% de la resistencia no drenada máxima se puede obtener a partir de ensayos triaxiales, en su defecto, se puede utilizar la Tabla 5.1 [30] que muestra valores típicos de este parámetro para arcillas normalmente consolidadas y arcillas sobreconsolidadas. Para la ciudad de Guayaquil, el valor típico de ε_{50} de acuerdo a la Tabla 5.1 es 0.020.



Normalmente consolidadas		Sobreconsolidadas	
S_u kPa	ϵ_{50}	S_u kPa	ϵ_{50}
0 - 48	0.020	50 - 100	0.007
48 -96	0.010	100 - 200	0.005
96 -192	0.005	200 - 400	0.004

Tabla 5.1: Valores típicos de ϵ_{50} en arcillas [30]

El software OpenSees presenta el material PySimple1 para la modelación del suelo utilizando curvas $p - y$. Este material considera el comportamiento del suelo ante cargas cíclicas, por tal razón es necesario definir adicionalmente el coeficiente de arrastre C_d y el amortiguamiento viscoso por efectos de radiación. Se debe definir la resistencia lateral última como una fuerza en lugar de fuerza por metro de pilote.

Las ecuaciones que cumplen el comportamiento de PySimple1 son basadas en la teoría de Boulanger et al [32], cuya envolvente para arcillas blandas corresponde a las curvas de Matlock, con cambios menores en la implementación para OpenSees [26].

El comportamiento no lineal $p - y$ está conceptualizado como componentes en serie: elástica, plástica, y de vacíos. El amortiguamiento por radiación está modelado por medio de un amortiguador de la componente elástica de campo lejano. La componentes de vacíos consiste en un resorte no lineal de cierre en paralelo con un resorte no lineal de arrastre [26].

El componente plástico tiene un rango inicial de comportamiento rígido antes de que la primera fluencia plástica ocurra bajo una carga vírgen. El rango rígido de p se traduce en plastificación o endurecimiento cinemático. Más allá del rango rígido, el componente de la carga plastica se describe por medio de la siguiente expresión [26]:



$$p = p_{ult} - (p_{ult} - p_o) \left(\frac{c y_{50}}{c y_{50} + |y_p - y_0^p|} \right)^n$$

El resorte de cierre ($p^c - y^g$) se describe por medio de la siguiente expresión [26]:

$$p^c = 1.8 p_{ult} \left(\frac{y_{50}}{y_{50} + 50(y_o^+ - y^g)} - \frac{y_{50}}{y_{50} + 50(y_o^- - y^g)} \right)$$

Los vacíos crecen en el lado positivo cuando la deformación plástica ocurre en el lado negativo de los mismos. Este resorte de cierre permite una transición suave en el comportamiento de desplazamiento de las cargas cuando los vacíos se abren y se cierran.

El resorte no lineal de arrastre se describe por medio de la siguiente expresión [26]:

$$p^d = C_d p_{ult} - (C_d p_{ult} - p_o^d) \left(\frac{y_{50}}{y_{50} + 2|y^g - y_0^g|} \right)^n$$

Las tres ecuaciones son utilizadas en el software OpenSees con pequeñas variaciones, para arcillas blandas se utilizan por defecto los valores: $c = 10$, $n = 5$ y $C_r = 0.35$ [26]. El usuario debe definir los valores de p_{ult} , y_{50} y C_d .

El amortiguamiento viscoso de la componente elástica del material p-y es incluido en la aproximación del amortiguamiento por radiación. En OpenSees el amortiguador viscoso es colocado a través de todo el material, pero la fuerza viscosa es calculada proporcionalmente a la componente de la velocidad que puede ser desarrollada en un material cuyo componente no sea elástico. Además, la fuerza total a través del material se restringe de manera que la magnitud sea como máximo p_{ult} , de modo que las fuerzas de amortiguamiento no causen que la fuerza total exceda la capacidad del suelo [26].

Se debe tener en cuenta que se pueden desarrollar oscilaciones numéricas en las fuerzas de amortiguamiento viscoso bajo cargas transitorias con ciertos algoritmos de



solución y tasas de amortiguamiento, por tal motivo, cuando se realicen análisis dinámicos es preferible usar el algoritmo HHT (Hilbert – Hughes – Taylor) ante el algoritmo de Newmark [26].

5.5 Modelo con interacción suelo – estructura

El modelo desarrollado en OpenSees incluye la interacción entre el suelo y la estructura. Los scripts realizados para el modelo se pueden observar en el apéndice D, junto con una explicación adicional de los comandos empleados. En la sección 4.3 se describió la manera en que se definen los materiales de la columna y los pilotes. A continuación se explica la manera en que se modeló el resto de elementos.

Para el modelado de la zapata, se asignó una coacción de diafragma entre el extremo inferior de la columna y el extremo superior de cada una de las cabezas del pilote, la coacción de cuerpo asigna iguales grados de libertad en la dirección longitudinal en los nudos mencionados.

Para la definición de los resortes $p - y$ se realizó una discretización de los pilotes. Cada pilote se dividió en elementos de un tamaño aproximadamente igual al ancho del pilote de modo que la precisión sea adecuada.

En cada uno de los extremos de los subelementos en los que se dividió cada pilote se colocaron 3 nudos, por tal motivo los nudos en los pilotes se pueden separar en 3 grupos: nudos fijos, nudos esclavos y nudos de pilote. La numeración de los nudos para cada grupo de nudos empieza en la cabeza del pilote empezando por el grupo de nudos fijos, luego el grupo de nudos esclavos y finalmente el grupo de nudos de pilote. La numeración de los nudos se realiza automáticamente en función del número de pilotes por fila, el número de filas y el tamaño de los subelementos.



Los resortes son generados usando elementos de longitud cero asignando un comportamiento uniaxial en la dirección lateral. Los elementos de longitud cero son definidos por medio del comando `zeroLength` [26]. Estos elementos conectan los nodos fijos y los nodos esclavos, y se les asigna un material `PySimple1` [26] en la dirección horizontal.

Como se usan elementos de longitud cero para los resortes, los pares de nodos comparten la misma posición. A los nodos fijos se les asigna restricciones en los 3 grados de libertad y a los nodos esclavos se les asigna inicialmente restricciones en la dirección vertical.

Se asume que el estrato de suelo es uniforme y por tal motivo se ingresan los siguientes parámetros:

- Resistencia última no drenada
- Peso específico del suelo
- Deformación unitaria al 50% de la resistencia última no drenada
- Coeficiente de arrastre
- Amortiguamiento viscoso

En cada resorte, a partir de la profundidad de los nudos que une, la resistencia última no drenada, el peso específico, el ancho del pilote y el tamaño de los subelementos; se obtiene el valor de la fuerza resistente lateral última p_{ult} que se necesita para la definición del material `PySimple1` [26] a dicha profundidad.

Un esquema idealizado del modelo de un pilote con resortes laterales y verticales se muestra en Figura 5.8. Los nodos de pilote se utilizan para definir los elementos de pilotes, y se les asigna iguales grados de libertad con los nodos esclavos usando el comando `equalDOF` [26], considerando los nodos de pilote como los nodos maestros.

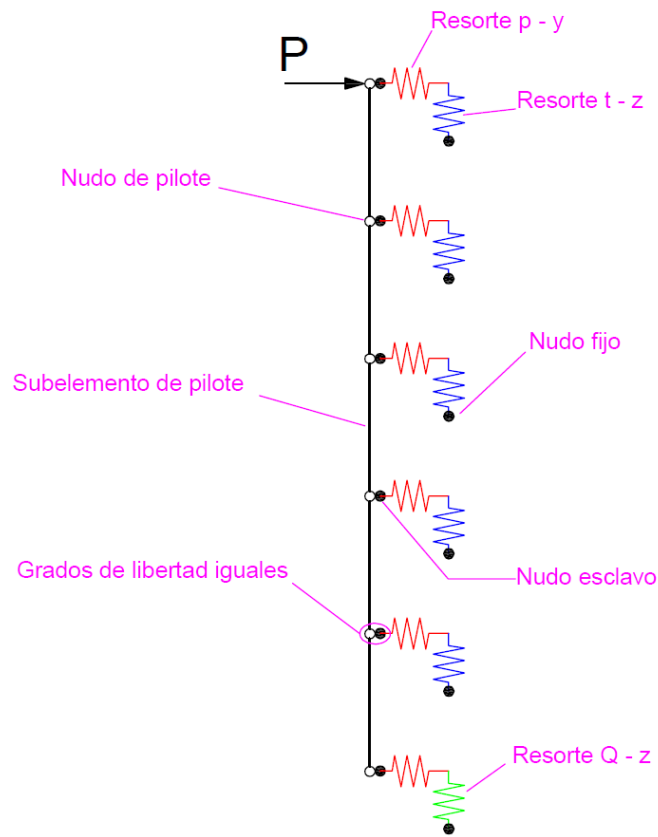


Figura 5.8: Esquema de un pilote con resortes laterales y verticales

Como se puede observar en la Figura 5.8, es posible colocar resortes verticales $t - z$ a todo lo largo del fuste del pilote, y resortes verticales $Q - z$ en la punta del pilote. Sin embargo, en el presente modelo no se colocaron estos tipos de resorte por dos razones:

- Los asentamientos admisibles en pilotes son muy bajos, típicamente menores al 5% del ancho del pilote, y por tal motivo una cimentación con grupos de pilotes diseñada adecuadamente, es decir, considerando los estados de carga vertical y carga sísmica, tiene únicamente pequeños desplazamientos. Por ende el efecto que genera en la estructura de la pila es despreciable.
- Los asentamientos esperados se generan debido a la carga vertical sostenida, es decir la carga muerta y un porcentaje de carga viva, de tal manera éstos no aumentan durante un evento sísmico, con la excepción de que los pilotes no hayan sido diseñados para la carga axial obtenida en el estado sísmico y por tal motivo se produzca una falla que conlleva grandes asentamientos.



En lugar de este tipo de resorte, se colocó una restricción a la traslación en las direcciones vertical y horizontal en la punta de todos los pilotes.

5.6 Metodología de aplicación del modelo

Para poder aplicar el modelo es necesario instalar el software OpenSees que se puede descargar sin costo alguno de la página web del software [26]. Previo a la ejecución del modelo, se debe abrir el archivo tesis.modelo.tcl, y en las primeras líneas se muestran las variables independientes. Se colocan los valores deseados por el usuario para las variables mostrados en la Tabla 5.2, también se muestra la definición de las variables. Luego se procede a grabar el archivo y a ejecutarlo por medio de comando source en el software OpenSees.

Una vez ejecutado el modelo, se muestra una figura similar a la mostrada en la Figura 5.9 que muestra la deformada la estructura y va variando hasta llegar al desplazamiento máximo.

Luego se cierra el programa y se genera una carpeta llamada resultados.modelo en la cual se encuentra los outputs del modelo. El output generado es la deformación en el extremo superior e inferior de la columna, el esfuerzo y la deformación unitaria en las fibras extremas, fuerzas y deformaciones en los puntos de integración de la columna, desplazamiento lateral en un pilote, desplazamiento rotacional en un pilote, reacciones en los resorte $p - y$, reacción en la base, fuerzas internas y deformación unitaria en los pilotes.

Debido a la cantidad de tiempo que toma la manipulación de los archivos de salida del software OpenSees, se realizó un programa de procesamiento de datos en MATLAB. El código del programa realizado se muestra en el apéndice D.



Variable	Definición
H	Altura de la columna
fccol	Resistencia del hormigón de la columna
formacol	Forma de la columna: círculo o rectángulo
Dcol	Diámetro en columna circular - Altura en columna rectangular
Dcol2	Base en columna rectangular
dvar	Diámetro de varilla de refuerzo longitudinal
Nvar	# de varillas en col. circular - # de varillas en dir. de la base en col. rectang.
Nvar2	# de varillas en dirección de la altura en columna rectangular
tipocol	Tipo de confinamiento en columna: estribo o espiral
numtrcol	Número de estribos o espirales en sección de columna
dtrc	Diámetro de varilla de refuerzo transversal en columna
esptrc	Espaciamiento del refuerzo transversal en columna
su	Resistencia a la compresión no drenada del suelo
fcpil	Resistencia del hormigón de los pilotes
formapil	Forma de los pilotes: círculo o rectángulo (cuadrado)
B	Diámetro en pilote circular - Altura y base en pilote cuadrado
dvarp	Diámetro de varilla de refuerzo longitudinal de pilotes
Nvarp	# de varillas en pil. circular - # de varillas en dir. de la base en pil. rectang.
Nvar2p	# de varillas en dirección de la altura en pilote rectangular
tipopil	Tipo de confinamiento en pilote: estribo o espiral
numtrpil	Número de estribos o espirales en sección de pilotes
dtrp	Diámetro de varilla de refuerzo transversal en pilotes
esptrp	Espaciamiento del refuerzo transversal en pilotes



Lpil	Longitud de pilotes
Lpuente	Promedio de longitudes entre pilas adyacentes en el puente
Ncar	Número de carriles
Npil	Número de pilotes en filas en la dirección transversal
Npil2	Número de filas de pilotes
espac	Espaciamiento entre centros de pilotes en una fila
recc	Recubrimiento al centroide del refuerzo longitudinal en columna
reclibc	Recubrimiento libre al refuerzo transversal en columna
recp	Recubrimiento al centroide del refuerzo longitudinal en pilotes
reclibp	Recubrimiento libre al refuerzo transversal en pilotes
gamma	Peso específico del suelo
wd	Carga muerta por metro lineal de carril
wl	Carga viva por metro lineal de carril
J	Parámetro en arcillas: 0.50 para arcillas blandas
e50	Deformación unitaria al 50% de la resistencia última en el suelo
Cd	Coeficiente de arrastre en el suelo
c	Amortiguamiento viscoso del suelo
fy	Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo
esu	Deformación unitaria última del acero de refuerzo

Tabla 5.2: Variables a definir en el modelo

El programa de manipulación de datos primero filtra los datos y ordena los datos importantes para el diseño, y luego los exporta a una hoja de cálculo en Excel. En la hoja de Excel se han predefinido las curvas importantes que se deben utilizar en el método de diseño directo basado en desplazamientos.

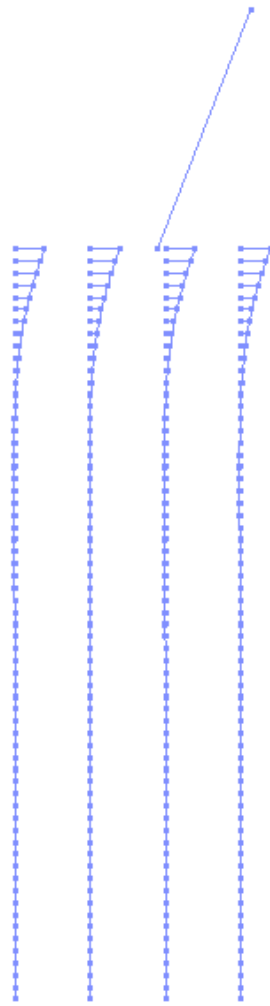


Figura 5.9: Estructura deformada mostrada en OpenSees

5.7 Procedimiento de diseño para pilas de puente con cimentación profunda

Para efectuar el diseño de una pila con cimentación profunda es necesario primero realizar un prediseño de las columnas y de la cimentación.

Para realizar el prediseño de la cimentación, primero se realiza un análisis bajo cargas gravitacionales y se obtiene el número de pilotes requeridos en función de la capacidad geotécnica de éstos. Se debe tener en cuenta que en el análisis bajo cargas laterales de la pila, las reacciones en los pilotes tienden a incrementarse y por tal motivo



es recomendable incrementar el número de pilotes obtenido en el análisis de cargas gravitacionales. Con el número de pilotes definido, se procede a realizar la distribución de éstos en la base de la columna. La separación entre los pilotes no debe ser muy pequeña para que la eficiencia del grupo de pilotes sea adecuada. Típicamente se recomiendan separaciones libres entre pilotes mayores a 2.5 veces el ancho.

Se debe dimensionar la zapata para pueda comportarse elásticamente durante un evento sísmico. Además, se debe prever que los pilotes generen un cortante alto en dos direcciones en la zapata, de tal manera que pueda ocurrir una falla frágil por punzonamiento; por tal razón se debe escoger una altura de zapata suficiente para no tener problemas debido a este fenómeno

Se debe realizar el prediseño de las columnas, para lo cual se puede empezar asumiendo que la base de la columna está perfectamente empotrada en la base y realizar el diseño conforme al procedimiento de la sección 4.5. Como se puede observar en el apéndice E, la diferencia en el comportamiento entre una pila de cimentación superficial y una pila de cimentación profunda es pequeña, y por tal motivo es un buen punto de partida en el diseño.

A pesar de la pequeña diferencia que existe entre los desplazamientos obtenidos entre una pila empotrada y una pila con pilotes, las ductilidades de ambos sistemas pueden variar completamente [17]. Es por tal motivo que no debe despreciarse el efecto de la interacción suelo – estructura, y la recomendación anterior sólo sirve como punto de partida.

Luego de realizar el prediseño de la columna asumiendo que tiene la base empotrada, se debe ejecutar el modelo desarrollado en este capítulo definiendo todas las variables necesarias de acuerdo a la sección anterior, y a partir de los resultados obtenidos se puede realizar un proceso iterativo de diseño.



Se deben cumplir con los criterios de desempeño para la columna y para los pilotes. Se debe verificar que la rótula plástica se genere en la columna y no en los pilotes, es decir, se debe lograr que los pilotes no superen el estado límite de servicio para todos los niveles de intensidad sísmica.

El sistema equivalente va a estar caracterizado por el desplazamiento total en el extremo superior de la columna, la masa agrupada de la superestructura y el amortiguamiento viscoso equivalente considerando la flexibilidad de la cimentación [8]:

$$\zeta_{eq} = \frac{\zeta_c \Delta_c + \zeta_p \Delta_p}{\Delta_c + \Delta_p}$$

$$\zeta_{eq} = \frac{(\zeta_{hc} + \zeta_e) \Delta_c + \zeta_e \Delta_p}{\Delta_u}$$

$$\zeta_{eq} = \zeta_e + \zeta_{hc} \frac{\Delta_c}{\Delta_u}$$

ζ_{eq} : Amortiguamiento viscoso equivalente del sistema

ζ_c : Amortiguamiento viscoso equivalente de la columna

ζ_p : Amortiguamiento viscoso equivalente de los pilotes

Δ_c : Desplazamiento relativo de la columna

Δ_p : Desplazamiento relativo de pilotes

Δ_u : Desplazamiento total en el extremo superior de la columna

ζ_e : Amortiguamiento elástico

ζ_{hc} : Amortiguamiento histerético de la columna

En la fórmula anterior se supone que los pilotes se comportarán elásticamente durante el evento sísmico, y por tal razón su amortiguamiento viscoso equivalente es igual al amortiguamiento elástico.

5.8 Aplicación del modelo estructural a una pila con cimentación profunda



Se realizará un ejemplo demostrando la aplicación del modelo desarrollado. No se realiza el procedimiento de diseño ya que no hay una variación conceptual a los ejemplos desarrollados en los capítulos anteriores.

Ejemplo 5.1: Ejecutar el modelo estructural desarrollado para la pila del ejemplo 3.1, considerando que el suelo de la cimentación consiste en una arcilla con resistencia no drenada de 2 toneladas por metro cuadrado.

La estructura consiste en una pila de hormigón armado, que es parte de la subestructura de un paso elevado a construirse en la ciudad de Guayaquil, tiene una altura libre de 8 metros. Las pilas del puente están ubicadas uniformemente cada 30 metros. Debido a consideraciones estéticas, cada pila consiste en una columna circular que soporta la viga cabezal. La viga cabezal soporta las vigas de hormigón pretensadas simplemente apoyadas que a su vez soportan el tablero del puente. Debido a que el suelo de cimentación es una arcilla blanda, se debe utilizar una cimentación profunda conformada por pilotes de punta hincados, como se muestra en la Figura 5.10.

El hormigón de la columna tiene una resistencia a la compresión a los 28 días de 350 kilogramos por centímetro cuadrado, el hormigón de los pilotes tiene una resistencia a la compresión a los 28 días de 420 kilogramos por centímetro cuadrado y el acero de refuerzo tanto para columnas como para pilotes tiene un esfuerzo de fluencia de 4200 kilogramos por centímetro cuadrado.

A partir del prediseño realizado para la cimentación se obtienen 8 pilotes hincados de 25 metros de longitud con sección cuadrada de 40 centímetros de lado. El espaciamiento entre pilotes es de 2.50 metros y se distribuyen en dos filas de 4 pilotes cada una. La distribución de los pilotes se muestra en la Figura 5.11.

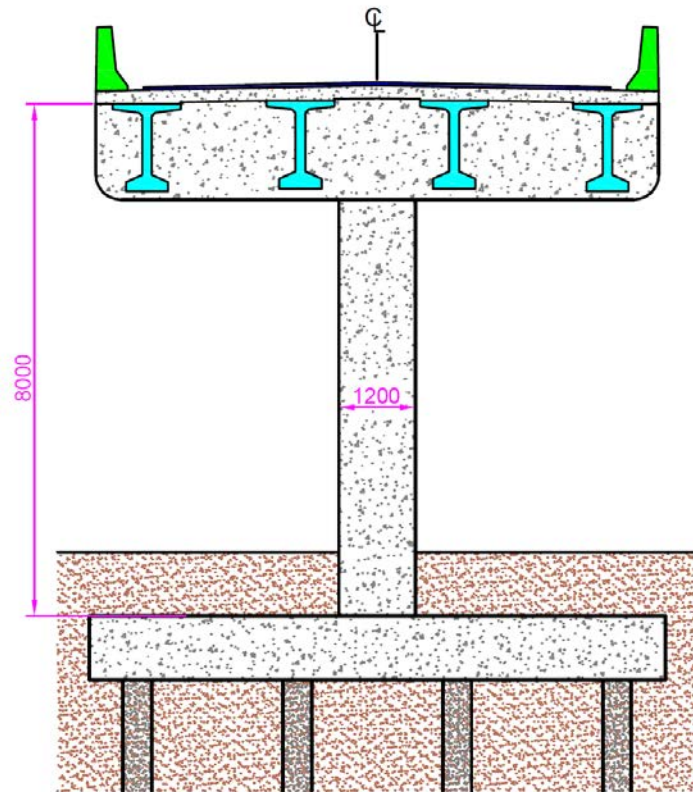


Figura 5.10: Pila de puente con cimentación profunda

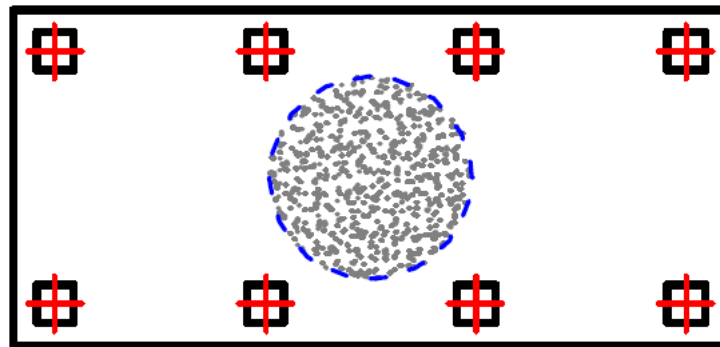


Figura 5.11: Distribución de pilotes

El diseño de la columna para una pila empotrada se lo realizó previamente y aquí se toma como punto de partida para la pila con pilotes. El acero de refuerzo de los pilotes se lo asume inicialmente con una cuantía cercana a la mínima recomendada por el ACI 318-08 [21]. Se ejecuta el modelo con las variables adecuadas, y a continuación se ejecuta el programa en MATLAB de procesamiento de datos. Se muestran las curvas obtenidas.

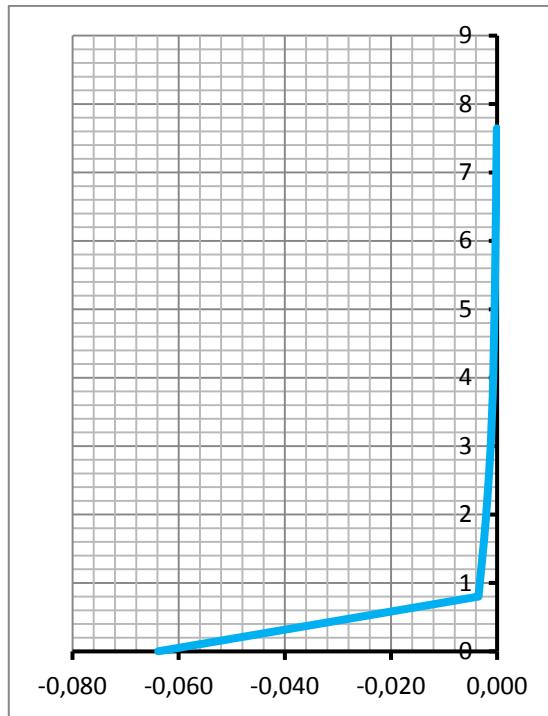


Figura 5.12: Distribución de curvatura (1/m) en columna para desplazamiento pico

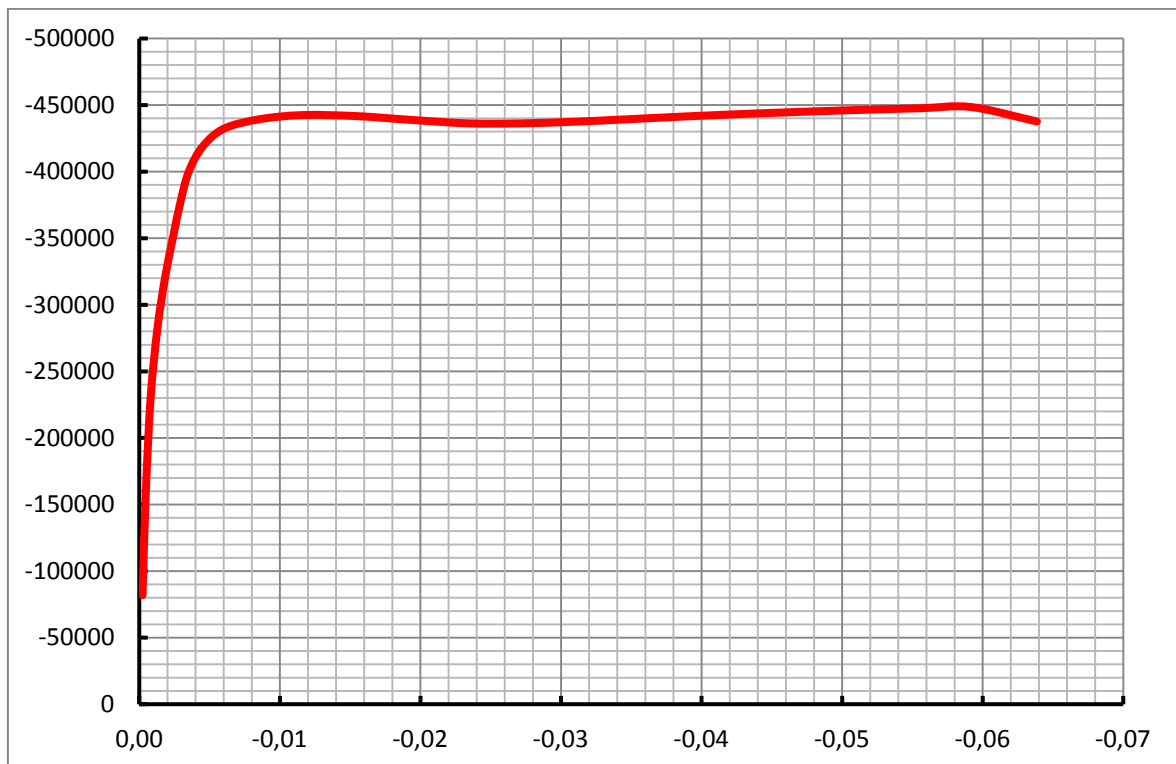


Figura 5.13: Diagrama de momento (kg-m) – curvatura (1/m) en columna

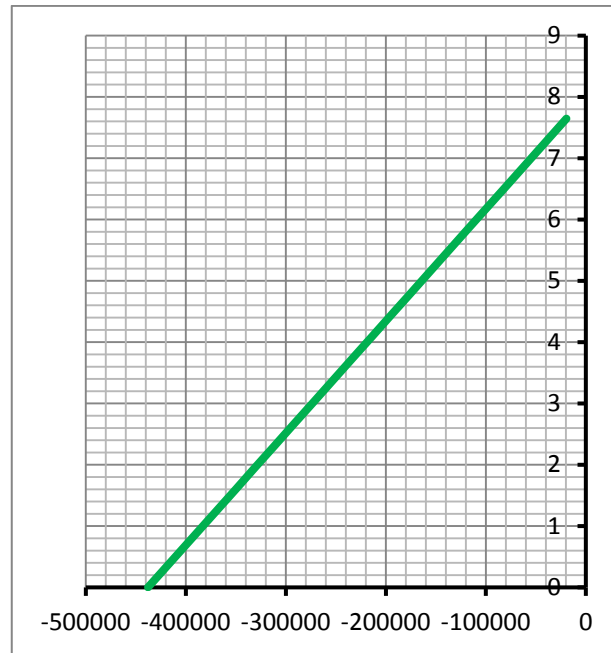


Figura 5.14: Diagrama de momentos (kg-m) en columna para desplazamiento pico

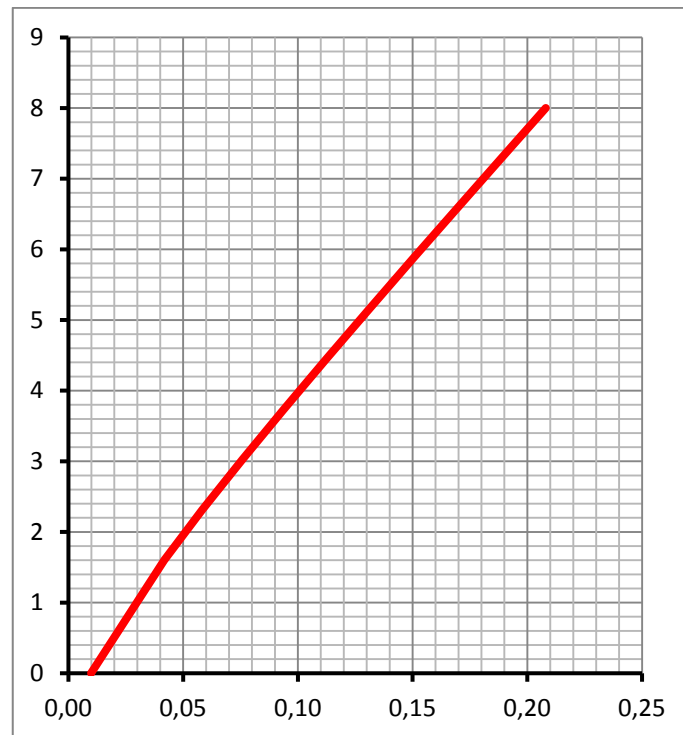


Figura 5.15: Perfil de desplazamientos (m) en columna para desplazamiento pico

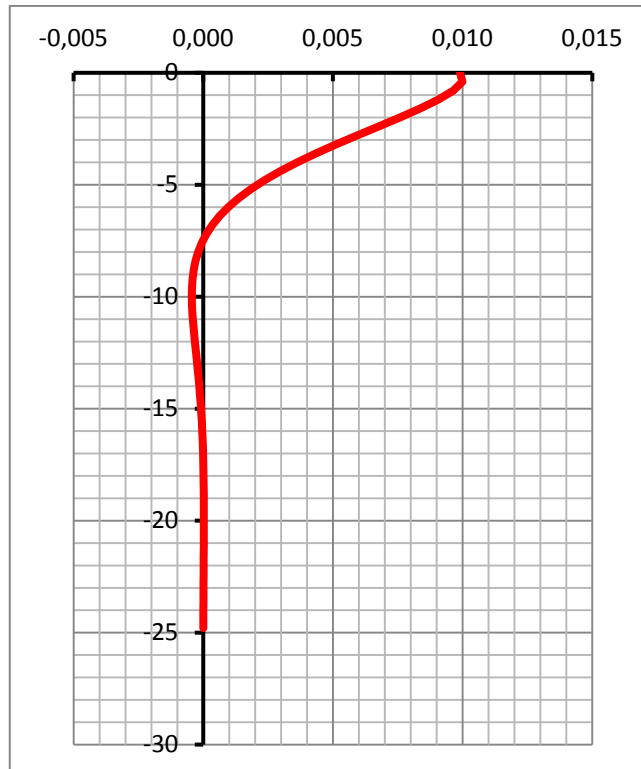


Figura 5.16: Perfil de desplazamientos (m) en pilotes para desplazamiento pico

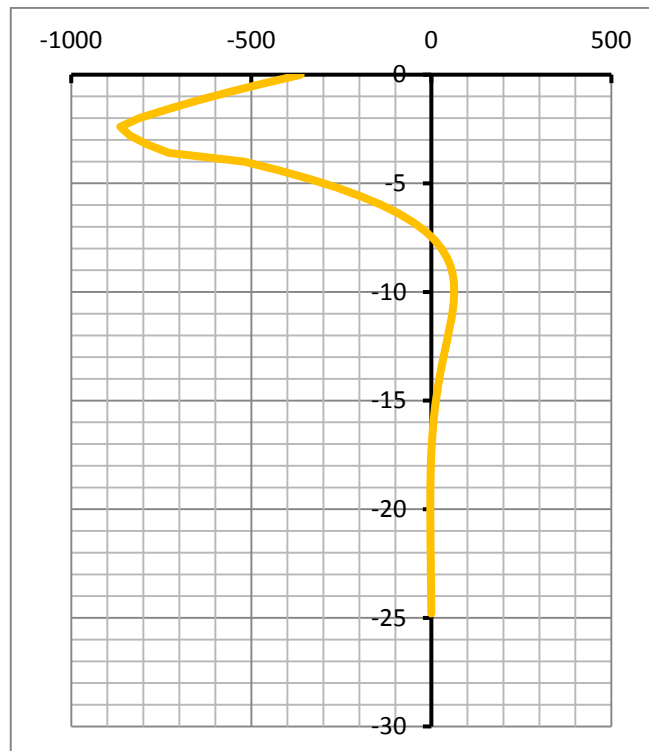


Figura 5.17: Diagrama de Reacciones (kg) en pilotes para desplazamiento pico

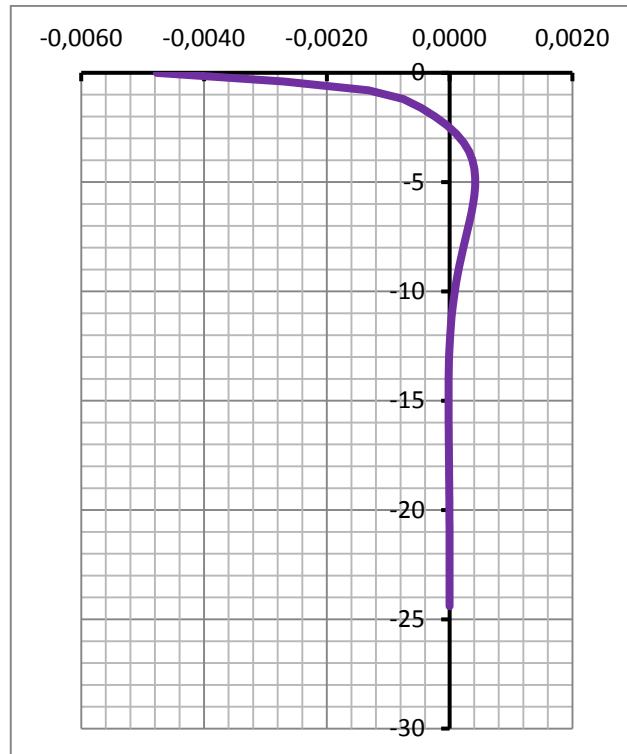


Figura 5.18: Distribución de curvatura ($1/m$) en pilotes para desplazamiento pico

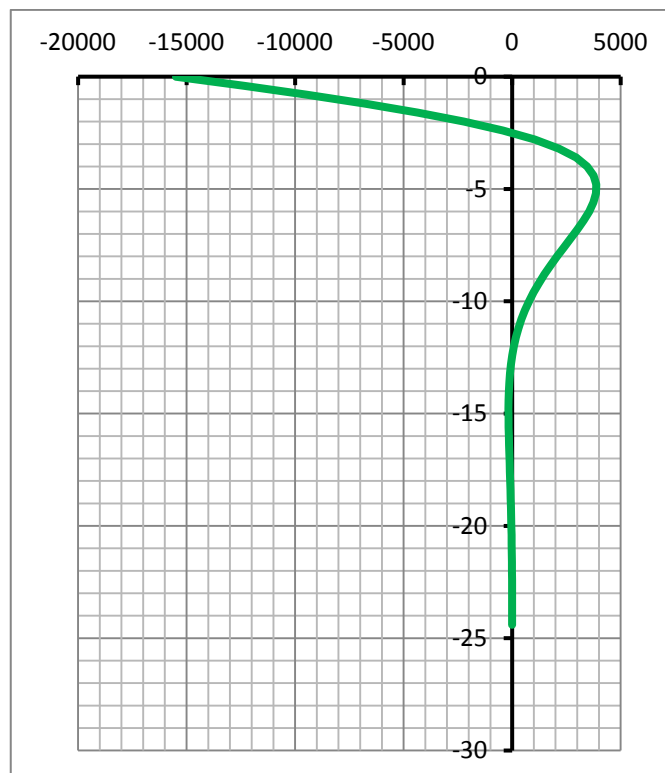


Figura 5.19: Diagrama de momentos ($kg\cdot m$) en pilote para desplazamiento pico

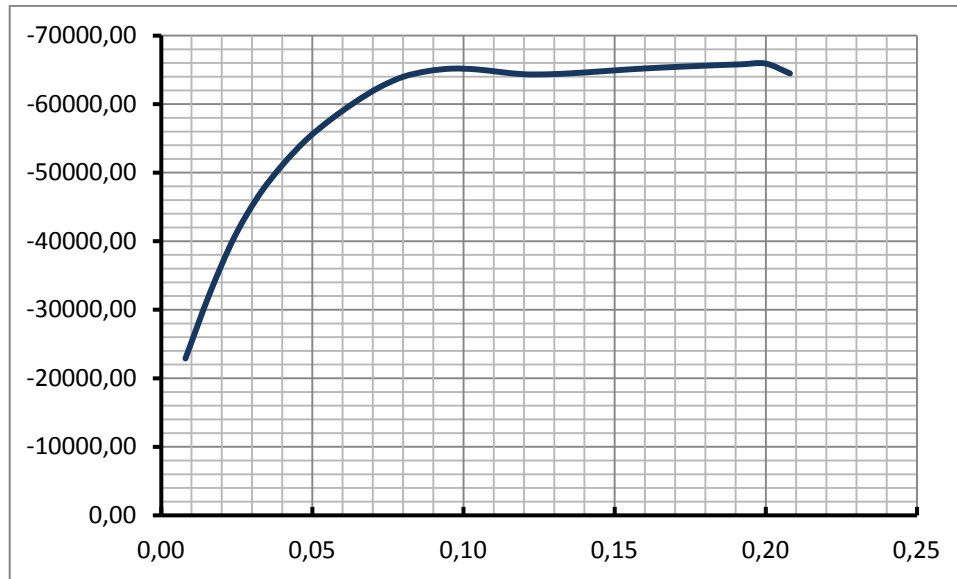


Figura 5.20: Curva Pushover: Desplazamiento total (m) – suma de reacciones (kg)

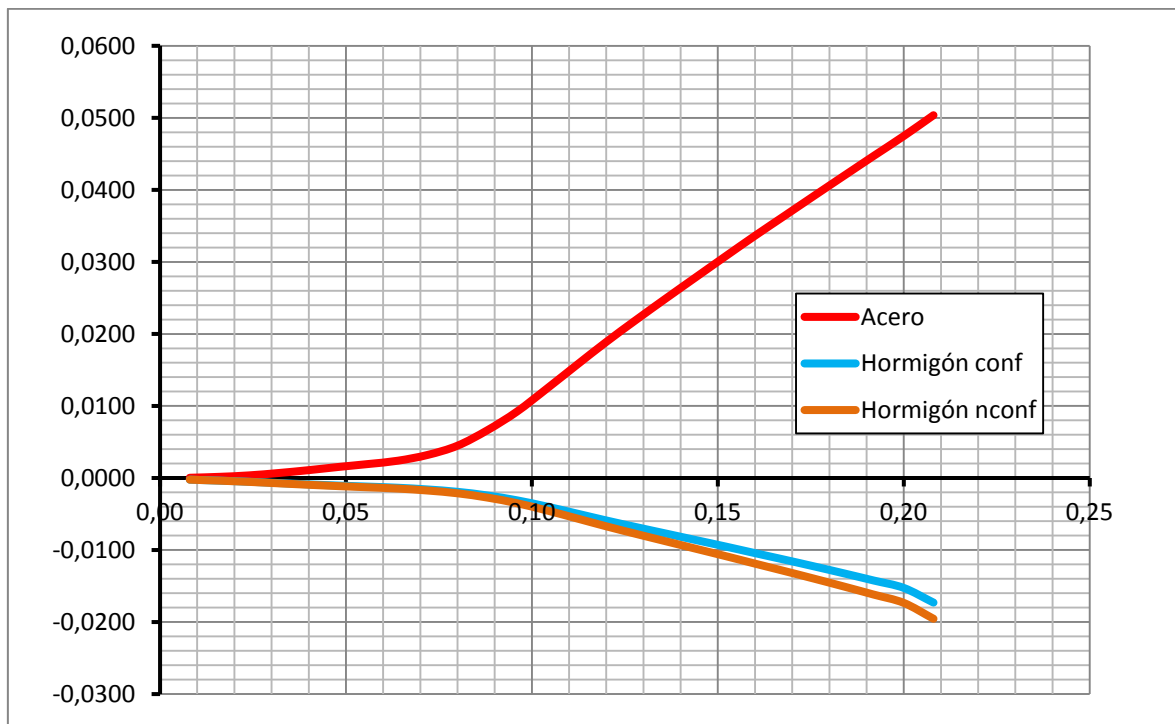


Figura 5.21: Diagrama de deformaciones unitarias en fibras extremas de acero, de hormigón confinado y hormigón no confinado en columna versus desplazamiento total en el extremo superior de la columna (m)



CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES



CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

- Un diseño realizado con el método basado en fuerzas es muy sensible al valor de reducción inelástica R ya que el cortante basal es inversamente proporcional a éste, y por tal motivo existe una gran variación en los diseños obtenidos para distintos valores en el rango típico de R ; sin embargo, los desplazamientos obtenidos no dependen directamente del valor de R .
- El criterio de iguales desplazamientos, base del método de diseño basado en fuerzas que asume que el valor de R es igual a la ductilidad del sistema, sobrestima considerablemente el valor de las fuerzas internas de la estructuras y por ende es conservador en este sentido; sin embargo, este criterio subestima los desplazamientos finales y por tal razón no es adecuado.
- Se puede decir que el método basado en fuerzas controla las fuerzas, y el método de diseño directo basado en desplazamientos controla los desplazamientos y por tal motivo se correlaciona mejor con el daño en las estructuras.
- Si bien el método de las fuerzas equivalentes es conservador en la estimación de las fuerzas internas, se obtienen elementos con capacidades a flexión muy alta,



por tal motivo el cortante sísmico que es directamente proporcional al momento probable también es alto, por ende la demanda de cortante sísmico en estos elementos es muy elevada, y esto puede resultar en una falla frágil de los elementos por cortante si no se provee al elemento de un adecuado nivel de refuerzo transversal.

- El método de las fuerza se puede aplicar eficazmente en sistemas de un grado de libertad, sin embargo, para estructuras de varios grados de libertad se requiere de más investigación, sobre para la consideración del efecto de los modos de vibración distintos al fundamental.
- Para cimentaciones superficiales se puede aplicar el método para una columna en voladizo, sin embargo, para estructuras con cimentación compuesta por pilotes es significativa la consideración del efecto entre el suelo y la estructura.
- A pesar de que el método de las fuerzas laterales es más conservador desde el punto de vista que los diseños obtenidos tienen mayor resistencia, sin embargo no es adecuado para la estimación de desplazamientos, utilizando este método se obtienen desplazamientos muchos menores que los reales ya que se realizan suposiciones como el criterio de igual desplazamientos o el criterio de igual energía que se ha demostrado que son inadecuados para una gran cantidad de estructuras. El método de diseño directo basado en desplazamientos presenta un punto de vista más real de lo que sucede en la estructura tanto en fuerzas como en desplazamientos.
- En la capacidad vertical de carga de los pilotes es importante la longitud de éstos, sin embargo para los desplazamientos laterales sólo los primeros estratos tienen gran influencia. En el análisis se puede considerar una longitud fija de los pilotes sin afectar considerablemente la respuesta de la estructura, siempre y cuando la longitud escogida supere a la profundidad de empotramiento.



- Se puede reemplazar los resortes verticales $t - z$ y $Q - z$ por medio de un apoyo simple en la punta de cada pilote sin afectar la respuesta de la estructura ya que los asentamientos para cimentaciones profundas bien diseñadas son pequeños.
- Es necesario considerar los efectos $P - \Delta$ en el análisis sísmico de las pilas de puentes ya que el nivel de desplazamientos en puentes tiende a ser mayor que en edificios, caso contrario se pueden generar fallas por inestabilidad.
- La diferencia en la respuesta de una pila con cimentación superficial y una pila con cimentación profunda es pequeña, sin embargo no es despreciable y debe ser considerada en el análisis sísmico de las pilas de puentes.
- Entre más flexible es la cimentación, es decir la rigidez lateral de los pilotes es más pequeña, más grande es la diferencia en la respuesta de una pila con cimentación superficial y una pila con cimentación profunda. Para las pilas de puentes típicas en la ciudad de Guayaquil que tienen un diseño geotécnico adecuado, la rigidez lateral de los pilotes es suficientemente grande para que esta diferencia en el comportamiento sea pequeña.
- Cuando la diferencia en el comportamiento entre una pila empotrada y una pila con pilotes es pequeña, realizar un prediseño de la columna considerando la base empotrada es un buen punto de partida ya que asegura que el número de iteraciones en el diseño se reduzca.
- El modelo desarrollado simplifica considerablemente el procedimiento de diseño de pilas con cimentación profunda ya que luego de un prediseño sencillo, se obtienen todos los parámetros necesarios para la aplicación del método de diseño directo basado en desplazamientos cumpliendo con los criterios de desempeño designados.



6.2 Recomendaciones

- En la alternativa correspondiente del método DDBD, es recomendable utilizar espectros de desplazamientos elásticos con el amortiguamiento viscoso equivalente obtenido durante el proceso de diseño en lugar de utilizar los factores de reducción de la demanda sísmica, ya que existe una gran cantidad de expresiones para el cálculo de estos factores con una dispersión considerable.
- En la alternativa correspondiente del método DDBD, es recomendable utilizar espectros de desplazamientos inelásticos con el nivel de ductilidad obtenido durante el proceso de diseño en lugar de utilizar los factores de reducción de la demanda sísmica, ya que las expresiones para el cálculo de estos factores se basan en criterios como el criterio de igual desplazamientos.
- Luego de aplicar el método de diseño directo basado en desplazamientos, se debe realizar un análisis pushover de la estructura, de tal modo se puede verificar que las suposiciones inherentes al diseño son correctas.
- Para puentes importantes, donde se desee aplicar el método, es recomendable realizar pruebas triaxiales no consolidadas no confinadas (UU) en las muestras de arcilla con un presión de confinamiento igual al esfuerzo efectivo según la profundidad de la muestra para obtener los parámetros necesarios para el análisis y diseño.
- Para el diseño geotécnico de los pilotes, es recomendable primero realizar un análisis gravitacional para obtener el número de pilotes, luego se debe aumentar tal cantidad reconociendo los incrementos en la carga axial producidos durante un sismo, realizar la distribución, luego realizar un análisis sísmico para obtener las demandas de carga axial en los pilotes, y finalmente comprobar que la capacidad axial dinámica supere la demanda en cada pilote.



- Se debe realizar un análisis de momento – curvatura de los elementos considerados considerando las curvas de hormigón confinado, hormigón no confinado y acero de refuerzo con endurecimiento por deformación, para comparar la respuesta de los elementos con el análisis con fibras.
- En las columnas de hormigón armado de las pilas, donde se espera que haya degradación por el comportamiento inelástico, es recomendable usar un número pequeño de puntos de integración ya que por el ablandamiento puede haber problemas de convergencia y también tiene una importante afectación en la respuesta. Usar 4 o 5 puntos de integración es adecuado.
- Es recomendable realizar un análisis no lineal de historia en el tiempo (ITHA) para la verificación del comportamiento de la pila. Se deben utilizar registros de por lo menos 7 sismos consistentes, es decir que tengan el mismo nivel de sismicidad representado por el PGA y tenga el mismo tipo de suelo.
- Es recomendable realizar un prediseño adecuado del sistema estructural de la pila con cimentación profunda antes de ejecutar el modelo desarrollado. El prediseño de la columna se puede realizar considerándola inicialmente como empotrada en su base, y no es necesario cumplir con los tres niveles de sismicidad propuesto en el procedimiento de diseño, se puede escoger sólo el estado límite de control de daño.



CAPÍTULO 7

BIBLIOGRAFÍA



CAPÍTULO 7

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Código Ecuatoriano de la Construcción, Peligro sísmico, espectros de diseño y requisitos mínimos de cálculo para diseño sismorresistente, Quito, 2001.
- [2] V. Suárez, «Implementación del diseño por desplazamientos para puente en el Ecuador,» de *Memorias del seminario internacional de Diseño de Puentes*, Quito, 2006.
- [3] Comité Ejecutivo de la Norma Ecuatoriana de la Construcción, NEC-11 Norma Ecuatoriana de la Construcción, Quito, 2011.
- [4] International Conference of Building Officials, 1997 Uniform Building Code, Whittier, 1997.
- [5] International Code Council, International Building Code, Country Club Hills, 2006.
- [6] American Society of Civil Engineers, ASCE 7-10: Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, Reston, 2010.
- [7] American Association of State Highway and Transportation Officials, AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, Washington, 2007.



- [8] M. Priestley, G. Calvi y M. Kowalsky, *Displacement-based Seismic Design of Structures*, Pavia: IUSS Press, 2007.
- [9] M. Priestley, F. Seible y G. Calvi, *Seismic Design and Retrofit of Bridges*, New York: Wiley, 1996.
- [10] T. Takeda, M. Sozen y N. Nielsen, «Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes,» *Journal of the Structural Division*, vol. 96, nº 12, pp. 2557-2573, 1970.
- [11] A. Chopra, *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Upper Saddle River: Prentice Hall, 2006.
- [12] R. Park y T. Paulay, *Reinforced Concrete Structures*, New York: Wiley, 1976.
- [13] A. Mattock, «Discussion of "Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams" by Corley, W,» *Journal of the Structural Division*, vol. 93, nº 2, pp. 519-522, 1967.
- [14] California Office of Emergency Services, *Vision 2000: Performance Based Seismic Engineering of Buildings*, Sacramento, 1995.
- [15] Applied Technology Council, *ATC-40 Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*, Redwood City, 1996.
- [16] H. Dwairi y M. Kowalsky, «Implementation of Inelastic Displacement Patterns in Direct Displacement - Based Design of Continuous Bridges Structures,» *Earthquake Spectra*, vol. 22, nº 3, pp. 631-662, 2006.
- [17] J. Moehle, «Displacement-Based Design of RC Structures Subjected to Earthquakes,» *Earthquake Spectra*, vol. 8, nº 3, pp. 1804-1825, 1992.
- [18] A. Shibata y M. Sozen, «Substitute Structure Method for Seismic Design in Reinforced Concrete,» *Journal of the Structural Division*, vol. 102, nº 1, pp. 1-18, 1976.
- [19] R. Goel y A. Chopra, «Improved Direct Displacement-Based Design Procedure for



- Performance-Based Seismic Design of Structures,» de *Proceedings of Structures 2001: A Structural Engineering Odyssey*, Washington, 2001.
- [20] Comité Européen de Normalisation, Eurocode 8, Design of Structures for Earthquake Resistance - Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings, Brussels, 1998.
- [21] American Concrete Institute, ACI 318-08 Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, Farmington Hills, 2008.
- [22] T. Paulay y M. Priestley, *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, New York: Wiley, 1992.
- [23] J. Wight y J. MacGregor, *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*, Upper Saddle River: Prentice Hall, 2009.
- [24] G. Adhikari, «Is Direct Displacement Based Design Valid for Long Span Bridges?,» de *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*, Beijing, 2008.
- [25] Asociación de Compañías Consultoras del Ecuador - Guayas, «Puente Carlos Pérez Perasso - Tramo sobre el Río Daule: Análisis de Prueba de Carga realizadas mediante ensayos Osterberg y Statnamicos en Pilas 8, 9 , 10 y 11,» Guayaquil, 2005.
- [26] F. McKenna, «OpenSees Wiki,» [En línea]. Available: http://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/Main_Page. [Último acceso: 24 04 2012].
- [27] J. Mander, M. Priestley y T. Paulay, «Theoretical Stress - Strain Model for Confined Concrete,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 114, nº 8, pp. 403-425, 1988.
- [28] D. Kent y R. Park, «Flexural Members with Confined Concrete,» *Journal of the Structural Division*, vol. 97, nº 7, pp. 1969-1990, 1971.



- [29] M. Menegotto y P. Pinto, «Method of analysis if cyclically loaded RC frame including changes in geometry and non-elastic beahavior of elements under normal force and bending,» *IABSE*, vol. 13, pp. 15-22, 1973.
- [30] P. Vásconez, «Comportamiento de Pilotes Individuales bajo Carga Lateral: Evaluación de un Caso Real,» Facultad de Ingeniería UCSG, Guayaquil, 2010.
- [31] H. Matlock, «Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay,» de *Second Annual Offshore Technology Conference*, Houston, 1970.
- [32] R. Boulanger, C. Curras, B. Kutter, D. Wilson y A. Abghari, «Seismic Soil-Pile Structure Interaction Experiments and Analysis,» *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 125, nº 9, pp. 750-759, 1990.



CAPÍTULO 8

ANEXOS



APÉNDICE A

ESPECTROS DE DESPLAZAMIENTOS

Se tomaron las componentes Este – Oeste y Norte – Sur de 7 registros de sismos medidos en el acelerógrafo de la estación ubicada en la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil perteneciente a la Red Sísmica del Litoral, la estación está cimentada sobre suelo firme. Los sismos se denominan según el nombre del archivo digital, los registros utilizados fueron los siguientes:

- UC540001
- UC540003
- UC540005
- UC540006
- UC540010
- UC540011
- UC540012

Los datos de los registros no se incluyen en este documento impreso debido a su larga extensión, pero se encuentran en digital en el CD adjunto a este documento.

Debido a que no han ocurrido sismos de gran intensidad en la ciudad de Guayaquil, se normalizaron los registros para que la aceleración máxima medida sea igual a la gravedad.



Para cada registro se elaboraron los espectros de aceleración total, aceleración relativa, velocidad y desplazamiento. La respuesta se evaluó para una estructura de un grado de libertad cuyo periodo se aumentó en 0.01 segundo en cada paso desde 0 hasta 4 segundos y un amortiguamiento viscoso del 5%. Para cada periodo, la respuesta se determinó utilizando el método de Newmark, específicamente el caso especial denominado de aceleración lineal [11]. Para encontrar la respuesta de cada periodo, se utilizó la función response realizada en MATLAB (código A.1). Para encontrar la construcción de la envolvente, se utilizó el programa “espectro” realizado en MATLAB (código A.2). El input del código A.2 se lo realiza por Excel y el output llega al mismo archivo de Excel, debido a la extensión de los datos, no se incluyen en este documento impreso, pero se encuentran en digital en el CD adjunto a este documento.

```
function [Mt,M2,M1,M]=response(z,T,dt,sismo)
w=2*pi/T;A=1+z*w*dt+w^2*(dt)^2/6;B=w^2;C=2*z*w+w^2*dt;D=z*w*dt+w^2*(dt)^2/3;
n=length(sismo);x(1)=0;x1(1)=0;x2(1)=0;
for i=2:n
    x2(i)=-(sismo(i)+B*x(i-1)+C*x1(i-1)+D*x2(i-1))/A;x1(i)=x1(i-1)+x2(i-1)*dt/2+x2(i)*dt/2;
    x(i)=x(i-1)+x1(i-1)*dt+x2(i-1)*(dt)^2/3+x2(i)*(dt)^2/6;x2T(i)=x2(i)+sismo(i);
end
M=max(abs(x));M1=max(abs(x1));M2=max(abs(x2));Mt=max(abs(x2T));
```

Código A.1: Función “response”

```
clear;s=xlsread('espectrorespuesta.xls','sismo');sismox=s(:,2);sismoy=s(:,3);
sismox=[0;sismox];sismoy=[0;sismoy];sismox=9.81*sismox/max(abs(sismox));sismoy=9.81*sismoy/max(abs(sismoy));
T=zeros(1,401);x2=T;x1=T;x=T;y2=T;y1=T;y=T;x2T=T;y2T=T;x2T(1)=max(sismox);y2T(1)=max(sismoy);
for i=2:400
    T(i+1)=i/100;[r1,r2,r3,r4]=response(0.05,i/100,1/100,sismox);x2T(i+1)=r1;x2(i+1)=r2;x1(i+1)=r3;x(i+1)=r4;
    [r1,r2,r3,r4]=response(0.05,i/100,1/100,sismoy);y2T(i+1)=r1;y2(i+1)=r2;y1(i+1)=r3;y(i+1)=r4;
end
T(2)=0.01;x2T(2)=(x2T(1)+x2T(3))/2;x2(2)=(x2(1)+x2(3))/2;x1(2)=(x1(1)+x1(3))/2;x(2)=(x(1)+x(3))/2;
```



```
y2T(2)=(y2T(1)+y2T(3))/2;y2(2)=(y2(1)+y2(3))/2;y1(2)=(y1(1)+y1(3))/2;y(2)  
=(y(1)+y(3))/2;  
respuesta=[T',x2T'/9.81,x2'/9.81,x1',x',y2T'/9.81,y2'/9.81,y1',y'];xlswri  
te('espectrorespuesta.xls',respuesta,'respuesta','A2');
```

Código A.2: Programa "espectro"

Debido a que cada sismo tiene características particulares, entonces no se analizan estructuras con registros de un solo sismo. Sin embargo, en un mismo lugar, los sismos tienen características similares y por ende se debe realizar un estudio estadístico. En este caso se tienen 7 sismos que se consideran representativos, se realiza un análisis estadístico para obtener un espectro con una probabilidad del 90%, asumiendo que los datos siguen una distribución normal.

En las figuras A.1 y A.2 se muestran los gráficos con los resultados del análisis estadístico realizado para ambas componentes (Este – Oeste y Norte – Sur), en las tablas A.1 y A.2 se encuentran todos los resultados numéricos.

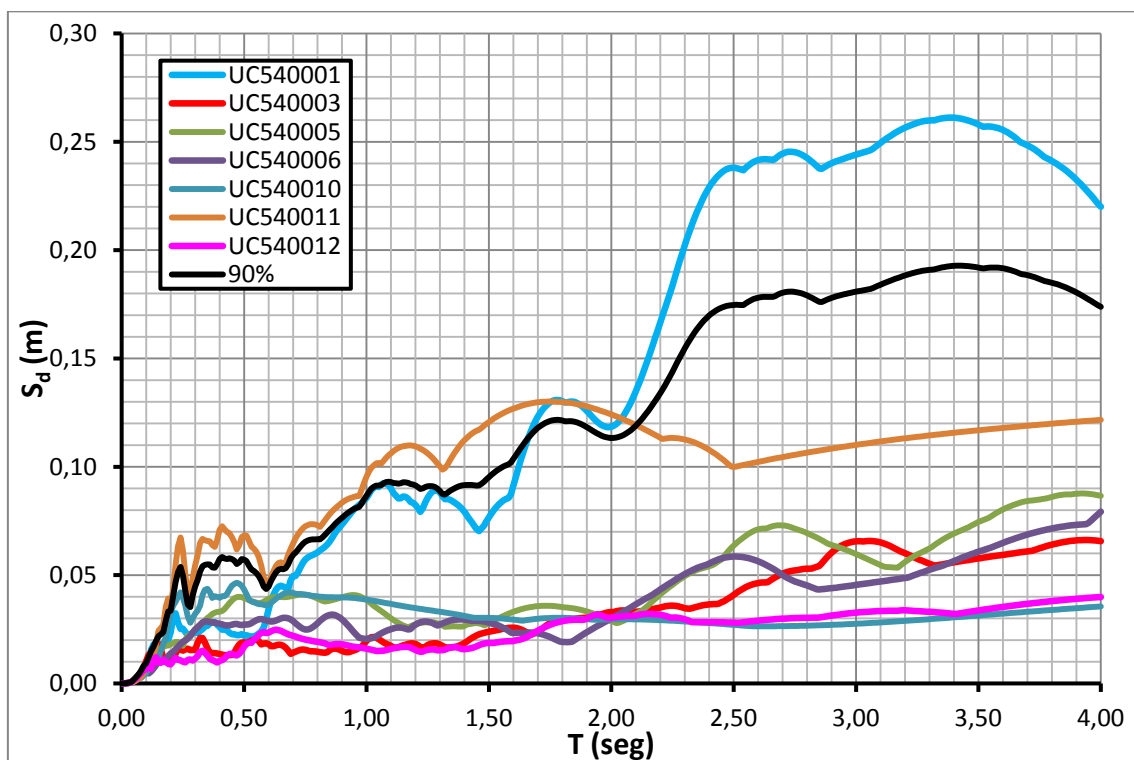


Figura 8.1: Espectros de respuesta y espectro de diseño de desplazamientos – registros medidos en la UCSG componente Este-Oeste

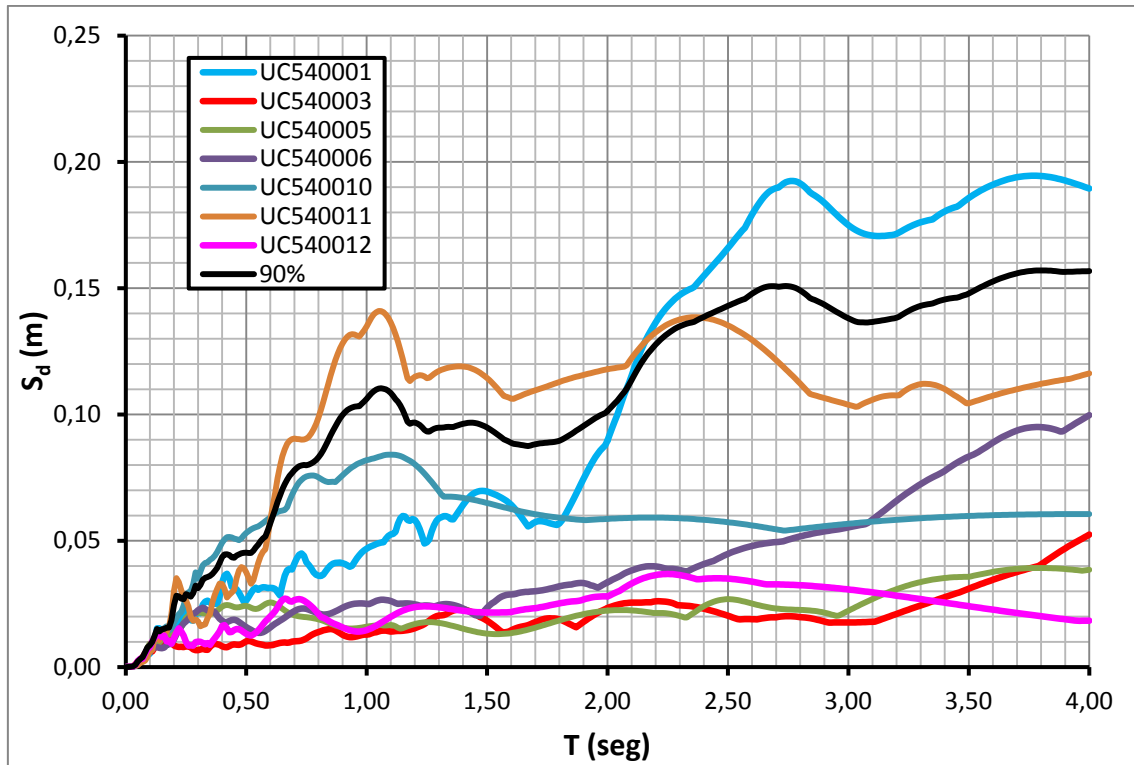


Figura 8.2: Espectros de respuesta y espectro de diseño de desplazamientos – registros medidos en la UCSG componente Norte-Sur

T (s)	DESPLAZAMIENTOS (m): COMPONENTE ESTE-OESTE								μ	σ	90%
	UC540001	UC540003	UC540005	UC540006	UC540010	UC540011	UC540012				
0.00	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.01	0.000053	0.000059	0.000068	0.000056	0.000051	0.000064	0.000064	0.000059	0.000006	0.000067	
0.02	0.000106	0.000118	0.000135	0.000113	0.000101	0.000127	0.000128	0.000118	0.000012	0.000134	
0.03	0.000268	0.000323	0.000355	0.000272	0.000278	0.000240	0.000303	0.000291	0.000038	0.000340	
0.04	0.000544	0.000602	0.000833	0.000632	0.000538	0.000483	0.000665	0.000614	0.000115	0.000761	
0.05	0.001182	0.001537	0.001693	0.001467	0.000868	0.000777	0.001738	0.001323	0.000387	0.001820	
0.06	0.002457	0.002211	0.003242	0.002481	0.002059	0.001428	0.002272	0.002307	0.000543	0.003003	
0.07	0.003885	0.003540	0.003727	0.004247	0.002456	0.002380	0.004029	0.003466	0.000750	0.004427	
0.08	0.005186	0.005310	0.006125	0.003917	0.002572	0.003063	0.004915	0.004441	0.001293	0.006098	
0.09	0.006234	0.007291	0.008230	0.006990	0.003763	0.005042	0.006531	0.006297	0.001486	0.008202	
0.10	0.006574	0.010273	0.007913	0.005546	0.004601	0.007337	0.006473	0.006960	0.001825	0.009298	
0.11	0.009804	0.013302	0.008258	0.004626	0.007285	0.009309	0.009162	0.008821	0.002635	0.012198	
0.12	0.015531	0.010913	0.010767	0.005567	0.010972	0.013025	0.006732	0.010501	0.003432	0.014899	
0.13	0.017989	0.015072	0.012583	0.006837	0.011741	0.013042	0.010418	0.012526	0.003512	0.017028	
0.14	0.018077	0.017953	0.015775	0.008525	0.010072	0.018295	0.012121	0.014403	0.004116	0.019677	
0.15	0.016092	0.018204	0.015678	0.010237	0.011442	0.024341	0.009636	0.015090	0.005216	0.021775	
0.16	0.018126	0.015777	0.016265	0.010045	0.015183	0.025529	0.009533	0.015780	0.005371	0.022662	
0.17	0.017690	0.011829	0.016783	0.010187	0.018227	0.027116	0.011011	0.016120	0.005888	0.023666	
0.18	0.017989	0.010664	0.017365	0.011330	0.021331	0.035384	0.009921	0.017712	0.008913	0.029135	
0.19	0.020111	0.010406	0.017497	0.012627	0.027227	0.039247	0.009104	0.019460	0.010740	0.033223	
0.20	0.023665	0.010971	0.018018	0.013799	0.032557	0.034750	0.008820	0.020369	0.010301	0.033569	



0.21	0.030473	0.011254	0.018574	0.014566	0.035886	0.043778	0.010399	0.023561	0.013159	0.040425
0.22	0.032378	0.013731	0.019113	0.015749	0.037714	0.054713	0.011842	0.026463	0.015834	0.046755
0.23	0.028089	0.015972	0.019156	0.016860	0.039990	0.063310	0.010942	0.027760	0.018385	0.051322
0.24	0.025177	0.015648	0.018033	0.018151	0.042055	0.067375	0.010614	0.028150	0.020029	0.053819
0.25	0.025256	0.015127	0.017354	0.019297	0.039566	0.061286	0.010038	0.026846	0.017876	0.049756
0.26	0.023789	0.015745	0.020344	0.019803	0.035917	0.050185	0.009738	0.025074	0.013676	0.042601
0.27	0.022202	0.016070	0.022113	0.020684	0.030969	0.041564	0.010842	0.023492	0.010075	0.036404
0.28	0.022735	0.015366	0.021564	0.021971	0.028004	0.040735	0.011090	0.023066	0.009512	0.035256
0.29	0.023030	0.015441	0.023532	0.023546	0.030137	0.048765	0.010552	0.025001	0.012244	0.040691
0.30	0.023704	0.015613	0.025033	0.024835	0.032167	0.054487	0.011488	0.026761	0.013974	0.044669
0.31	0.023348	0.018801	0.026274	0.025836	0.033653	0.059268	0.012612	0.028542	0.015046	0.047824
0.32	0.024263	0.020966	0.026725	0.027043	0.035926	0.064844	0.014554	0.030617	0.016427	0.051670
0.33	0.025015	0.020977	0.027474	0.028141	0.040758	0.066723	0.015102	0.032027	0.017193	0.054061
0.34	0.026393	0.018905	0.029054	0.028606	0.043214	0.066123	0.014261	0.032365	0.017450	0.054728
0.35	0.026579	0.016253	0.030200	0.028668	0.043689	0.065722	0.012850	0.031994	0.017945	0.054992
0.36	0.027627	0.014065	0.031024	0.028336	0.042216	0.065593	0.011426	0.031470	0.018300	0.054922
0.37	0.028219	0.014035	0.032031	0.028250	0.039437	0.063888	0.010835	0.030956	0.017624	0.053542
0.38	0.028308	0.013997	0.032656	0.027984	0.040270	0.062988	0.010244	0.030921	0.017551	0.053413
0.39	0.027142	0.013790	0.032999	0.027748	0.040007	0.066297	0.009683	0.031095	0.018739	0.055111
0.40	0.026039	0.013587	0.033114	0.027548	0.039492	0.070916	0.010409	0.031586	0.020129	0.057383
0.41	0.024821	0.013337	0.033474	0.027228	0.040260	0.072571	0.010793	0.031783	0.020770	0.058401
0.42	0.024978	0.013100	0.034373	0.026921	0.040241	0.071183	0.011538	0.031762	0.020246	0.057709
0.43	0.024502	0.012988	0.035662	0.026755	0.041323	0.069932	0.012764	0.031990	0.019809	0.057376
0.44	0.023444	0.013062	0.037042	0.026787	0.043398	0.069386	0.013593	0.032388	0.019790	0.057750
0.45	0.022733	0.013165	0.038270	0.027086	0.045169	0.067479	0.013691	0.032513	0.019449	0.057439
0.46	0.022650	0.014270	0.039287	0.027414	0.045955	0.065133	0.013156	0.032552	0.018804	0.056650
0.47	0.022338	0.016312	0.039810	0.027453	0.046441	0.061812	0.012945	0.032444	0.017702	0.055130
0.48	0.022315	0.018021	0.039963	0.027138	0.046009	0.063906	0.013722	0.033011	0.017877	0.055920
0.49	0.022748	0.018831	0.039855	0.027001	0.045058	0.067547	0.015163	0.033743	0.018448	0.057386
0.50	0.022048	0.018894	0.039410	0.027194	0.043396	0.068312	0.016993	0.033750	0.018262	0.057154
0.51	0.022230	0.018820	0.039022	0.027220	0.041155	0.068278	0.018329	0.033579	0.017845	0.056448
0.52	0.021893	0.019140	0.038455	0.027372	0.038625	0.065677	0.018863	0.032861	0.016713	0.054280
0.53	0.021639	0.019774	0.037982	0.027857	0.037921	0.063162	0.018797	0.032447	0.015752	0.052635
0.54	0.021743	0.020352	0.037623	0.028531	0.037482	0.062220	0.020247	0.032600	0.015074	0.051918
0.55	0.022274	0.020366	0.037290	0.029188	0.037042	0.060724	0.021129	0.032573	0.014331	0.050939
0.56	0.023036	0.019528	0.037095	0.029614	0.036565	0.058294	0.022357	0.032355	0.013366	0.049484
0.57	0.023996	0.018060	0.037146	0.029695	0.036546	0.054484	0.023399	0.031904	0.012181	0.047514
0.58	0.025904	0.018406	0.037785	0.029454	0.036292	0.048916	0.023689	0.031493	0.010277	0.044664
0.59	0.029695	0.018547	0.038404	0.029108	0.035957	0.046075	0.023261	0.031578	0.009350	0.043561
0.60	0.034124	0.018173	0.039029	0.028786	0.036291	0.046522	0.023436	0.032337	0.009637	0.044688
0.61	0.038074	0.017239	0.039519	0.028615	0.037173	0.049313	0.024093	0.033432	0.010782	0.047249
0.62	0.040985	0.017189	0.039825	0.028693	0.038152	0.051850	0.024557	0.034465	0.011669	0.049419
0.63	0.043203	0.017578	0.039959	0.029016	0.039099	0.054201	0.024798	0.035408	0.012380	0.051274
0.64	0.044591	0.017851	0.039966	0.029490	0.039950	0.055584	0.024634	0.036009	0.012843	0.052468
0.65	0.045058	0.017835	0.039904	0.029964	0.040645	0.055908	0.024296	0.036230	0.013027	0.052925
0.66	0.044737	0.017394	0.039836	0.030282	0.041332	0.054956	0.023724	0.036037	0.012964	0.052651
0.67	0.044026	0.016469	0.039858	0.030321	0.041818	0.055945	0.023172	0.035944	0.013473	0.053211
0.68	0.043502	0.015199	0.039976	0.030103	0.042055	0.059237	0.022690	0.036109	0.014681	0.054924



0.69	0.047571	0.013687	0.040159	0.029585	0.042043	0.062135	0.022301	0.036783	0.016295	0.057665
0.70	0.049672	0.014194	0.040389	0.028783	0.041799	0.064597	0.021973	0.037344	0.017172	0.059351
0.71	0.049543	0.014606	0.040634	0.027809	0.041390	0.066961	0.021614	0.037508	0.017834	0.060364
0.72	0.051376	0.015167	0.040850	0.026804	0.041301	0.068869	0.021241	0.037944	0.018612	0.061796
0.73	0.053544	0.015524	0.040995	0.025909	0.041275	0.070315	0.020870	0.038347	0.019363	0.063162
0.74	0.055644	0.015647	0.041034	0.025243	0.041178	0.071608	0.020518	0.038696	0.020103	0.064459
0.75	0.057191	0.015538	0.040945	0.024892	0.041028	0.072534	0.020248	0.038911	0.020674	0.065405
0.76	0.058159	0.015220	0.040795	0.024896	0.040846	0.073034	0.019999	0.038993	0.021046	0.065964
0.77	0.058809	0.014822	0.040503	0.025249	0.040647	0.073485	0.019774	0.039041	0.021330	0.066377
0.78	0.059292	0.014859	0.040154	0.025906	0.040452	0.073524	0.019571	0.039108	0.021365	0.066488
0.79	0.059821	0.014808	0.039657	0.026792	0.040314	0.073355	0.019380	0.039161	0.021350	0.066522
0.80	0.060535	0.014643	0.039139	0.027809	0.040186	0.072982	0.019190	0.039212	0.021333	0.066551
0.81	0.061368	0.014437	0.038609	0.028856	0.040074	0.072243	0.018982	0.039224	0.021266	0.066477
0.82	0.062204	0.014272	0.038105	0.029831	0.039982	0.073702	0.018738	0.039548	0.021789	0.067471
0.83	0.063077	0.014157	0.037815	0.030647	0.039909	0.075253	0.018437	0.039899	0.022362	0.068557
0.84	0.064140	0.014374	0.037984	0.031235	0.039855	0.076799	0.018063	0.040350	0.022931	0.069737
0.85	0.065532	0.015338	0.038230	0.031643	0.039817	0.078205	0.017759	0.040932	0.023386	0.070902
0.86	0.067296	0.015924	0.038496	0.031772	0.039791	0.079474	0.017956	0.041530	0.023884	0.072138
0.87	0.069136	0.016131	0.038793	0.031596	0.039772	0.080605	0.018096	0.042018	0.024463	0.073370
0.88	0.070781	0.015989	0.039116	0.031127	0.039757	0.081597	0.018168	0.042362	0.025071	0.074492
0.89	0.072140	0.015588	0.039453	0.030440	0.039740	0.082551	0.018164	0.042582	0.025695	0.075512
0.90	0.073414	0.014989	0.039782	0.029579	0.039718	0.083478	0.018079	0.042720	0.026362	0.076504
0.91	0.074763	0.014657	0.040076	0.028528	0.039687	0.084262	0.017914	0.042841	0.026996	0.077438
0.92	0.076223	0.014405	0.040391	0.027339	0.039644	0.084903	0.017674	0.042940	0.027635	0.078355
0.93	0.077729	0.014447	0.040642	0.026066	0.039586	0.085399	0.017379	0.043035	0.028223	0.079205
0.94	0.079164	0.014914	0.040778	0.024761	0.039511	0.085750	0.017053	0.043133	0.028715	0.079932
0.95	0.080468	0.015309	0.040777	0.023469	0.039419	0.086151	0.016896	0.043213	0.029192	0.080624
0.96	0.081497	0.015741	0.040624	0.022233	0.039309	0.086416	0.016803	0.043232	0.029570	0.081128
0.97	0.082361	0.016486	0.040309	0.021085	0.039182	0.086531	0.016649	0.043229	0.029842	0.081473
0.98	0.083321	0.017028	0.039831	0.020869	0.039037	0.089349	0.016461	0.043699	0.030727	0.083078
0.99	0.084444	0.018416	0.039282	0.020611	0.038876	0.092691	0.016258	0.044368	0.031689	0.084980
1.00	0.085612	0.019646	0.038597	0.020482	0.038701	0.095435	0.016027	0.044928	0.032550	0.086643
1.01	0.087356	0.020716	0.037771	0.020814	0.038512	0.097719	0.015779	0.045524	0.033402	0.088331
1.02	0.089261	0.021330	0.036824	0.020805	0.038317	0.099531	0.015525	0.045942	0.034284	0.089879
1.03	0.090424	0.021425	0.035778	0.021172	0.038134	0.100717	0.015274	0.046132	0.034876	0.090828
1.04	0.090847	0.021109	0.034989	0.021715	0.037942	0.101578	0.015033	0.046173	0.035248	0.091345
1.05	0.090679	0.020479	0.034221	0.022435	0.037742	0.101757	0.015008	0.046046	0.035306	0.091292
1.06	0.091820	0.019654	0.033412	0.023095	0.037537	0.101438	0.015054	0.046002	0.035542	0.091550
1.07	0.092442	0.018907	0.032578	0.023687	0.037329	0.102795	0.015178	0.046131	0.036101	0.092396
1.08	0.092366	0.018340	0.031737	0.024207	0.037118	0.104125	0.015390	0.046183	0.036486	0.092942
1.09	0.091534	0.017853	0.030904	0.024646	0.036906	0.105278	0.015680	0.046115	0.036663	0.093101
1.10	0.090003	0.017303	0.030093	0.025062	0.036695	0.106254	0.015964	0.045910	0.036675	0.092912
1.11	0.087914	0.016718	0.029317	0.025450	0.036486	0.107200	0.016230	0.045617	0.036597	0.092517
1.12	0.086717	0.016382	0.028588	0.025693	0.036279	0.108041	0.016398	0.045443	0.036670	0.092438
1.13	0.085381	0.016738	0.027915	0.025813	0.036076	0.108705	0.016603	0.045319	0.036590	0.092211
1.14	0.085477	0.017144	0.027307	0.025757	0.035876	0.109196	0.016809	0.045366	0.036733	0.092442
1.15	0.086285	0.017551	0.026767	0.025548	0.035681	0.109514	0.016830	0.045454	0.036991	0.092859
1.16	0.086072	0.017864	0.026301	0.025274	0.035489	0.109677	0.016922	0.045371	0.037020	0.092815



1.17	0.085245	0.018225	0.025909	0.024919	0.035302	0.109865	0.016881	0.045192	0.036960	0.092558
1.18	0.083765	0.018477	0.026359	0.025150	0.035119	0.109888	0.016560	0.045045	0.036662	0.092030
1.19	0.083391	0.018490	0.026910	0.026275	0.034940	0.109748	0.016071	0.045118	0.036480	0.091869
1.20	0.082378	0.018228	0.027321	0.027143	0.034765	0.109450	0.015439	0.044960	0.036235	0.091397
1.21	0.080924	0.017680	0.027664	0.027794	0.034593	0.108999	0.014962	0.044659	0.035914	0.090686
1.22	0.079185	0.016860	0.027928	0.028241	0.034424	0.108399	0.014596	0.044233	0.035553	0.089797
1.23	0.080873	0.016506	0.028109	0.028501	0.034256	0.107762	0.014672	0.044383	0.035655	0.090077
1.24	0.083589	0.016957	0.028202	0.028599	0.034091	0.107053	0.015185	0.044811	0.035789	0.090676
1.25	0.085678	0.017760	0.028174	0.028514	0.033927	0.106206	0.015516	0.045111	0.035800	0.090990
1.26	0.087343	0.018268	0.028175	0.028278	0.033763	0.105224	0.015696	0.045249	0.035781	0.091105
1.27	0.088630	0.018475	0.028196	0.027848	0.033598	0.104114	0.015723	0.045226	0.035742	0.091032
1.28	0.089253	0.018576	0.028068	0.027245	0.033433	0.102881	0.015618	0.045011	0.035604	0.090639
1.29	0.089088	0.018377	0.027809	0.026769	0.033267	0.101531	0.015307	0.044592	0.035342	0.089885
1.30	0.088095	0.017961	0.027407	0.027252	0.033098	0.100161	0.015368	0.044192	0.034811	0.088804
1.31	0.086423	0.017392	0.026822	0.027728	0.032927	0.098733	0.015352	0.043625	0.034170	0.087416
1.32	0.085102	0.016798	0.026142	0.028186	0.032753	0.099326	0.015610	0.043417	0.034131	0.087157
1.33	0.085089	0.016531	0.026249	0.028590	0.032576	0.100843	0.016088	0.043709	0.034486	0.087904
1.34	0.084836	0.016613	0.026326	0.028929	0.032394	0.102815	0.016453	0.044052	0.034904	0.088784
1.35	0.084197	0.016688	0.026370	0.029195	0.032208	0.104708	0.016694	0.044294	0.035264	0.089487
1.36	0.083497	0.016828	0.026376	0.029384	0.032018	0.106432	0.016741	0.044468	0.035603	0.090095
1.37	0.082711	0.017082	0.026339	0.029515	0.031822	0.108099	0.016617	0.044598	0.035938	0.090654
1.38	0.081751	0.017476	0.026257	0.029590	0.031621	0.109661	0.016278	0.044662	0.036243	0.091109
1.39	0.080574	0.018008	0.026239	0.029588	0.031415	0.111057	0.015875	0.044680	0.036467	0.091414
1.40	0.079167	0.018656	0.026522	0.029511	0.031203	0.112291	0.015835	0.044741	0.036540	0.091569
1.41	0.077551	0.019380	0.027172	0.029360	0.030986	0.113365	0.015978	0.044827	0.036493	0.091595
1.42	0.075978	0.020136	0.027423	0.029168	0.030763	0.114340	0.016092	0.044843	0.036478	0.091591
1.43	0.074451	0.020887	0.027563	0.028914	0.030534	0.115266	0.016326	0.044849	0.036470	0.091587
1.44	0.072806	0.021578	0.027781	0.028932	0.030300	0.116040	0.016708	0.044878	0.036377	0.091496
1.45	0.071163	0.022177	0.027839	0.028925	0.030280	0.116664	0.017148	0.044885	0.036254	0.091347
1.46	0.070360	0.022667	0.027732	0.028865	0.030306	0.117141	0.017672	0.044963	0.036211	0.091370
1.47	0.071557	0.023078	0.027398	0.028749	0.030319	0.117970	0.018076	0.045307	0.036570	0.092173
1.48	0.072814	0.023385	0.026860	0.028575	0.030321	0.118919	0.018405	0.045611	0.037022	0.093057
1.49	0.074812	0.023611	0.027173	0.028353	0.030310	0.119821	0.018621	0.046100	0.037511	0.094172
1.50	0.076677	0.023842	0.027780	0.028065	0.030288	0.120676	0.018730	0.046580	0.037970	0.095240
1.51	0.078394	0.024092	0.028380	0.027735	0.030253	0.121486	0.018710	0.047007	0.038421	0.096246
1.52	0.079951	0.024320	0.028968	0.027444	0.030207	0.122251	0.018682	0.047403	0.038844	0.097184
1.53	0.081335	0.024540	0.029550	0.027088	0.030149	0.122972	0.018900	0.047791	0.039212	0.098042
1.54	0.082567	0.024776	0.030124	0.026661	0.030080	0.123649	0.019092	0.048136	0.039557	0.098830
1.55	0.083671	0.025019	0.030679	0.026161	0.030000	0.124284	0.019252	0.048438	0.039887	0.099555
1.56	0.084556	0.025245	0.031212	0.025592	0.029909	0.124876	0.019375	0.048681	0.040190	0.100186
1.57	0.085202	0.025444	0.031721	0.024968	0.029807	0.125427	0.019456	0.048861	0.040464	0.100717
1.58	0.085592	0.025612	0.032204	0.024279	0.029695	0.125938	0.019492	0.048973	0.040707	0.101141
1.59	0.087228	0.025720	0.032659	0.023530	0.029573	0.126409	0.019504	0.049232	0.041147	0.101963
1.60	0.091243	0.025714	0.033083	0.023286	0.029445	0.126841	0.019577	0.049884	0.041919	0.103606
1.61	0.095270	0.025603	0.033476	0.023400	0.029320	0.127235	0.019853	0.050594	0.042670	0.105278
1.62	0.099214	0.025362	0.033845	0.023435	0.029186	0.127641	0.020098	0.051254	0.043474	0.106969
1.63	0.103017	0.024976	0.034197	0.023418	0.029042	0.128033	0.020310	0.051856	0.044308	0.108639
1.64	0.106629	0.024475	0.034514	0.023314	0.028970	0.128389	0.020697	0.052427	0.045120	0.110250



1.65	0.110008	0.023877	0.034795	0.023345	0.029158	0.128709	0.021135	0.053004	0.045870	0.111789
1.66	0.113138	0.023198	0.035040	0.023474	0.029330	0.128993	0.021712	0.053555	0.046567	0.113233
1.67	0.116083	0.022481	0.035248	0.023516	0.029487	0.129243	0.022410	0.054067	0.047239	0.114606
1.68	0.118737	0.022856	0.035419	0.023474	0.029629	0.129460	0.023086	0.054666	0.047747	0.115856
1.69	0.121096	0.023428	0.035577	0.023351	0.029756	0.129643	0.023736	0.055227	0.048184	0.116977
1.70	0.123163	0.023984	0.035702	0.023165	0.029868	0.129795	0.024357	0.055719	0.048572	0.117966
1.71	0.124948	0.024522	0.035790	0.022931	0.029966	0.129915	0.024948	0.056146	0.048908	0.118824
1.72	0.126461	0.025434	0.035840	0.022630	0.030050	0.130005	0.025530	0.056564	0.049152	0.119555
1.73	0.127736	0.026343	0.035853	0.022271	0.030121	0.130065	0.026076	0.056924	0.049353	0.120171
1.74	0.128865	0.027158	0.035839	0.021859	0.030179	0.130096	0.026583	0.057225	0.049540	0.120713
1.75	0.129743	0.027867	0.035808	0.021402	0.030225	0.130099	0.027049	0.057456	0.049686	0.121132
1.76	0.130371	0.028482	0.035741	0.020908	0.030258	0.130074	0.027474	0.057616	0.049792	0.121426
1.77	0.130748	0.028995	0.035656	0.020403	0.030280	0.130023	0.027855	0.057708	0.049850	0.121594
1.78	0.130868	0.029377	0.035548	0.019879	0.030290	0.129988	0.028191	0.057734	0.049874	0.121651
1.79	0.130729	0.029625	0.035406	0.019336	0.030289	0.129941	0.028483	0.057687	0.049856	0.121580
1.80	0.130326	0.029741	0.035254	0.019160	0.030278	0.129868	0.028728	0.057622	0.049741	0.121368
1.81	0.129661	0.029761	0.035092	0.019112	0.030257	0.129771	0.028949	0.057515	0.049553	0.121019
1.82	0.129729	0.029646	0.035013	0.019056	0.030226	0.129649	0.029135	0.057493	0.049549	0.120993
1.83	0.130039	0.029398	0.034900	0.019129	0.030186	0.129504	0.029275	0.057490	0.049602	0.121057
1.84	0.130112	0.029593	0.034754	0.019302	0.030138	0.129336	0.029370	0.057515	0.049545	0.121009
1.85	0.129934	0.029800	0.034577	0.020038	0.030081	0.129145	0.029419	0.057571	0.049356	0.120823
1.86	0.129476	0.029977	0.034369	0.020789	0.030016	0.128933	0.029425	0.057569	0.049104	0.120498
1.87	0.128769	0.030124	0.034132	0.021527	0.029944	0.128700	0.029386	0.057512	0.048799	0.120050
1.88	0.127933	0.030242	0.033866	0.022249	0.029865	0.128446	0.029306	0.057415	0.048471	0.119534
1.89	0.126924	0.030330	0.033573	0.022956	0.029780	0.128173	0.029473	0.057316	0.048083	0.118937
1.90	0.125787	0.030396	0.033254	0.023647	0.029688	0.127880	0.029893	0.057221	0.047645	0.118280
1.91	0.124576	0.030787	0.032911	0.024322	0.029591	0.127569	0.030623	0.057197	0.047132	0.117599
1.92	0.123345	0.031391	0.032544	0.024983	0.029489	0.127240	0.031139	0.057161	0.046619	0.116906
1.93	0.122150	0.031778	0.032155	0.025631	0.029382	0.126893	0.031483	0.057067	0.046153	0.116215
1.94	0.121042	0.031921	0.031744	0.026268	0.029426	0.126529	0.031669	0.056943	0.045733	0.115552
1.95	0.120070	0.031836	0.031314	0.026897	0.029466	0.126149	0.031610	0.056763	0.045389	0.114931
1.96	0.119275	0.031886	0.030866	0.027519	0.029502	0.125754	0.031354	0.056594	0.045094	0.114384
1.97	0.118693	0.032325	0.030401	0.028137	0.029533	0.125383	0.030905	0.056482	0.044843	0.113951
1.98	0.118353	0.032693	0.029919	0.028753	0.029559	0.124996	0.030335	0.056373	0.044667	0.113616
1.99	0.118275	0.032901	0.029423	0.029370	0.029582	0.124593	0.030331	0.056354	0.044513	0.113399
2.00	0.118473	0.032957	0.028914	0.029988	0.029600	0.124176	0.030313	0.056346	0.044437	0.113295
2.01	0.118953	0.032935	0.028393	0.030610	0.029614	0.123745	0.030489	0.056391	0.044417	0.113314
2.02	0.119716	0.033314	0.027860	0.031236	0.029623	0.123300	0.030645	0.056528	0.044432	0.113470
2.03	0.120757	0.033553	0.027999	0.031869	0.029629	0.122842	0.030782	0.056776	0.044457	0.113750
2.04	0.122067	0.033667	0.028457	0.032507	0.029631	0.122371	0.030901	0.057086	0.044528	0.114151
2.05	0.123634	0.033666	0.028971	0.033152	0.029630	0.121888	0.031002	0.057420	0.044671	0.114669
2.06	0.125442	0.033613	0.029528	0.033802	0.029624	0.121393	0.031085	0.057784	0.044884	0.115305
2.07	0.127475	0.033495	0.030121	0.034462	0.029615	0.120886	0.031151	0.058172	0.045166	0.116054
2.08	0.129716	0.033337	0.030741	0.035132	0.029603	0.120368	0.031200	0.058585	0.045515	0.116915
2.09	0.132147	0.033188	0.031381	0.035806	0.029587	0.119840	0.031233	0.059026	0.045926	0.117882
2.10	0.134750	0.033055	0.032030	0.036480	0.029567	0.119301	0.031250	0.059491	0.046398	0.118952
2.11	0.137508	0.033189	0.032680	0.037153	0.029545	0.118753	0.031549	0.060054	0.046875	0.120126
2.12	0.140403	0.033326	0.033327	0.037823	0.029519	0.118195	0.031837	0.060633	0.047409	0.121389



2.13	0.143419	0.033499	0.033974	0.038486	0.029490	0.117627	0.032017	0.061216	0.048003	0.122734
2.14	0.146540	0.033688	0.034935	0.039141	0.029458	0.117051	0.032102	0.061845	0.048626	0.124162
2.15	0.149750	0.033895	0.035982	0.039782	0.029424	0.116467	0.032112	0.062487	0.049295	0.125661
2.16	0.153031	0.034114	0.037020	0.040408	0.029386	0.115874	0.032091	0.063132	0.050010	0.127223
2.17	0.156369	0.034350	0.038051	0.041015	0.029346	0.115274	0.032041	0.063778	0.050767	0.128838
2.18	0.159745	0.034597	0.039074	0.041805	0.029304	0.114666	0.031919	0.064444	0.051550	0.130508
2.19	0.163145	0.034828	0.040075	0.042582	0.029258	0.114052	0.031853	0.065113	0.052359	0.132214
2.20	0.166550	0.035048	0.041051	0.043353	0.029211	0.113430	0.031714	0.065765	0.053201	0.133945
2.21	0.169943	0.035348	0.042010	0.044111	0.029161	0.112856	0.031505	0.066419	0.054067	0.135709
2.22	0.173308	0.035593	0.042944	0.044853	0.029108	0.113071	0.031227	0.067158	0.055068	0.137730
2.23	0.176694	0.035777	0.043841	0.045581	0.029054	0.113220	0.030883	0.067864	0.056092	0.139750
2.24	0.180021	0.035898	0.044699	0.046287	0.028997	0.113306	0.030476	0.068526	0.057116	0.141724
2.25	0.183740	0.035920	0.045514	0.046975	0.028939	0.113329	0.030404	0.069260	0.058246	0.143905
2.26	0.187548	0.035833	0.046378	0.047715	0.028878	0.113292	0.030419	0.070009	0.059402	0.146135
2.27	0.191288	0.035659	0.047228	0.048442	0.028816	0.113195	0.030341	0.070710	0.060559	0.148320
2.28	0.194950	0.035363	0.048032	0.049143	0.028752	0.113041	0.030174	0.071351	0.061721	0.150449
2.29	0.198594	0.035114	0.048789	0.049821	0.028686	0.112830	0.029922	0.071965	0.062890	0.152562
2.30	0.202125	0.034763	0.049495	0.050466	0.028619	0.112577	0.029623	0.072524	0.064046	0.154603
2.31	0.205528	0.034602	0.050169	0.051089	0.028550	0.112317	0.029246	0.073071	0.065161	0.156578
2.32	0.208788	0.034511	0.050798	0.051672	0.028479	0.112006	0.028793	0.073578	0.066236	0.158463
2.33	0.211894	0.034709	0.051372	0.052231	0.028407	0.111643	0.028278	0.074076	0.067244	0.160253
2.34	0.214834	0.035084	0.051891	0.052753	0.028334	0.111231	0.028289	0.074631	0.068126	0.161938
2.35	0.217598	0.035415	0.052353	0.053238	0.028260	0.110771	0.028298	0.075133	0.068960	0.163509
2.36	0.220179	0.035699	0.052758	0.053694	0.028184	0.110264	0.028303	0.075583	0.069742	0.164961
2.37	0.222668	0.035947	0.053119	0.054109	0.028107	0.109713	0.028307	0.075996	0.070502	0.166348
2.38	0.224989	0.036169	0.053440	0.054489	0.028029	0.109118	0.028307	0.076363	0.071213	0.167626
2.39	0.227115	0.036346	0.053704	0.054834	0.027951	0.108482	0.028305	0.076677	0.071866	0.168777
2.40	0.229041	0.036479	0.054049	0.055318	0.027871	0.107805	0.028300	0.076980	0.072445	0.169822
2.41	0.230766	0.036569	0.054445	0.055905	0.027790	0.107089	0.028292	0.077265	0.072951	0.170756
2.42	0.232288	0.036615	0.055040	0.056434	0.027709	0.106336	0.028282	0.077529	0.073385	0.171576
2.43	0.233609	0.036620	0.055806	0.056904	0.027626	0.105546	0.028268	0.077769	0.073749	0.172281
2.44	0.234738	0.036897	0.056519	0.057316	0.027543	0.104722	0.028252	0.077998	0.074028	0.172868
2.45	0.235787	0.037428	0.057179	0.057669	0.027460	0.103864	0.028232	0.078231	0.074262	0.173402
2.46	0.236635	0.037912	0.058586	0.057963	0.027376	0.102975	0.028210	0.078522	0.074402	0.173873
2.47	0.237284	0.038620	0.060014	0.058204	0.027291	0.102054	0.028184	0.078807	0.074459	0.174230
2.48	0.237734	0.039278	0.061338	0.058386	0.027206	0.101105	0.028156	0.079029	0.074462	0.174456
2.49	0.237986	0.040056	0.062557	0.058510	0.027120	0.100127	0.028124	0.079211	0.074397	0.174555
2.50	0.238043	0.040886	0.063642	0.058577	0.027034	0.099881	0.028089	0.079450	0.074305	0.174676
2.51	0.237905	0.041678	0.064648	0.058588	0.026947	0.100125	0.028050	0.079706	0.074178	0.174769
2.52	0.237597	0.042453	0.065596	0.058543	0.026860	0.100368	0.028008	0.079918	0.074000	0.174753
2.53	0.237201	0.043170	0.066509	0.058445	0.026773	0.100608	0.028123	0.080118	0.073783	0.174676
2.54	0.236891	0.043845	0.067379	0.058294	0.026686	0.100845	0.028257	0.080314	0.073605	0.174642
2.55	0.238057	0.044449	0.068207	0.058092	0.026598	0.101081	0.028387	0.080696	0.073961	0.175481
2.56	0.239037	0.044979	0.068994	0.057840	0.026511	0.101314	0.028513	0.081027	0.074263	0.176199
2.57	0.239896	0.045432	0.069704	0.057541	0.026423	0.101547	0.028634	0.081311	0.074535	0.176832
2.58	0.240597	0.045806	0.070297	0.057197	0.026373	0.101787	0.028751	0.081544	0.074761	0.177354
2.59	0.241145	0.046106	0.070752	0.056807	0.026371	0.102024	0.028864	0.081724	0.074939	0.177763
2.60	0.241566	0.046358	0.071126	0.056374	0.026371	0.102259	0.028979	0.081862	0.075081	0.178082



2.61	0.241813	0.046530	0.071370	0.055899	0.026372	0.102492	0.029091	0.081938	0.075173	0.178277
2.62	0.241954	0.046623	0.071484	0.055384	0.026375	0.102723	0.029198	0.081963	0.075241	0.178388
2.63	0.241961	0.046637	0.071471	0.054831	0.026378	0.102952	0.029301	0.081933	0.075274	0.178401
2.64	0.241905	0.046753	0.071802	0.054242	0.026383	0.103178	0.029400	0.081952	0.075272	0.178417
2.65	0.241825	0.047555	0.072259	0.053618	0.026390	0.103403	0.029493	0.082077	0.075209	0.178462
2.66	0.241607	0.048297	0.072595	0.052962	0.026398	0.103625	0.029582	0.082152	0.075110	0.178409
2.67	0.242207	0.048985	0.072816	0.052276	0.026407	0.103846	0.029666	0.082315	0.075311	0.178829
2.68	0.243176	0.049610	0.072967	0.051560	0.026418	0.104064	0.029745	0.082506	0.075653	0.179459
2.69	0.243939	0.050182	0.073005	0.050820	0.026430	0.104281	0.029819	0.082639	0.075932	0.179950
2.70	0.244538	0.050678	0.072945	0.050056	0.026444	0.104495	0.029888	0.082721	0.076165	0.180330
2.71	0.245029	0.051122	0.072821	0.049270	0.026459	0.104708	0.029952	0.082766	0.076368	0.180636
2.72	0.245330	0.051500	0.072597	0.048672	0.026476	0.104918	0.030012	0.082786	0.076499	0.180824
2.73	0.245450	0.051802	0.072283	0.048121	0.026494	0.105127	0.030066	0.082763	0.076571	0.180893
2.74	0.245398	0.052028	0.071923	0.047548	0.026514	0.105334	0.030115	0.082694	0.076592	0.180850
2.75	0.245184	0.052180	0.071478	0.047039	0.026535	0.105539	0.030159	0.082588	0.076558	0.180701
2.76	0.244895	0.052279	0.071064	0.046709	0.026558	0.105742	0.030197	0.082492	0.076488	0.180516
2.77	0.244496	0.052533	0.070727	0.046356	0.026582	0.105944	0.030231	0.082410	0.076370	0.180282
2.78	0.243965	0.052739	0.070338	0.045990	0.026608	0.106143	0.030259	0.082292	0.076211	0.179961
2.79	0.243313	0.052873	0.069895	0.045604	0.026636	0.106341	0.030282	0.082135	0.076019	0.179558
2.80	0.242552	0.052941	0.069385	0.045203	0.026665	0.106537	0.030300	0.081940	0.075797	0.179079
2.81	0.241695	0.052966	0.068831	0.044787	0.026695	0.106732	0.030315	0.081717	0.075548	0.178536
2.82	0.240754	0.053082	0.068344	0.044353	0.026727	0.106924	0.030331	0.081502	0.075263	0.177956
2.83	0.239740	0.053497	0.067850	0.043897	0.026760	0.107115	0.030340	0.081314	0.074938	0.177351
2.84	0.238746	0.053877	0.067302	0.043421	0.026795	0.107305	0.030345	0.081113	0.074627	0.176752
2.85	0.237702	0.054224	0.066721	0.043382	0.026832	0.107492	0.030417	0.080967	0.074259	0.176134
2.86	0.237502	0.055405	0.066116	0.043506	0.026870	0.107678	0.030611	0.081098	0.074113	0.176077
2.87	0.238270	0.056796	0.065471	0.043627	0.026909	0.107863	0.030798	0.081391	0.074301	0.176612
2.88	0.238955	0.058082	0.064791	0.043746	0.026949	0.108045	0.030980	0.081650	0.074473	0.177091
2.89	0.239567	0.059254	0.064293	0.043863	0.026992	0.108227	0.031156	0.081907	0.074623	0.177540
2.90	0.240115	0.060341	0.063928	0.043978	0.027035	0.108406	0.031326	0.082161	0.074753	0.177961
2.91	0.240608	0.061315	0.063566	0.044091	0.027080	0.108584	0.031490	0.082391	0.074872	0.178342
2.92	0.241056	0.062169	0.063209	0.044215	0.027126	0.108761	0.031647	0.082598	0.074981	0.178690
2.93	0.241465	0.062940	0.062838	0.044377	0.027174	0.108936	0.031799	0.082790	0.075080	0.179009
2.94	0.241843	0.063590	0.062452	0.044536	0.027222	0.109109	0.031944	0.082957	0.075176	0.179299
2.95	0.242210	0.064132	0.062038	0.044695	0.027273	0.109282	0.032084	0.083102	0.075276	0.179572
2.96	0.242616	0.064581	0.061601	0.044851	0.027324	0.109452	0.032217	0.083235	0.075396	0.179859
2.97	0.243004	0.064917	0.061142	0.045007	0.027377	0.109621	0.032343	0.083345	0.075518	0.180124
2.98	0.243379	0.065244	0.060673	0.045163	0.027431	0.109789	0.032464	0.083449	0.075636	0.180380
2.99	0.243743	0.065471	0.060205	0.045323	0.027486	0.109955	0.032578	0.083537	0.075756	0.180622
3.00	0.244098	0.065606	0.059724	0.045482	0.027542	0.110120	0.032686	0.083608	0.075878	0.180849
3.01	0.244446	0.065654	0.059232	0.045640	0.027599	0.110284	0.032788	0.083663	0.076002	0.181064
3.02	0.244786	0.065608	0.058730	0.045798	0.027658	0.110446	0.032884	0.083701	0.076130	0.181266
3.03	0.245119	0.065564	0.058222	0.045955	0.027718	0.110607	0.032973	0.083737	0.076256	0.181463
3.04	0.245449	0.065687	0.057709	0.046113	0.027779	0.110766	0.033056	0.083794	0.076377	0.181675
3.05	0.245828	0.065772	0.057192	0.046270	0.027840	0.110925	0.033132	0.083851	0.076517	0.181912
3.06	0.246194	0.065790	0.056672	0.046428	0.027903	0.111081	0.033203	0.083896	0.076657	0.182136
3.07	0.246917	0.065717	0.056151	0.046585	0.027967	0.111237	0.033267	0.083977	0.076927	0.182564
3.08	0.247771	0.065565	0.055630	0.046743	0.028032	0.111391	0.033324	0.084065	0.077249	0.183064



3.09	0.248645	0.065359	0.055110	0.046901	0.028098	0.111544	0.033376	0.084147	0.077581	0.183571
3.10	0.249516	0.065075	0.054590	0.047060	0.028165	0.111696	0.033421	0.084218	0.077916	0.184071
3.11	0.250359	0.064719	0.054087	0.047219	0.028233	0.111846	0.033460	0.084275	0.078245	0.184550
3.12	0.251170	0.064328	0.053799	0.047379	0.028301	0.111996	0.033493	0.084352	0.078552	0.185020
3.13	0.251945	0.063875	0.053699	0.047539	0.028371	0.112144	0.033520	0.084442	0.078837	0.185476
3.14	0.252681	0.063366	0.053612	0.047700	0.028441	0.112290	0.033541	0.084519	0.079111	0.185904
3.15	0.253431	0.062815	0.053541	0.047862	0.028513	0.112436	0.033555	0.084593	0.079393	0.186339
3.16	0.254145	0.062236	0.053484	0.048025	0.028585	0.112581	0.033564	0.084660	0.079663	0.186752
3.17	0.254808	0.061617	0.053443	0.048188	0.028658	0.112724	0.033566	0.084715	0.079917	0.187133
3.18	0.255419	0.061030	0.054327	0.048352	0.028731	0.112866	0.033657	0.084912	0.080083	0.187543
3.19	0.255979	0.060560	0.055194	0.048516	0.028805	0.113007	0.033733	0.085114	0.080230	0.187932
3.20	0.256541	0.060109	0.056014	0.048682	0.028880	0.113147	0.033759	0.085305	0.080386	0.188324
3.21	0.257042	0.059628	0.056788	0.048848	0.028956	0.113286	0.033728	0.085468	0.080533	0.188675
3.22	0.257506	0.059136	0.057537	0.049206	0.029032	0.113423	0.033644	0.085641	0.080661	0.189012
3.23	0.257958	0.058617	0.058245	0.049637	0.029109	0.113560	0.033509	0.085805	0.080791	0.189343
3.24	0.258395	0.058077	0.058905	0.050059	0.029187	0.113695	0.033417	0.085962	0.080917	0.189662
3.25	0.258763	0.057520	0.059520	0.050474	0.029265	0.113830	0.033372	0.086106	0.081019	0.189936
3.26	0.259098	0.057063	0.060097	0.050881	0.029344	0.113963	0.033322	0.086253	0.081108	0.190197
3.27	0.259391	0.056633	0.060647	0.051281	0.029423	0.114095	0.033266	0.086391	0.081184	0.190432
3.28	0.259611	0.056188	0.061188	0.051672	0.029503	0.114227	0.033205	0.086513	0.081238	0.190624
3.29	0.259759	0.055734	0.061732	0.052056	0.029583	0.114357	0.033138	0.086623	0.081269	0.190773
3.30	0.259848	0.055273	0.062278	0.052432	0.029664	0.114486	0.033069	0.086722	0.081281	0.190888
3.31	0.259917	0.054817	0.063036	0.052800	0.029746	0.114614	0.032998	0.086847	0.081278	0.191009
3.32	0.259928	0.054368	0.063843	0.053172	0.029827	0.114741	0.032922	0.086972	0.081253	0.191102
3.33	0.260254	0.054512	0.064630	0.053536	0.029909	0.114868	0.032841	0.087221	0.081303	0.191416
3.34	0.260565	0.054717	0.065386	0.053893	0.029992	0.114993	0.032754	0.087471	0.081348	0.191723
3.35	0.260804	0.054919	0.066111	0.054241	0.030075	0.115117	0.032662	0.087704	0.081370	0.191984
3.36	0.260972	0.055119	0.066807	0.054599	0.030158	0.115241	0.032565	0.087923	0.081370	0.192202
3.37	0.261079	0.055317	0.067453	0.055086	0.030242	0.115363	0.032463	0.088143	0.081342	0.192387
3.38	0.261172	0.055512	0.068049	0.055566	0.030326	0.115484	0.032355	0.088352	0.081314	0.192559
3.39	0.261199	0.055705	0.068609	0.056038	0.030410	0.115605	0.032243	0.088544	0.081265	0.192689
3.40	0.261161	0.055896	0.069136	0.056510	0.030494	0.115724	0.032126	0.088721	0.081196	0.192778
3.41	0.261060	0.056085	0.069653	0.056978	0.030579	0.115843	0.032092	0.088899	0.081096	0.192828
3.42	0.260898	0.056272	0.070163	0.057438	0.030664	0.115961	0.032277	0.089096	0.080951	0.192839
3.43	0.260677	0.056456	0.070668	0.057891	0.030749	0.116078	0.032460	0.089283	0.080786	0.192815
3.44	0.260400	0.056638	0.071166	0.058335	0.030835	0.116194	0.032641	0.089458	0.080603	0.192755
3.45	0.260098	0.056819	0.071656	0.058771	0.030920	0.116309	0.032821	0.089628	0.080413	0.192680
3.46	0.259771	0.056997	0.072137	0.059198	0.031006	0.116423	0.032999	0.089790	0.080215	0.192590
3.47	0.259393	0.057176	0.072747	0.059617	0.031092	0.116536	0.033176	0.089963	0.079995	0.192481
3.48	0.258966	0.057356	0.073386	0.060027	0.031178	0.116649	0.033350	0.090130	0.079759	0.192345
3.49	0.258492	0.057533	0.073980	0.060428	0.031264	0.116761	0.033523	0.090283	0.079509	0.192178
3.50	0.257972	0.057709	0.074516	0.060820	0.031351	0.116872	0.033695	0.090419	0.079246	0.191977
3.51	0.257408	0.057882	0.074993	0.061203	0.031437	0.116982	0.033865	0.090539	0.078971	0.191744
3.52	0.256965	0.058053	0.075439	0.061577	0.031524	0.117091	0.034032	0.090669	0.078741	0.191579
3.53	0.257055	0.058223	0.075847	0.061942	0.031610	0.117199	0.034199	0.090868	0.078700	0.191726
3.54	0.257100	0.058390	0.076354	0.062308	0.031697	0.117307	0.034363	0.091074	0.078642	0.191858
3.55	0.257042	0.058556	0.076976	0.062666	0.031783	0.117414	0.034526	0.091280	0.078544	0.191939
3.56	0.256881	0.058719	0.077719	0.063091	0.031870	0.117520	0.034687	0.091498	0.078404	0.191977



3.57	0.256620	0.058881	0.078450	0.063555	0.031957	0.117625	0.034846	0.091705	0.078227	0.191957
3.58	0.256340	0.059041	0.079134	0.064009	0.032043	0.117730	0.035003	0.091900	0.078047	0.191922
3.59	0.255963	0.059199	0.079757	0.064454	0.032130	0.117833	0.035159	0.092071	0.077837	0.191822
3.60	0.255491	0.059355	0.080318	0.064889	0.032217	0.117936	0.035312	0.092217	0.077595	0.191659
3.61	0.254924	0.059509	0.080841	0.065314	0.032303	0.118039	0.035464	0.092342	0.077324	0.191436
3.62	0.254265	0.059675	0.081320	0.065729	0.032390	0.118140	0.035614	0.092447	0.077021	0.191154
3.63	0.253556	0.059841	0.081783	0.066134	0.032476	0.118241	0.035762	0.092542	0.076703	0.190841
3.64	0.252790	0.060005	0.082225	0.066529	0.032562	0.118341	0.035909	0.092623	0.076367	0.190492
3.65	0.251934	0.060167	0.082650	0.066913	0.032648	0.118440	0.036053	0.092687	0.076002	0.190087
3.66	0.250990	0.060327	0.083058	0.067291	0.032735	0.118539	0.036196	0.092734	0.075607	0.189628
3.67	0.249958	0.060486	0.083424	0.067666	0.032821	0.118639	0.036337	0.092761	0.075184	0.189113
3.68	0.249395	0.060643	0.083752	0.068031	0.032906	0.118741	0.036475	0.092849	0.074927	0.188871
3.69	0.248926	0.060798	0.084020	0.068385	0.032992	0.118842	0.036613	0.092939	0.074705	0.188677
3.70	0.248424	0.060951	0.084226	0.068728	0.033078	0.118943	0.036748	0.093014	0.074473	0.188455
3.71	0.247827	0.061103	0.084371	0.069059	0.033163	0.119043	0.036881	0.093064	0.074212	0.188170
3.72	0.247154	0.061253	0.084467	0.069379	0.033248	0.119142	0.037012	0.093094	0.073926	0.187833
3.73	0.246442	0.061641	0.084573	0.069687	0.033333	0.119240	0.037142	0.093151	0.073611	0.187487
3.74	0.245639	0.062025	0.084743	0.069984	0.033418	0.119338	0.037269	0.093202	0.073263	0.187093
3.75	0.244743	0.062396	0.084884	0.070269	0.033503	0.119435	0.037395	0.093232	0.072887	0.186641
3.76	0.243778	0.062754	0.085099	0.070543	0.033587	0.119532	0.037519	0.093259	0.072488	0.186156
3.77	0.242890	0.063097	0.085294	0.070804	0.033671	0.119627	0.037641	0.093289	0.072118	0.185712
3.78	0.242370	0.063430	0.085468	0.071053	0.033755	0.119723	0.037761	0.093366	0.071878	0.185481
3.79	0.241800	0.063751	0.085746	0.071291	0.033839	0.119817	0.037879	0.093446	0.071620	0.185232
3.80	0.241180	0.064055	0.086071	0.071516	0.033923	0.119911	0.037996	0.093521	0.071347	0.184957
3.81	0.240508	0.064339	0.086379	0.071735	0.034006	0.120004	0.038110	0.093583	0.071059	0.184649
3.82	0.239786	0.064602	0.086644	0.071949	0.034089	0.120096	0.038222	0.093627	0.070756	0.184305
3.83	0.239030	0.064845	0.086872	0.072150	0.034172	0.120188	0.038333	0.093656	0.070445	0.183935
3.84	0.238251	0.065066	0.087047	0.072339	0.034254	0.120280	0.038442	0.093668	0.070130	0.183544
3.85	0.237423	0.065276	0.087166	0.072515	0.034336	0.120370	0.038549	0.093662	0.069800	0.183115
3.86	0.236544	0.065472	0.087233	0.072679	0.034418	0.120460	0.038654	0.093637	0.069457	0.182650
3.87	0.235616	0.065648	0.087261	0.072830	0.034500	0.120550	0.038757	0.093594	0.069099	0.182149
3.88	0.234639	0.065799	0.087272	0.072968	0.034581	0.120638	0.038858	0.093537	0.068728	0.181616
3.89	0.233615	0.065924	0.087445	0.073094	0.034662	0.120727	0.038957	0.093489	0.068342	0.181073
3.90	0.232543	0.066024	0.087568	0.073207	0.034743	0.120814	0.039055	0.093422	0.067943	0.180494
3.91	0.231425	0.066098	0.087660	0.073307	0.034823	0.120901	0.039151	0.093338	0.067532	0.179884
3.92	0.230263	0.066152	0.087703	0.073395	0.034904	0.120987	0.039244	0.093235	0.067110	0.179240
3.93	0.229068	0.066186	0.087699	0.073469	0.034983	0.121073	0.039336	0.093117	0.066679	0.178570
3.94	0.227858	0.066195	0.087650	0.073531	0.035063	0.121159	0.039426	0.092983	0.066248	0.177883
3.95	0.226606	0.066177	0.087558	0.074116	0.035142	0.121243	0.039515	0.092908	0.065780	0.177209
3.96	0.225314	0.066133	0.087426	0.075156	0.035221	0.121327	0.039601	0.092883	0.065282	0.176545
3.97	0.223985	0.066063	0.087258	0.076191	0.035299	0.121411	0.039686	0.092842	0.064778	0.175858
3.98	0.222619	0.065967	0.087069	0.077222	0.035377	0.121494	0.039769	0.092788	0.064267	0.175150
3.99	0.221220	0.065847	0.086845	0.078248	0.035455	0.121576	0.039849	0.092720	0.063752	0.174421
4.00	0.220046	0.065703	0.086591	0.079268	0.035532	0.121658	0.039929	0.092675	0.063318	0.173821

Tabla 8.1: Espectros elásticos de desplazamientos de la componente Este – Oeste de cada registro y análisis estadístico



T (s)	DESPLAZAMIENTOS (m): COMPONENTE NORTE-SUR									
	UC540001	UC540003	UC540005	UC540006	UC540010	UC540011	UC540012	μ	σ	90%
0.00	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.01	0.000051	0.000058	0.000054	0.000058	0.000056	0.000054	0.000054	0.000055	0.000003	0.000059
0.02	0.000102	0.000117	0.000109	0.000117	0.000113	0.000108	0.000107	0.000110	0.000006	0.000117
0.03	0.000248	0.000309	0.000240	0.000241	0.000299	0.000228	0.000341	0.000272	0.000044	0.000328
0.04	0.000614	0.001023	0.000629	0.000550	0.000563	0.000430	0.000818	0.000661	0.000197	0.000914
0.05	0.001089	0.002268	0.001236	0.001376	0.001226	0.000762	0.002421	0.001483	0.000621	0.002278
0.06	0.002777	0.002964	0.002030	0.002310	0.002026	0.001734	0.003312	0.002451	0.000578	0.003191
0.07	0.003827	0.003864	0.002490	0.002989	0.002203	0.002005	0.003279	0.002951	0.000750	0.003912
0.08	0.004911	0.005360	0.004395	0.004978	0.003056	0.002546	0.005316	0.004366	0.001125	0.005807
0.09	0.005840	0.006164	0.007651	0.007111	0.005247	0.004047	0.007121	0.006169	0.001255	0.007777
0.10	0.005239	0.005978	0.009375	0.007135	0.005564	0.006431	0.007928	0.006807	0.001460	0.008678
0.11	0.007552	0.006211	0.009722	0.007016	0.008594	0.006658	0.010146	0.007985	0.001533	0.009949
0.12	0.010395	0.007825	0.009405	0.007938	0.011980	0.011652	0.011685	0.010126	0.001774	0.012399
0.13	0.015356	0.008482	0.009159	0.007928	0.010888	0.013373	0.013992	0.011311	0.002946	0.015086
0.14	0.015358	0.008997	0.009671	0.007589	0.010918	0.010588	0.012754	0.010839	0.002565	0.014127
0.15	0.012619	0.009253	0.010818	0.007457	0.014506	0.014566	0.011926	0.011592	0.002635	0.014970
0.16	0.013423	0.010146	0.011860	0.007735	0.015456	0.012690	0.012478	0.011970	0.002460	0.015122
0.17	0.013647	0.011190	0.012639	0.008786	0.016169	0.014001	0.010189	0.012374	0.002510	0.015591
0.18	0.013918	0.011104	0.012725	0.009084	0.014496	0.015887	0.010377	0.012513	0.002437	0.015636
0.19	0.014034	0.009983	0.013163	0.009238	0.015121	0.020967	0.009242	0.013107	0.004211	0.018503
0.20	0.015138	0.008553	0.013913	0.010991	0.017600	0.030200	0.011536	0.015419	0.007158	0.024592
0.21	0.016401	0.008192	0.013963	0.012983	0.019507	0.035249	0.013638	0.017133	0.008697	0.028278
0.22	0.017093	0.007999	0.014704	0.014674	0.020953	0.033631	0.015319	0.017768	0.007986	0.028002
0.23	0.020149	0.008031	0.015806	0.016076	0.021851	0.030532	0.014130	0.018082	0.007063	0.027134
0.24	0.021868	0.007948	0.017456	0.017325	0.024314	0.026930	0.012490	0.018333	0.006658	0.026865
0.25	0.023418	0.008233	0.019482	0.018090	0.027910	0.026401	0.009921	0.019065	0.007671	0.028896
0.26	0.019638	0.008126	0.020409	0.019054	0.029575	0.023990	0.008501	0.018470	0.007806	0.028475
0.27	0.018538	0.007851	0.020894	0.020321	0.030076	0.019807	0.008592	0.018011	0.007688	0.027864
0.28	0.018398	0.007029	0.021129	0.021065	0.032802	0.018322	0.008495	0.018177	0.008651	0.029264
0.29	0.020734	0.006715	0.021287	0.021623	0.037527	0.018911	0.009882	0.019526	0.009920	0.032239
0.30	0.021887	0.006728	0.021506	0.022510	0.035035	0.018103	0.010079	0.019407	0.009255	0.031267
0.31	0.021351	0.006989	0.021532	0.023082	0.037762	0.016188	0.010006	0.019559	0.010095	0.032496
0.32	0.024704	0.007316	0.021382	0.023497	0.040318	0.016629	0.009581	0.020489	0.011017	0.034608
0.33	0.025908	0.006927	0.021232	0.022992	0.041242	0.016918	0.009065	0.020612	0.011503	0.035354
0.34	0.026279	0.006822	0.021236	0.022446	0.041465	0.019473	0.009526	0.021035	0.011430	0.035683
0.35	0.025517	0.007957	0.021277	0.022326	0.042431	0.021116	0.008834	0.021351	0.011538	0.036138
0.36	0.025027	0.008906	0.021145	0.022266	0.043083	0.025633	0.010283	0.022335	0.011370	0.036905
0.37	0.025096	0.009268	0.021677	0.021705	0.044113	0.028652	0.011461	0.023139	0.011598	0.038003
0.38	0.024994	0.009065	0.022366	0.020391	0.045572	0.030988	0.012716	0.023727	0.012116	0.039254
0.39	0.028044	0.008808	0.023134	0.019195	0.047372	0.033074	0.014117	0.024821	0.012862	0.041304
0.40	0.033538	0.008210	0.023940	0.018383	0.049306	0.032915	0.016310	0.026086	0.013665	0.043598
0.41	0.036237	0.007926	0.024446	0.017760	0.050550	0.030883	0.016575	0.026340	0.014238	0.044587
0.42	0.036949	0.007881	0.024606	0.017790	0.051457	0.027545	0.015270	0.025928	0.014623	0.044669
0.43	0.035288	0.008320	0.024458	0.018243	0.051510	0.028639	0.013840	0.025757	0.014529	0.044377
0.44	0.031766	0.008834	0.024111	0.018655	0.051316	0.029545	0.013931	0.025451	0.014038	0.043442
0.45	0.031560	0.009008	0.023763	0.018749	0.050892	0.030566	0.014727	0.025609	0.013806	0.043303



0.46	0.030805	0.008870	0.023611	0.018490	0.050619	0.035200	0.015066	0.026095	0.014076	0.044134
0.47	0.029440	0.008799	0.023719	0.017857	0.050237	0.038298	0.014985	0.026191	0.014370	0.044607
0.48	0.027713	0.009081	0.023964	0.017178	0.050956	0.039571	0.014489	0.026136	0.014779	0.045076
0.49	0.025912	0.009646	0.024219	0.016485	0.052128	0.039189	0.013800	0.025911	0.015092	0.045252
0.50	0.026305	0.010192	0.024244	0.015854	0.053090	0.037594	0.013164	0.025778	0.015214	0.045275
0.51	0.027754	0.010398	0.023974	0.015281	0.053773	0.035361	0.012721	0.025609	0.015274	0.045183
0.52	0.029306	0.010221	0.023535	0.014735	0.054481	0.033017	0.012504	0.025400	0.015454	0.045205
0.53	0.030734	0.009834	0.023144	0.014217	0.054974	0.034352	0.012900	0.025737	0.015870	0.046075
0.54	0.031403	0.009446	0.022998	0.013786	0.055350	0.037799	0.013596	0.026340	0.016407	0.047366
0.55	0.030619	0.009159	0.023189	0.013532	0.055708	0.041204	0.014531	0.026849	0.016875	0.048475
0.56	0.031324	0.008977	0.023679	0.013531	0.056325	0.043897	0.015669	0.027629	0.017354	0.049869
0.57	0.031604	0.008804	0.024330	0.013807	0.057014	0.045658	0.016930	0.028307	0.017663	0.050943
0.58	0.031559	0.008563	0.024965	0.014324	0.057767	0.046629	0.018114	0.028846	0.017854	0.051727
0.59	0.031322	0.008544	0.025421	0.015000	0.058547	0.052402	0.019156	0.030056	0.018896	0.054273
0.60	0.031353	0.008657	0.025596	0.015740	0.059296	0.058246	0.020086	0.031282	0.020095	0.057035
0.61	0.031304	0.008729	0.025459	0.016468	0.060107	0.063671	0.021052	0.032399	0.021361	0.059775
0.62	0.030949	0.009032	0.025042	0.017144	0.060847	0.068893	0.022200	0.033444	0.022629	0.062444
0.63	0.029642	0.009323	0.024519	0.017766	0.061413	0.074745	0.023634	0.034434	0.024149	0.065383
0.64	0.028367	0.009564	0.023855	0.018358	0.061787	0.079485	0.025366	0.035255	0.025433	0.067848
0.65	0.032521	0.009722	0.023137	0.018955	0.061983	0.083466	0.026521	0.036615	0.026375	0.070417
0.66	0.036165	0.009744	0.022438	0.019583	0.062210	0.086237	0.027121	0.037643	0.027122	0.072401
0.67	0.038355	0.009622	0.021808	0.020248	0.063324	0.088394	0.026928	0.038383	0.027944	0.074194
0.68	0.038926	0.009775	0.021275	0.020932	0.065881	0.089604	0.026089	0.038926	0.028707	0.075716
0.69	0.038680	0.010058	0.020849	0.021597	0.068113	0.090260	0.025925	0.039354	0.029198	0.076774
0.70	0.040930	0.010183	0.020522	0.022193	0.070068	0.090471	0.026534	0.040129	0.029493	0.077926
0.71	0.042995	0.010268	0.020281	0.022670	0.071778	0.090315	0.026809	0.040731	0.029704	0.078797
0.72	0.044498	0.010354	0.020104	0.022987	0.073197	0.090207	0.026920	0.041181	0.029912	0.079515
0.73	0.044987	0.010535	0.019972	0.023177	0.074145	0.090014	0.026710	0.041363	0.030022	0.079838
0.74	0.044050	0.010869	0.019863	0.023208	0.074987	0.090117	0.026285	0.041340	0.030177	0.080013
0.75	0.041534	0.011362	0.019760	0.023064	0.075468	0.090444	0.025686	0.041045	0.030328	0.079913
0.76	0.040424	0.011965	0.019646	0.022778	0.075736	0.091207	0.024948	0.040958	0.030595	0.080167
0.77	0.039171	0.012587	0.019510	0.022395	0.075864	0.092427	0.024138	0.040870	0.030992	0.080588
0.78	0.037568	0.013143	0.019342	0.021970	0.075871	0.094069	0.023226	0.040741	0.031535	0.081155
0.79	0.036567	0.013564	0.019136	0.021556	0.075612	0.096273	0.022142	0.040693	0.032240	0.082010
0.80	0.036183	0.013856	0.018890	0.021202	0.075101	0.098851	0.020956	0.040720	0.033044	0.083068
0.81	0.036050	0.014171	0.018605	0.020946	0.074492	0.101816	0.019817	0.040842	0.033953	0.084355
0.82	0.036626	0.014574	0.018285	0.020813	0.073938	0.105043	0.019512	0.041256	0.034854	0.085923
0.83	0.037950	0.014736	0.017937	0.020817	0.073476	0.108453	0.019046	0.041774	0.035872	0.087745
0.84	0.039212	0.014979	0.017571	0.020956	0.073260	0.111868	0.018458	0.042329	0.036945	0.089677
0.85	0.040243	0.015089	0.017197	0.021218	0.073329	0.115312	0.017858	0.042892	0.038096	0.091714
0.86	0.040932	0.014956	0.016829	0.021582	0.073365	0.118441	0.017353	0.043351	0.039168	0.093546
0.87	0.041271	0.014543	0.016478	0.022021	0.073259	0.121481	0.016984	0.043720	0.040217	0.095260
0.88	0.041337	0.014002	0.016156	0.022504	0.074110	0.124030	0.016575	0.044102	0.041247	0.096962
0.89	0.041345	0.013408	0.015874	0.023003	0.075054	0.126268	0.016147	0.044443	0.042193	0.098516
0.90	0.041148	0.012828	0.015641	0.023488	0.075935	0.128132	0.015718	0.044698	0.043010	0.099818
0.91	0.040834	0.012340	0.015462	0.023936	0.076780	0.129641	0.015308	0.044900	0.043695	0.100898
0.92	0.040315	0.012009	0.015340	0.024329	0.077617	0.130803	0.014935	0.045050	0.044248	0.101755
0.93	0.039704	0.011833	0.015278	0.024653	0.078414	0.131544	0.014616	0.045149	0.044637	0.102354



0.94	0.040092	0.011827	0.015271	0.024903	0.079122	0.131809	0.014363	0.045341	0.044815	0.102773
0.95	0.041651	0.011967	0.015315	0.025077	0.079731	0.131655	0.014187	0.045655	0.044800	0.103068
0.96	0.043106	0.012180	0.015404	0.025178	0.080344	0.131222	0.014095	0.045933	0.044688	0.103203
0.97	0.044318	0.012449	0.015528	0.025215	0.080818	0.130859	0.014092	0.046182	0.044573	0.103305
0.98	0.045341	0.012684	0.015676	0.025198	0.081181	0.132071	0.014178	0.046618	0.044942	0.104213
0.99	0.046228	0.012832	0.015838	0.025140	0.081603	0.133372	0.014365	0.047054	0.045349	0.105172
1.00	0.046885	0.012881	0.016003	0.025054	0.081910	0.134915	0.014641	0.047470	0.045826	0.106198
1.01	0.047475	0.012980	0.016158	0.024952	0.082137	0.136707	0.014992	0.047914	0.046360	0.107327
1.02	0.047929	0.013390	0.016293	0.025348	0.082413	0.138386	0.015409	0.048453	0.046781	0.108405
1.03	0.048311	0.013687	0.016399	0.025758	0.082647	0.139708	0.015883	0.048913	0.047094	0.109267
1.04	0.048723	0.013806	0.016466	0.026203	0.082937	0.140505	0.016403	0.049292	0.047265	0.109864
1.05	0.049059	0.014149	0.016664	0.026509	0.083254	0.141003	0.016957	0.049656	0.047307	0.110283
1.06	0.049270	0.014368	0.016693	0.026660	0.083541	0.140933	0.017535	0.049857	0.047209	0.110357
1.07	0.049404	0.014460	0.016459	0.026666	0.083820	0.140497	0.018126	0.049919	0.047050	0.110216
1.08	0.050788	0.014429	0.016484	0.026555	0.083995	0.139560	0.018719	0.050076	0.046715	0.109944
1.09	0.051865	0.014287	0.016546	0.026404	0.084068	0.138238	0.019305	0.050102	0.046266	0.109395
1.10	0.052538	0.014055	0.016653	0.026156	0.084087	0.136470	0.019874	0.049976	0.045690	0.108530
1.11	0.052718	0.014126	0.016518	0.025812	0.084109	0.134330	0.020418	0.049719	0.045000	0.107388
1.12	0.053573	0.014261	0.016168	0.025356	0.084027	0.131764	0.020949	0.049443	0.044210	0.106099
1.13	0.056725	0.014321	0.015590	0.025049	0.083841	0.128889	0.021452	0.049410	0.043409	0.105041
1.14	0.058847	0.014349	0.015230	0.025125	0.083555	0.125527	0.021916	0.049221	0.042410	0.103572
1.15	0.059825	0.014408	0.015372	0.025180	0.083169	0.122008	0.022337	0.048900	0.041273	0.101793
1.16	0.059594	0.014493	0.015767	0.025205	0.082685	0.118036	0.022712	0.048356	0.039922	0.099518
1.17	0.058249	0.014627	0.016138	0.025192	0.082189	0.114284	0.023040	0.047674	0.038598	0.097140
1.18	0.057885	0.014821	0.016480	0.025133	0.081646	0.113251	0.023320	0.047505	0.038105	0.096339
1.19	0.058613	0.015092	0.016789	0.025022	0.081011	0.114250	0.023552	0.047761	0.038240	0.096768
1.20	0.058225	0.015424	0.017061	0.024855	0.080288	0.114949	0.023737	0.047791	0.038236	0.096792
1.21	0.056831	0.015790	0.017293	0.024628	0.079481	0.115297	0.023876	0.047600	0.038091	0.096415
1.22	0.054666	0.016166	0.017483	0.024337	0.078596	0.115565	0.023973	0.047255	0.037911	0.095840
1.23	0.051953	0.016552	0.017631	0.024297	0.077636	0.115475	0.024029	0.046796	0.037604	0.094988
1.24	0.048906	0.017046	0.017735	0.024389	0.076608	0.115042	0.024047	0.046253	0.037188	0.093912
1.25	0.049455	0.017756	0.017797	0.024408	0.075518	0.114366	0.024045	0.046192	0.036738	0.093274
1.26	0.050577	0.018376	0.017817	0.024352	0.074416	0.114592	0.024026	0.046308	0.036609	0.093225
1.27	0.053705	0.019111	0.017797	0.024220	0.073301	0.115350	0.023978	0.046780	0.036714	0.093831
1.28	0.056147	0.019720	0.017739	0.024011	0.072135	0.116102	0.023905	0.047108	0.036862	0.094349
1.29	0.057895	0.020152	0.017645	0.024297	0.070923	0.116725	0.023811	0.047350	0.036940	0.094690
1.30	0.058924	0.020404	0.017517	0.024566	0.069673	0.117193	0.023700	0.047425	0.036979	0.094816
1.31	0.059317	0.020440	0.017361	0.024785	0.068388	0.117668	0.023575	0.047362	0.037032	0.094821
1.32	0.059726	0.020571	0.017177	0.024917	0.067476	0.118012	0.023439	0.047331	0.037090	0.094864
1.33	0.059771	0.020885	0.016971	0.024962	0.067511	0.118302	0.023295	0.047385	0.037189	0.095045
1.34	0.059344	0.021469	0.016746	0.024920	0.067513	0.118530	0.023148	0.047381	0.037221	0.095081
1.35	0.058578	0.021962	0.016506	0.024794	0.067484	0.118725	0.022998	0.047292	0.037246	0.095025
1.36	0.058478	0.022355	0.016261	0.024587	0.067426	0.118851	0.022849	0.047258	0.037303	0.095063
1.37	0.059910	0.022642	0.016008	0.024328	0.067342	0.118997	0.022704	0.047419	0.037463	0.095430
1.38	0.061376	0.022818	0.015750	0.024013	0.067232	0.119036	0.022563	0.047541	0.037616	0.095748
1.39	0.062823	0.022881	0.015489	0.023629	0.067099	0.119079	0.022428	0.047633	0.037797	0.096071
1.40	0.064201	0.022829	0.015228	0.023205	0.066945	0.118993	0.022302	0.047672	0.037955	0.096313
1.41	0.065465	0.022666	0.014972	0.022771	0.066779	0.118893	0.022185	0.047676	0.038119	0.096527



1.42	0.066653	0.022395	0.014722	0.022281	0.066631	0.118715	0.022078	0.047639	0.038278	0.096694
1.43	0.067663	0.022044	0.014482	0.021747	0.066465	0.118418	0.021981	0.047543	0.038402	0.096757
1.44	0.068472	0.021614	0.014254	0.021195	0.066284	0.118049	0.021896	0.047395	0.038498	0.096732
1.45	0.069070	0.021094	0.014041	0.020607	0.066090	0.117670	0.021822	0.047199	0.038586	0.096649
1.46	0.069456	0.020493	0.013844	0.020423	0.065884	0.117182	0.021759	0.047006	0.038583	0.096451
1.47	0.069675	0.019841	0.013665	0.020246	0.065668	0.116588	0.021708	0.046770	0.038534	0.096153
1.48	0.069761	0.019440	0.013506	0.021246	0.065443	0.115894	0.021667	0.046708	0.038276	0.095761
1.49	0.069687	0.018954	0.013368	0.022430	0.065211	0.115206	0.021637	0.046642	0.037996	0.095336
1.50	0.069483	0.018391	0.013253	0.023480	0.064974	0.114450	0.021617	0.046521	0.037708	0.094846
1.51	0.069178	0.017761	0.013166	0.024418	0.064733	0.113602	0.021605	0.046352	0.037402	0.094285
1.52	0.068822	0.017075	0.013104	0.025198	0.064488	0.112666	0.021602	0.046136	0.037089	0.093668
1.53	0.068449	0.016344	0.013066	0.025818	0.064242	0.111647	0.021606	0.045882	0.036771	0.093006
1.54	0.068027	0.015578	0.013052	0.026556	0.063995	0.110649	0.021616	0.045639	0.036449	0.092351
1.55	0.067558	0.014789	0.013063	0.027284	0.063749	0.109586	0.021632	0.045380	0.036109	0.091656
1.56	0.067034	0.013990	0.013097	0.027865	0.063503	0.108447	0.021652	0.045084	0.035757	0.090909
1.57	0.066469	0.013759	0.013154	0.028282	0.063260	0.107357	0.021675	0.044851	0.035347	0.090149
1.58	0.065840	0.013850	0.013234	0.028571	0.063020	0.107028	0.021700	0.044749	0.035115	0.089750
1.59	0.065103	0.014078	0.013336	0.028721	0.062783	0.106684	0.021726	0.044633	0.034856	0.089303
1.60	0.064245	0.014564	0.013459	0.028749	0.062550	0.106249	0.021820	0.044519	0.034522	0.088762
1.61	0.063260	0.014997	0.013602	0.028824	0.062322	0.106185	0.022035	0.044461	0.034279	0.088391
1.62	0.062151	0.015375	0.013764	0.029040	0.062099	0.106625	0.022239	0.044470	0.034177	0.088270
1.63	0.060965	0.015698	0.013944	0.029316	0.061881	0.107035	0.022429	0.044467	0.034070	0.088130
1.64	0.059691	0.015965	0.014141	0.029528	0.061670	0.107416	0.022605	0.044431	0.033969	0.087964
1.65	0.058363	0.016175	0.014353	0.029653	0.061464	0.107820	0.022765	0.044371	0.033895	0.087809
1.66	0.057025	0.016329	0.014579	0.029751	0.061264	0.108205	0.022907	0.044294	0.033834	0.087655
1.67	0.055724	0.016623	0.014818	0.029803	0.061071	0.108562	0.023031	0.044233	0.033762	0.087501
1.68	0.056118	0.016993	0.015069	0.029882	0.060884	0.108894	0.023135	0.044425	0.033771	0.087704
1.69	0.056908	0.017449	0.015330	0.029955	0.060704	0.109224	0.023236	0.044687	0.033793	0.087994
1.70	0.057421	0.017828	0.015599	0.030036	0.060530	0.109560	0.023320	0.044899	0.033813	0.088233
1.71	0.057697	0.018125	0.015876	0.030141	0.060363	0.109870	0.023466	0.045077	0.033814	0.088411
1.72	0.057807	0.018561	0.016159	0.030262	0.060203	0.110183	0.023672	0.045264	0.033780	0.088554
1.73	0.057742	0.018880	0.016446	0.030403	0.060048	0.110498	0.023854	0.045410	0.033753	0.088666
1.74	0.057549	0.019119	0.016737	0.030586	0.059900	0.110827	0.024011	0.045533	0.033733	0.088764
1.75	0.057278	0.019275	0.017031	0.030794	0.059759	0.111155	0.024199	0.045642	0.033716	0.088851
1.76	0.056976	0.019302	0.017325	0.031018	0.059623	0.111505	0.024427	0.045739	0.033718	0.088951
1.77	0.056687	0.019278	0.017618	0.031254	0.059492	0.111851	0.024646	0.045832	0.033728	0.089057
1.78	0.056449	0.019253	0.017911	0.031515	0.059368	0.112206	0.024853	0.045936	0.033745	0.089183
1.79	0.056298	0.019104	0.018200	0.031767	0.059248	0.112537	0.025049	0.046029	0.033780	0.089320
1.80	0.056846	0.018860	0.018486	0.031997	0.059134	0.112869	0.025233	0.046204	0.033868	0.089607
1.81	0.058009	0.018537	0.018768	0.032220	0.059024	0.113205	0.025404	0.046452	0.034007	0.090034
1.82	0.059592	0.018137	0.019043	0.032402	0.058919	0.113518	0.025562	0.046739	0.034186	0.090550
1.83	0.061271	0.017683	0.019313	0.032528	0.058818	0.113809	0.025707	0.047018	0.034389	0.091090
1.84	0.063032	0.017198	0.019574	0.032617	0.058722	0.114092	0.025837	0.047296	0.034618	0.091660
1.85	0.064859	0.016704	0.019828	0.032697	0.058628	0.114390	0.025952	0.047580	0.034873	0.092272
1.86	0.066738	0.016225	0.020073	0.032965	0.058539	0.114665	0.026052	0.047894	0.035128	0.092912
1.87	0.068653	0.015801	0.020308	0.033162	0.058452	0.114920	0.026136	0.048205	0.035392	0.093562
1.88	0.070588	0.016498	0.020533	0.033279	0.058368	0.115155	0.026205	0.048661	0.035504	0.094160
1.89	0.072525	0.017186	0.020747	0.033300	0.058287	0.115416	0.026429	0.049127	0.035630	0.094788



1.90	0.074443	0.017864	0.020950	0.033235	0.058208	0.115657	0.026745	0.049586	0.035761	0.095415
1.91	0.076320	0.018526	0.021142	0.033059	0.058199	0.115879	0.027026	0.050021	0.035912	0.096045
1.92	0.078133	0.019170	0.021322	0.032794	0.058254	0.116125	0.027273	0.050439	0.036093	0.096694
1.93	0.079907	0.019793	0.021498	0.032409	0.058309	0.116354	0.027484	0.050822	0.036292	0.097333
1.94	0.081574	0.020393	0.021662	0.032181	0.058364	0.116608	0.027659	0.051206	0.036491	0.097971
1.95	0.083110	0.020966	0.021812	0.031835	0.058418	0.116845	0.027798	0.051541	0.036695	0.098567
1.96	0.084491	0.021511	0.021950	0.031398	0.058473	0.117062	0.027900	0.051826	0.036897	0.099112
1.97	0.085748	0.022025	0.022074	0.031955	0.058526	0.117290	0.027966	0.052226	0.037008	0.099654
1.98	0.086839	0.022508	0.022184	0.032548	0.058579	0.117515	0.027996	0.052596	0.037104	0.100146
1.99	0.087730	0.022958	0.022281	0.033093	0.058630	0.117722	0.028008	0.052917	0.037179	0.100565
2.00	0.089733	0.023372	0.022364	0.033587	0.058681	0.117912	0.027993	0.053377	0.037445	0.101365
2.01	0.092372	0.023752	0.022433	0.034031	0.058730	0.118085	0.028397	0.053971	0.037788	0.102398
2.02	0.094922	0.024095	0.022488	0.034569	0.058778	0.118241	0.028896	0.054570	0.038117	0.103418
2.03	0.097399	0.024401	0.022529	0.035053	0.058823	0.118382	0.029360	0.055135	0.038461	0.104425
2.04	0.099716	0.024670	0.022557	0.035480	0.058867	0.118544	0.029787	0.055660	0.038813	0.105400
2.05	0.102484	0.024901	0.022570	0.035928	0.058909	0.118693	0.030177	0.056237	0.039272	0.106566
2.06	0.105295	0.025095	0.022571	0.036511	0.058948	0.118826	0.030763	0.056858	0.039728	0.107772
2.07	0.107942	0.025252	0.022558	0.037039	0.058985	0.118944	0.031398	0.057446	0.040172	0.108928
2.08	0.110411	0.025372	0.022531	0.037509	0.059020	0.119535	0.031999	0.058054	0.040729	0.110250
2.09	0.112690	0.025460	0.022492	0.037919	0.059052	0.120937	0.032565	0.058731	0.041472	0.111879
2.10	0.115343	0.025526	0.022440	0.038268	0.059081	0.122272	0.033096	0.059432	0.042298	0.113639
2.11	0.118073	0.025557	0.022375	0.038584	0.059107	0.123540	0.033591	0.060118	0.043144	0.115410
2.12	0.120709	0.025554	0.022297	0.038891	0.059130	0.124741	0.034049	0.060767	0.043971	0.117119
2.13	0.123180	0.025518	0.022208	0.039200	0.059150	0.125917	0.034470	0.061378	0.044769	0.118752
2.14	0.125488	0.025508	0.022107	0.039473	0.059167	0.127052	0.034855	0.061950	0.045530	0.120299
2.15	0.127640	0.025587	0.021994	0.039686	0.059180	0.128123	0.035202	0.062487	0.046241	0.121748
2.16	0.129643	0.025631	0.021870	0.039835	0.059190	0.129130	0.035512	0.062973	0.046921	0.123104
2.17	0.131506	0.025643	0.021735	0.039920	0.059197	0.130074	0.035785	0.063409	0.047569	0.124371
2.18	0.133237	0.025636	0.021590	0.039943	0.059199	0.130955	0.036024	0.063798	0.048186	0.125551
2.19	0.134909	0.025901	0.021434	0.039908	0.059198	0.131775	0.036251	0.064197	0.048748	0.126670
2.20	0.136488	0.026059	0.021416	0.039837	0.059194	0.132534	0.036440	0.064567	0.049276	0.127716
2.21	0.137960	0.026103	0.021448	0.039706	0.059185	0.133254	0.036594	0.064893	0.049786	0.128696
2.22	0.139330	0.026027	0.021441	0.039518	0.059173	0.133958	0.036712	0.065165	0.050299	0.129626
2.23	0.140604	0.025984	0.021396	0.039283	0.059157	0.134603	0.036794	0.065403	0.050784	0.130485
2.24	0.141783	0.025905	0.021322	0.039011	0.059137	0.135192	0.036842	0.065599	0.051249	0.131278
2.25	0.142872	0.025789	0.021221	0.038912	0.059113	0.135724	0.036856	0.065784	0.051677	0.132011
2.26	0.143881	0.025596	0.021086	0.038922	0.059085	0.136201	0.036836	0.065944	0.052082	0.132689
2.27	0.144872	0.025320	0.020918	0.038880	0.059053	0.136623	0.036783	0.066064	0.052493	0.133337
2.28	0.145774	0.024958	0.020720	0.038803	0.059017	0.136992	0.036699	0.066137	0.052892	0.133921
2.29	0.146587	0.024509	0.020493	0.038669	0.058977	0.137309	0.036583	0.066161	0.053281	0.134443
2.30	0.147313	0.024443	0.020239	0.038480	0.058933	0.137599	0.036437	0.066206	0.053604	0.134902
2.31	0.147952	0.024415	0.019961	0.038240	0.058885	0.137873	0.036261	0.066227	0.053907	0.135312
2.32	0.148508	0.024361	0.019661	0.037949	0.058833	0.138098	0.036075	0.066212	0.054191	0.135661
2.33	0.149048	0.024282	0.019636	0.037765	0.058777	0.138273	0.035866	0.066235	0.054417	0.135974
2.34	0.149524	0.024179	0.020309	0.038270	0.058717	0.138401	0.035630	0.066433	0.054464	0.136231
2.35	0.149929	0.024053	0.020949	0.038750	0.058653	0.138483	0.035367	0.066598	0.054497	0.136438
2.36	0.150502	0.023905	0.021549	0.039205	0.058585	0.138519	0.035080	0.066763	0.054578	0.136707
2.37	0.151667	0.023736	0.022259	0.039636	0.058514	0.138510	0.034768	0.067013	0.054796	0.137236



2.38	0.152768	0.023549	0.022942	0.040042	0.058449	0.138458	0.034756	0.067281	0.054970	0.137728
2.39	0.153868	0.023343	0.023572	0.040424	0.058379	0.138364	0.034863	0.067545	0.055139	0.138208
2.40	0.154935	0.023120	0.024150	0.040782	0.058305	0.138228	0.034954	0.067782	0.055307	0.138661
2.41	0.156016	0.022882	0.024669	0.041117	0.058227	0.138089	0.035029	0.068004	0.055494	0.139123
2.42	0.157080	0.022636	0.025114	0.041428	0.058146	0.137924	0.035088	0.068202	0.055689	0.139571
2.43	0.158133	0.022381	0.025503	0.041731	0.058060	0.137721	0.035131	0.068380	0.055887	0.140002
2.44	0.159224	0.022113	0.025842	0.042014	0.057971	0.137479	0.035159	0.068543	0.056102	0.140440
2.45	0.160304	0.021834	0.026162	0.042495	0.057878	0.137201	0.035172	0.068721	0.056299	0.140871
2.46	0.161380	0.021545	0.026417	0.043004	0.057782	0.136886	0.035170	0.068883	0.056501	0.141292
2.47	0.162466	0.021247	0.026601	0.043490	0.057682	0.136537	0.035153	0.069025	0.056715	0.141709
2.48	0.163610	0.020942	0.026757	0.043954	0.057578	0.136154	0.035123	0.069160	0.056950	0.142145
2.49	0.164758	0.020631	0.026857	0.044396	0.057471	0.135738	0.035079	0.069276	0.057195	0.142574
2.50	0.165907	0.020314	0.026904	0.044816	0.057361	0.135289	0.035022	0.069373	0.057448	0.142996
2.51	0.167055	0.019994	0.026888	0.045214	0.057247	0.134810	0.034951	0.069452	0.057710	0.143410
2.52	0.168213	0.019671	0.026817	0.045591	0.057130	0.134301	0.034868	0.069513	0.057983	0.143821
2.53	0.169412	0.019347	0.026707	0.045947	0.057010	0.133762	0.034773	0.069565	0.058274	0.144247
2.54	0.170589	0.019021	0.026548	0.046283	0.056887	0.133219	0.034666	0.069602	0.058571	0.144664
2.55	0.171735	0.018871	0.026354	0.046599	0.056760	0.132665	0.034547	0.069647	0.058843	0.145058
2.56	0.172837	0.018939	0.026137	0.046902	0.056631	0.132084	0.034417	0.069707	0.059075	0.145414
2.57	0.173899	0.018983	0.025892	0.047194	0.056498	0.131476	0.034276	0.069746	0.059303	0.145745
2.58	0.175702	0.019001	0.025657	0.047468	0.056363	0.130843	0.034125	0.069880	0.059753	0.146457
2.59	0.177484	0.018995	0.025417	0.047723	0.056225	0.130185	0.033972	0.070000	0.060206	0.147157
2.60	0.179189	0.018965	0.025166	0.047961	0.056084	0.129504	0.033812	0.070097	0.060644	0.147816
2.61	0.180803	0.018914	0.024917	0.048181	0.055941	0.128799	0.033643	0.070171	0.061063	0.148427
2.62	0.182310	0.018868	0.024674	0.048385	0.055795	0.128072	0.033465	0.070224	0.061452	0.148978
2.63	0.183695	0.019063	0.024436	0.048572	0.055646	0.127324	0.033277	0.070288	0.061774	0.149454
2.64	0.185026	0.019242	0.024208	0.048744	0.055495	0.126555	0.033081	0.070336	0.062085	0.149901
2.65	0.186216	0.019394	0.023993	0.048902	0.055342	0.125766	0.032876	0.070355	0.062358	0.150270
2.66	0.187245	0.019523	0.023794	0.049044	0.055186	0.124958	0.032769	0.070360	0.062575	0.150552
2.67	0.188100	0.019620	0.023614	0.049174	0.055029	0.124132	0.032772	0.070349	0.062731	0.150741
2.68	0.188773	0.019689	0.023457	0.049290	0.054869	0.123288	0.032770	0.070305	0.062832	0.150828
2.69	0.189291	0.019721	0.023319	0.049394	0.054707	0.122427	0.032763	0.070232	0.062890	0.150828
2.70	0.189675	0.019726	0.023200	0.049486	0.054543	0.121550	0.032751	0.070133	0.062908	0.150752
2.71	0.189858	0.019885	0.023098	0.049568	0.054377	0.120658	0.032735	0.070026	0.062840	0.150559
2.72	0.190595	0.020010	0.023013	0.049650	0.054209	0.119750	0.032715	0.069992	0.062953	0.150670
2.73	0.191357	0.020101	0.022941	0.049784	0.054039	0.118841	0.032691	0.069965	0.063078	0.150802
2.74	0.191911	0.020153	0.022881	0.050107	0.054046	0.117932	0.032662	0.069956	0.063126	0.150855
2.75	0.192258	0.020175	0.022829	0.050416	0.054163	0.117009	0.032629	0.069925	0.063108	0.150801
2.76	0.192431	0.020156	0.022782	0.050710	0.054280	0.116073	0.032592	0.069861	0.063040	0.150650
2.77	0.192469	0.020106	0.022741	0.050991	0.054395	0.115125	0.032551	0.069768	0.062935	0.150422
2.78	0.192312	0.020020	0.022700	0.051259	0.054510	0.114165	0.032507	0.069639	0.062772	0.150085
2.79	0.191969	0.019902	0.022654	0.051514	0.054623	0.113193	0.032458	0.069473	0.062556	0.149642
2.80	0.191450	0.019794	0.022630	0.051757	0.054736	0.112211	0.032406	0.069284	0.062279	0.149097
2.81	0.190765	0.019732	0.022599	0.051989	0.054847	0.111219	0.032351	0.069072	0.061944	0.148456
2.82	0.189940	0.019636	0.022558	0.052210	0.054958	0.110217	0.032292	0.068830	0.061570	0.147736
2.83	0.189047	0.019514	0.022503	0.052421	0.055067	0.109206	0.032229	0.068570	0.061181	0.146976
2.84	0.188026	0.019364	0.022428	0.052622	0.055176	0.108187	0.032164	0.068281	0.060757	0.146144
2.85	0.187315	0.019192	0.022330	0.052822	0.055283	0.107835	0.032095	0.068125	0.060514	0.145677



2.86	0.186764	0.018996	0.022226	0.053015	0.055389	0.107576	0.032023	0.067998	0.060340	0.145328
2.87	0.186102	0.018784	0.022103	0.053199	0.055494	0.107314	0.031948	0.067849	0.060135	0.144916
2.88	0.185403	0.018552	0.021952	0.053375	0.055598	0.107051	0.031870	0.067686	0.059925	0.144484
2.89	0.184634	0.018312	0.021773	0.053544	0.055701	0.106787	0.031789	0.067506	0.059698	0.144012
2.90	0.183796	0.018057	0.021573	0.053707	0.055803	0.106521	0.031706	0.067309	0.059455	0.143504
2.91	0.182905	0.017807	0.021342	0.053863	0.055903	0.106254	0.031620	0.067099	0.059199	0.142965
2.92	0.181976	0.017625	0.021083	0.054013	0.056003	0.105985	0.031531	0.066888	0.058925	0.142404
2.93	0.181023	0.017639	0.020804	0.054158	0.056101	0.105716	0.031440	0.066697	0.058621	0.141823
2.94	0.180080	0.017651	0.020565	0.054298	0.056198	0.105455	0.031346	0.066513	0.058317	0.141249
2.95	0.179167	0.017659	0.020296	0.054434	0.056294	0.105192	0.031250	0.066328	0.058028	0.140693
2.96	0.178266	0.017665	0.020379	0.054567	0.056388	0.104928	0.031151	0.066192	0.057697	0.140134
2.97	0.177385	0.017673	0.020862	0.054763	0.056482	0.104663	0.031051	0.066126	0.057319	0.139582
2.98	0.176534	0.017678	0.021346	0.054961	0.056574	0.104397	0.030948	0.066063	0.056951	0.139048
2.99	0.175722	0.017680	0.021830	0.055155	0.056665	0.104130	0.030843	0.066004	0.056597	0.138536
3.00	0.174955	0.017680	0.022314	0.055344	0.056755	0.103861	0.030736	0.065949	0.056259	0.138048
3.01	0.174252	0.017677	0.022796	0.055530	0.056844	0.103592	0.030627	0.065903	0.055943	0.137597
3.02	0.173626	0.017676	0.023275	0.055713	0.056931	0.103321	0.030517	0.065866	0.055654	0.137189
3.03	0.173058	0.017676	0.023752	0.055893	0.057018	0.103050	0.030404	0.065836	0.055383	0.136812
3.04	0.172549	0.017716	0.024225	0.056071	0.057103	0.103173	0.030290	0.065875	0.055172	0.136581
3.05	0.172100	0.017756	0.024694	0.056246	0.057186	0.103738	0.030174	0.065985	0.055032	0.136512
3.06	0.171712	0.017795	0.025158	0.056421	0.057269	0.104245	0.030057	0.066094	0.054908	0.136461
3.07	0.171383	0.017835	0.025617	0.056594	0.057350	0.104691	0.029938	0.066201	0.054798	0.136427
3.08	0.171128	0.017876	0.026070	0.057025	0.057430	0.105078	0.029818	0.066346	0.054699	0.136446
3.09	0.170941	0.017916	0.026515	0.057665	0.057509	0.105446	0.029696	0.066527	0.054616	0.136520
3.10	0.170806	0.017956	0.026954	0.058402	0.057587	0.105805	0.029573	0.066726	0.054549	0.136633
3.11	0.170717	0.017995	0.027385	0.059146	0.057664	0.106193	0.029448	0.066935	0.054502	0.136783
3.12	0.170671	0.018288	0.027808	0.059872	0.057739	0.106525	0.029323	0.067175	0.054428	0.136928
3.13	0.170662	0.018635	0.028222	0.060595	0.057813	0.106809	0.029196	0.067419	0.054355	0.137077
3.14	0.170685	0.018982	0.028627	0.061308	0.057886	0.107071	0.029068	0.067661	0.054292	0.137239
3.15	0.170734	0.019330	0.029023	0.062053	0.057958	0.107277	0.028939	0.067902	0.054232	0.137404
3.16	0.170810	0.019678	0.029409	0.062829	0.058028	0.107429	0.028809	0.068142	0.054177	0.137572
3.17	0.170926	0.020026	0.029785	0.063594	0.058097	0.107528	0.028678	0.068376	0.054131	0.137748
3.18	0.171051	0.020373	0.030150	0.064360	0.058165	0.107574	0.028546	0.068603	0.054084	0.137914
3.19	0.171179	0.020719	0.030505	0.065110	0.058233	0.107576	0.028414	0.068819	0.054036	0.138070
3.20	0.171529	0.021064	0.030848	0.065845	0.058302	0.107560	0.028280	0.069061	0.054060	0.138342
3.21	0.172042	0.021408	0.031180	0.066564	0.058370	0.107601	0.028146	0.069330	0.054145	0.138720
3.22	0.172554	0.021750	0.031501	0.067268	0.058436	0.108383	0.028011	0.069701	0.054320	0.139315
3.23	0.173086	0.022091	0.031810	0.067974	0.058502	0.109105	0.027876	0.070063	0.054498	0.139906
3.24	0.173601	0.022429	0.032107	0.068662	0.058566	0.109761	0.027740	0.070409	0.054666	0.140467
3.25	0.174095	0.022765	0.032392	0.069331	0.058629	0.110329	0.027603	0.070735	0.054820	0.140989
3.26	0.174562	0.023098	0.032668	0.069981	0.058691	0.110809	0.027466	0.071039	0.054957	0.141470
3.27	0.174999	0.023431	0.032936	0.070614	0.058751	0.111204	0.027328	0.071323	0.055077	0.141907
3.28	0.175401	0.023761	0.033191	0.071243	0.058811	0.111550	0.027190	0.071592	0.055182	0.142311
3.29	0.175765	0.024088	0.033434	0.071849	0.058869	0.111825	0.027051	0.071840	0.055270	0.142672
3.30	0.176088	0.024412	0.033665	0.072432	0.058926	0.112018	0.026912	0.072065	0.055338	0.142983
3.31	0.176366	0.024733	0.033883	0.073002	0.058982	0.112128	0.026773	0.072267	0.055385	0.143246
3.32	0.176628	0.025049	0.034088	0.073575	0.059037	0.112158	0.026634	0.072453	0.055420	0.143477
3.33	0.176854	0.025363	0.034281	0.074127	0.059091	0.112108	0.026494	0.072617	0.055438	0.143663



3.34	0.177029	0.025706	0.034461	0.074650	0.059144	0.112015	0.026354	0.072765	0.055432	0.143805
3.35	0.177220	0.026046	0.034629	0.075153	0.059195	0.111858	0.026214	0.072902	0.055427	0.143935
3.36	0.177965	0.026383	0.034784	0.075641	0.059246	0.111626	0.026073	0.073103	0.055590	0.144344
3.37	0.178658	0.026716	0.034927	0.076099	0.059295	0.111319	0.025933	0.073278	0.055731	0.144701
3.38	0.179298	0.027047	0.035057	0.076601	0.059343	0.110940	0.025792	0.073440	0.055852	0.145017
3.39	0.179883	0.027373	0.035176	0.077092	0.059391	0.110510	0.025652	0.073582	0.055954	0.145290
3.40	0.180412	0.027696	0.035282	0.077687	0.059437	0.110036	0.025511	0.073723	0.056038	0.145539
3.41	0.180886	0.028015	0.035376	0.078381	0.059482	0.109493	0.025371	0.073858	0.056103	0.145757
3.42	0.181304	0.028329	0.035458	0.079045	0.059526	0.108883	0.025230	0.073968	0.056148	0.145925
3.43	0.181665	0.028639	0.035528	0.079676	0.059569	0.108232	0.025090	0.074057	0.056175	0.146048
3.44	0.181970	0.028945	0.035587	0.080287	0.059611	0.107622	0.024949	0.074139	0.056193	0.146153
3.45	0.182219	0.029246	0.035634	0.080876	0.059652	0.107076	0.024809	0.074216	0.056203	0.146243
3.46	0.182834	0.029546	0.035672	0.081430	0.059692	0.106472	0.024669	0.074331	0.056328	0.146518
3.47	0.183592	0.029925	0.035704	0.081949	0.059730	0.105840	0.024529	0.074467	0.056489	0.146861
3.48	0.184323	0.030303	0.035725	0.082444	0.059768	0.105146	0.024389	0.074586	0.056640	0.147172
3.49	0.185028	0.030678	0.035736	0.082917	0.059805	0.104416	0.024250	0.074690	0.056783	0.147460
3.50	0.185705	0.031050	0.035736	0.083352	0.059841	0.104393	0.024110	0.074884	0.056982	0.147910
3.51	0.186355	0.031419	0.035917	0.083750	0.059876	0.104719	0.023971	0.075144	0.057182	0.148426
3.52	0.186977	0.031784	0.036150	0.084125	0.059910	0.105038	0.023833	0.075402	0.057367	0.148922
3.53	0.187574	0.032147	0.036371	0.084625	0.059943	0.105351	0.023694	0.075672	0.057549	0.149424
3.54	0.188143	0.032506	0.036580	0.085174	0.059975	0.105658	0.023556	0.075942	0.057724	0.149919
3.55	0.188686	0.032861	0.036778	0.085817	0.060006	0.105968	0.023418	0.076219	0.057897	0.150417
3.56	0.189202	0.033213	0.036965	0.086426	0.060036	0.106276	0.023281	0.076486	0.058062	0.150895
3.57	0.189693	0.033560	0.037140	0.087022	0.060065	0.106577	0.023144	0.076743	0.058220	0.151355
3.58	0.190157	0.033904	0.037329	0.087614	0.060093	0.106873	0.023007	0.076997	0.058369	0.151800
3.59	0.190596	0.034243	0.037519	0.088267	0.060121	0.107163	0.022871	0.077254	0.058512	0.152241
3.60	0.191009	0.034578	0.037698	0.088894	0.060147	0.107448	0.022735	0.077501	0.058648	0.152662
3.61	0.191397	0.034908	0.037866	0.089500	0.060173	0.107726	0.022600	0.077739	0.058778	0.153065
3.62	0.191759	0.035233	0.038022	0.090069	0.060198	0.107999	0.022465	0.077964	0.058900	0.153447
3.63	0.192116	0.035554	0.038168	0.090600	0.060221	0.108267	0.022331	0.078179	0.059020	0.153817
3.64	0.192451	0.035870	0.038302	0.091108	0.060244	0.108529	0.022197	0.078386	0.059135	0.154171
3.65	0.192761	0.036180	0.038426	0.091591	0.060266	0.108786	0.022064	0.078582	0.059243	0.154505
3.66	0.193046	0.036486	0.038539	0.092036	0.060288	0.109037	0.021931	0.078766	0.059343	0.154818
3.67	0.193306	0.036786	0.038646	0.092480	0.060308	0.109283	0.021799	0.078944	0.059437	0.155115
3.68	0.193541	0.037081	0.038745	0.092903	0.060328	0.109524	0.021667	0.079113	0.059523	0.155394
3.69	0.193750	0.037371	0.038835	0.093289	0.060346	0.109760	0.021536	0.079270	0.059601	0.155652
3.70	0.193935	0.037655	0.038914	0.093637	0.060364	0.109990	0.021405	0.079414	0.059672	0.155887
3.71	0.194095	0.037939	0.038983	0.093946	0.060381	0.110216	0.021275	0.079548	0.059734	0.156100
3.72	0.194229	0.038217	0.039043	0.094217	0.060398	0.110440	0.021146	0.079670	0.059788	0.156291
3.73	0.194339	0.038490	0.039093	0.094450	0.060413	0.110667	0.021017	0.079781	0.059835	0.156463
3.74	0.194424	0.038757	0.039137	0.094644	0.060428	0.110890	0.020889	0.079881	0.059874	0.156613
3.75	0.194484	0.039019	0.039175	0.094800	0.060442	0.111107	0.020761	0.079970	0.059904	0.156740
3.76	0.194519	0.039274	0.039204	0.094917	0.060455	0.111320	0.020635	0.080046	0.059927	0.156845
3.77	0.194529	0.039524	0.039224	0.094996	0.060468	0.111528	0.020508	0.080111	0.059941	0.156928
3.78	0.194515	0.039767	0.039235	0.095036	0.060480	0.111732	0.020383	0.080164	0.059947	0.156990
3.79	0.194477	0.040054	0.039238	0.095037	0.060491	0.111930	0.020258	0.080212	0.059941	0.157029
3.80	0.194415	0.040692	0.039232	0.095000	0.060501	0.112125	0.020133	0.080300	0.059887	0.157048
3.81	0.194329	0.041331	0.039219	0.094923	0.060510	0.112315	0.020010	0.080377	0.059825	0.157046



3.82	0.194221	0.041987	0.039203	0.094807	0.060519	0.112501	0.019887	0.080446	0.059754	0.157024
3.83	0.194090	0.042636	0.039180	0.094652	0.060527	0.112682	0.019765	0.080505	0.059676	0.156982
3.84	0.193937	0.043278	0.039149	0.094458	0.060535	0.112859	0.019643	0.080551	0.059592	0.156922
3.85	0.193763	0.043918	0.039111	0.094224	0.060542	0.113032	0.019522	0.080587	0.059502	0.156842
3.86	0.193569	0.044551	0.039066	0.093949	0.060548	0.113200	0.019402	0.080612	0.059407	0.156745
3.87	0.193355	0.045174	0.039014	0.093635	0.060553	0.113365	0.019283	0.080626	0.059306	0.156629
3.88	0.193123	0.045787	0.038955	0.093281	0.060558	0.113526	0.019164	0.080628	0.059201	0.156497
3.89	0.192873	0.046388	0.038890	0.093341	0.060562	0.113682	0.019046	0.080683	0.059108	0.156433
3.90	0.192607	0.046978	0.038819	0.093925	0.060565	0.113835	0.018929	0.080808	0.059031	0.156460
3.91	0.192326	0.047555	0.038741	0.094514	0.060568	0.113984	0.018813	0.080929	0.058953	0.156481
3.92	0.192032	0.048129	0.038658	0.095108	0.060570	0.114129	0.018697	0.081046	0.058874	0.156496
3.93	0.191725	0.048690	0.038570	0.095698	0.060572	0.114397	0.018582	0.081176	0.058806	0.156539
3.94	0.191417	0.049237	0.038476	0.096285	0.060573	0.114676	0.018468	0.081305	0.058742	0.156586
3.95	0.191103	0.049769	0.038377	0.096868	0.060573	0.114949	0.018354	0.081428	0.058679	0.156628
3.96	0.190781	0.050286	0.038274	0.097446	0.060573	0.115219	0.018327	0.081558	0.058602	0.156659
3.97	0.190452	0.050799	0.038168	0.098020	0.060572	0.115483	0.018347	0.081692	0.058516	0.156683
3.98	0.190120	0.051362	0.038265	0.098603	0.060570	0.115744	0.018367	0.081862	0.058401	0.156705
3.99	0.189786	0.051914	0.038385	0.099182	0.060568	0.115999	0.018387	0.082032	0.058284	0.156726
4.00	0.189452	0.052450	0.038497	0.099754	0.060566	0.116251	0.018405	0.082196	0.058171	0.156746

Tabla 8.2: Espectros elásticos de desplazamientos de la componente Norte – Sur de cada registro y análisis estadístico

APÉNDICE B

DIAGRAMAS EN COLUMNAS CIRCULARES

Para el diseño de las columnas circulares se construyó el diagrama de interacción a flexocompresión, los datos de entrada son la resistencia del hormigón, el esfuerzo de fluencia del acero, el diámetro de la columna, el recubrimiento al centroide del refuerzo longitudinal, el número de varillas, el diámetro de las mismas y la relación entre el esfuerzo de fluencia esperado y el esfuerzo de fluencia de diseño.

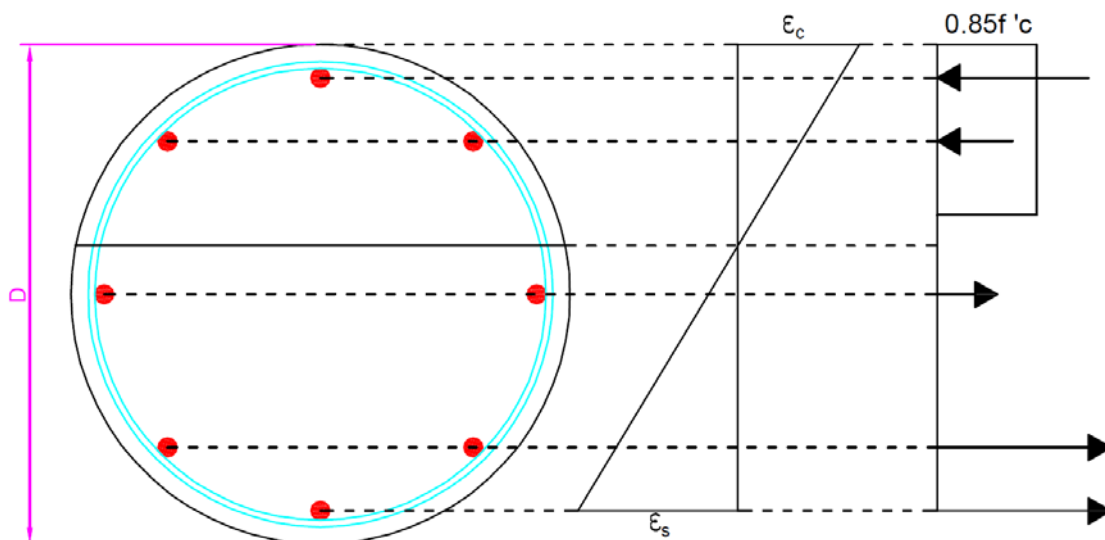


Figura 8.3: Distribución de deformación unitaria y esfuerzo en la columna

Las hipótesis para el cálculo del diagrama de interacción son las usuales [23]:



- La distribución de deformación unitaria es lineal y la deformación unitaria máxima en el hormigón es de 0.003 como recomienda el código ACI 318-08 [21].
- La distribución real de esfuerzos en el hormigón se pueden reemplazar por la distribución uniforme del rectángulo de Whitney como recomienda el código ACI 318-08 [21].
- El acero de refuerzo tiene un comportamiento elasto-plástico y por ende un esfuerzo constante en el rango plástico igual al esfuerzo de fluencia.
- Si la deformación unitaria en la varilla a tracción más alejada del eje neutro es menor o igual a 0.002, se considera que la sección es controlada por compresión y el factor de reducción es 0.75. Si la deformación unitaria es mayor o igual a 0.005, se considera que la sección es controlada por tracción y el factor de reducción es 0.90. Si la deformación unitaria está entre 0.002 y 0.005, la sección es intermedia y el factor de reducción se obtiene interpolando entre 0.75 y 0.90 [21].

El código B.1 contiene la función “acero1” que sirve para hallar el esfuerzo del acero en función del esfuerzo de fluencia, la ubicación de la varilla y la ubicación del eje neutro.

El código B.2 contiene la función “diagramacirc1” que sirve para la construcción del diagrama de interacción a flexocompresión uniaxial de diseño, es decir que incluye factores de reducción de resistencia, en función de las propiedades geométricas y mecánicas de la sección. El diagrama se construye variando la ubicación del eje neutro, y calculando el momento y fuerza axial en cada punto.

El código B.3 contiene la función “diagramacirc2” que sirve para la construcción del diagrama de interacción a flexocompresión uniaxial de momentos probables, para lo cual se usa el esfuerzo de fluencia probable y no se incluyen factores de reducción, en función de las propiedades geométricas y mecánicas de la sección. El diagrama se



construye variando la ubicación del eje neutro, y calculando el momento y fuerza axial en cada punto.

El código B.4 contiene el programa “columnacircular”, en el cual el input se realiza en el archivo de Excel “columnacircular.xls” y el output se graba en el mismo archivo. Adicionalmente, esta rutina calcula la ubicación del acero de refuerzo, calcula ambos diagramas de interacción y los grafica en la misma pantalla, y para valores específicos de fuerzas axiales calcula el momento flector correspondiente en ambos diagramas de interacción: diseño y momento probable.

```
Function s=acerol(c,d,fy)
e=0.003*(c-d)/c;
if e==0
    s=0;
else
    if absI>=0.002
        s=absI*fy/e;
    else
        s=2000000*e;
    end
end
```

Código B.1: Función “acerol”

```
function M=diagramacirc1(fc,fy,D,A,dist)
j=1;f=1;n=length(A);fi(1)=0.75;m(1,1)=0;l=zeros(n,1);k=1;v=1;
m(1,2)=0.85*(0.85*fc*(D^2*pi/4-sum(A))+sum(A)*fy);
M=fi(1)*m;beta=max(min(1.05-fc/1400,0.85),0.65);
for c=2*D:-D/8:D/beta
    for i=1:n
        l(i)=A(i)*acerol(c,dist(i),fy);k(i)=l(i)*(D/2-dist(i));
    end
    j=j+1;m(j,2)=0.85*fc*(D^2/4*pi-sum(A))+sum(l);m(j,1)=sum(k);
    m(j,2)=min(m(j,2),m(1,2));fi(j)=0.75;M(j,1:2)=fi(j)*m(j,1:2);
end
for t=pi:-pi/50:pi/50
    a=D/2*(1-cos(t));c=a/beta;ar=D^2/8*(2*t-
sin(2*t));y=D^3/12/ar*(sin(t))^3;
    for i=1:n
        l(i)=A(i)*acerol(c,dist(i),fy);k(i)=l(i)*(D/2-
dist(i));v(i)=ceil(max(1-dist(i)/a,0));
```




```
end
j=j+1;m(j,2)=0.85*fc*(ar-dot(A,v))+sum(l);m(j,1)=0.85*fc*(ar-
dot(A,v))*y+sum(k);
m(j,2)=min(m(j,2),m(1,2));es=0.003*(dist(1)-c)/c;
fi(j)=min(max(0.75+50*(es-0.002),0.75),0.90);M(j,1:2)=fi(j)*m(j,1:2);
end
while M(f,2)>0
f=f+1;
end
M(f,1)=(M(f-1,1)-(M(f-1,1)-M(f,1))*M(f-1,2)/(M(f-1,2)-M(f,2)));M(f,2)=0;
M=M(1:f,1:2);
```

Código B.2: Función “diagramacirc1”

```
function m=diagramacirc2(fc,fy,D,A,dist,sobr)
fy=sobr*fy;j=1;f=1;n=length(A);beta=max(min(1.05-fc/1400,0.85),0.65);
l=zeros(n,1);k=1;m(1,1)=0;m(1,2)=(0.85*fc*(D^2*pi/4-sum(A))+sum(A)*fy);
for c=2*D:-D/8:D/beta
for i=1:n
l(i)=A(i)*acero1(c,dist(i),fy);k(i)=l(i)*(D/2-dist(i));
end
j=j+1;m(j,2)=0.85*fc*(D^2/4*pi-sum(A))+sum(l);m(j,1)=sum(k);
end
for t=pi:-pi/50:pi/50
a=D/2*(1-cos(t));c=a/beta;ar=D^2/8*(2*t-
sin(2*t));y=D^3/12/ar*(sin(t))^3;
for i=1:n
l(i)=A(i)*acero1(c,dist(i),fy);k(i)=l(i)*(D/2-
dist(i));v(i)=ceil(max(1-dist(i)/a,0));
end
j=j+1;m(j,2)=0.85*fc*(ar-dot(A,v))+sum(l);m(j,1)=0.85*fc*(ar-
dot(A,v))*y+sum(k);
end
```

Código B.3: Función “diagramacirc2”

```
clear;wbkname =
'columnacircular.xls';h=actxGetRunningServer('Excel.Application');
h.Workbooks.Item(wbkname).Close;
coll=xlsread('columnacircular.xls','propiedades','B1:B7');D=coll(1);rec=c
oll(2);
sobr=coll(5);fc=coll(3);fy=coll(4);n=coll(6);diam=coll(7);
acero=zeros(n,3);A=ones(n,1)*(diam/10)^2/4*pi;Ise=0;
for i=1:n
acero(I,1)=diam;acero(I,2)=D/2+(D/2-rec)*sin((i-1)*2*pi/n);
acero(I,3)=D/2+(D/2-rec)*cos((i-1)*2*pi/n);Ise=A(i)*(acero(I,3)-
D/2)^2+Ise;
end
```



```
xlswrite('columnacircular.xls', acero, 'acero', 'A2'); dist=acero(:,3);  
M=diagramacircl1(fc,fy,D,A,dist); M(:,1)=M(:,1)/10^5; M(:,2)=M(:,2)/1000;  
hold on; plot(M(:,1),M(:,2)); grid on;  
xlswrite('columnacircular.xls', Ise, 'propiedades', 'B8');  
M1=diagramacirc2(fc,fy,D,A,dist,sobr); M1(:,1)=M1(:,1)/10^5; M1(:,2)=M1(:,2)/1000;  
hold on; plot(M1(:,1),M1(:,2)); exc=M(:,1)./M(:,2)*100;  
xlswrite('columnacircular.xls', M, 'diagrama', 'A2');  
xlswrite('columnacircular.xls', M1, 'diagrama2', 'A2');  
P=xlsread('columnacircular.xls', 'axial'); P=abs(P); n=length(P);  
for i=1:n  
    j=1;k=1;  
    if P(i)<M(1,2)  
        while M(j,2)>P(i)  
            j=j+1;  
        end  
        MI(I,1)=M(j-1,1)+(M(j,1)-M(j-1,1))*(P(i)-M(j-1,2))/(M(j,2)-M(j-1,2));  
    else  
        MI(I,1)=0;  
    end  
    if P(i)<M1(1,2)  
        while M1(k,2)>P(i)  
            k=k+1;  
        end  
        MI(I,2)=M1(k-1,1)+(M1(k,1)-M1(k-1,1))*(P(i)-M1(k-1,2))/(M1(k,2)-M1(k-1,2));  
    else  
        MI(I,2)=0;  
    end  
end  
xlswrite('columnacircular.xls', MI, 'axial', 'B2'); winopen('columnacircular.xls');
```

Código B.4: Programa "columnacircular"

Para poder obtener el momento de fluencia, la curvatura de fluencia, el momento último y la curvatura última es necesario realizar un análisis de momento curvatura. Los datos de entrada son los mismos que se necesitan para el diagrama de interacción y adicionalmente es necesario conocer la curva de esfuerzo versus deformación del hormigón y del acero.

Para el acero se asumió que el comportamiento elasto-plástico es adecuado pues la deformación unitaria alcanzada no es lo suficientemente grande para lograr un

incremento del esfuerzo debido al endurecimiento por deformación. El código B.5 contiene la función “acero2” que sirve para hallar el esfuerzo del acero en función del esfuerzo de fluencia, la ubicación de la varilla, la ubicación del eje neutro y la deformación máxima en el hormigón.

Para la curva de esfuerzo versus deformación del hormigón, se utilizó la teoría de Mander [27] para hormigones confinados y no confinados. El núcleo del hormigón se considera confinado y el recubrimiento se considera no confinado.

Para la curva de comportamiento del hormigón confinado es necesario conocer las propiedades del confinamiento, es decir las dimensiones del estribo o la espiral, el espaciamiento y el material utilizado. En la figura B.2 se muestra la curva de esfuerzo versus deformación del hormigón confinado y no confinado de una columna típica.

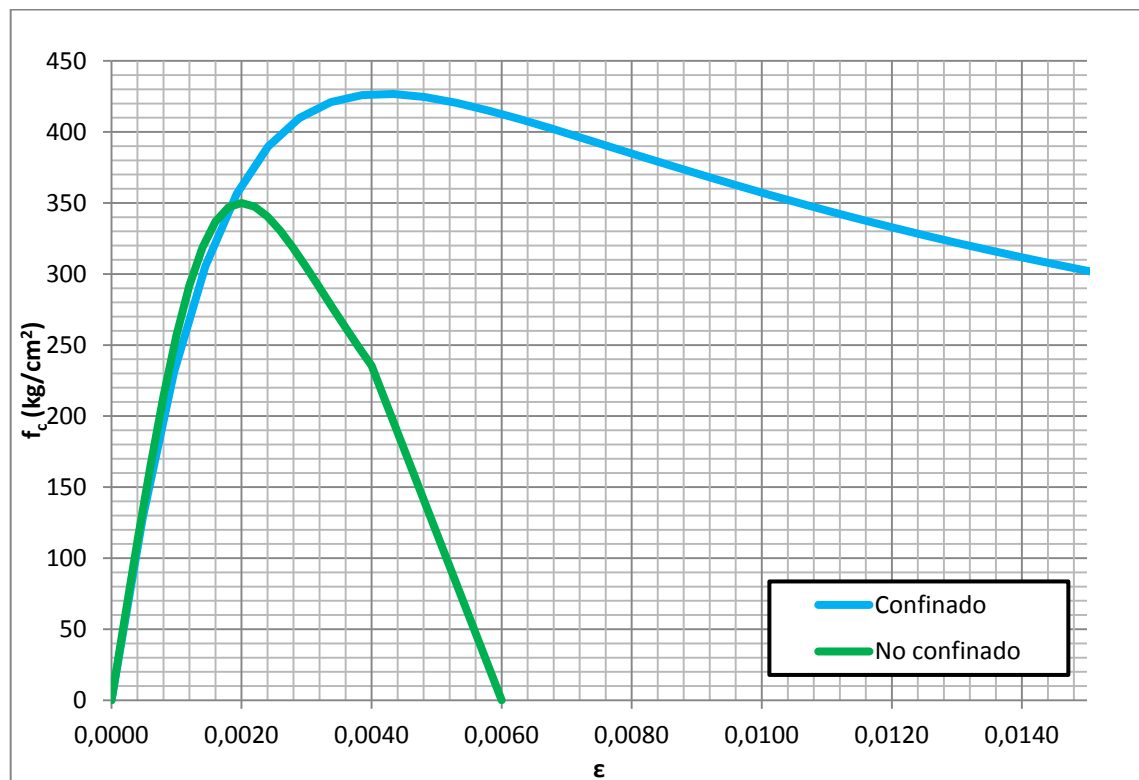


Figura 8.4: Curva esfuerzo – deformación del hormigón



El código B.6 contiene la función “forcedef2” que sirve para hallar la fuerza de compresión del hormigón y el centroide a partir de la curva de esfuerzo versus deformación, la geometría de la columna, el eje neutro y la deformación unitaria.

El código B.7 contiene la función “diagramacircmc” que sirve para la construcción del diagrama de momento curvatura en función de las propiedades geométricas, la fuerza axial actuante y el comportamiento del hormigón y el acero. El diagrama se construye variando la deformación máxima en el hormigón y calculando el momento y curvatura en cada punto. Adicionalmente se calcula una aproximación bilineal del diagrama utilizando la curvatura y el momento de fluencia.

El código B.8 contiene el programa “momentocurvaturacirc”, en el cual el input se realiza en el archivo de Excel “momentocurvaturacirc.xls” y el output se graba en el mismo archivo. Adicionalmente, en el archivo de Excel se calcula la curva de esfuerzo versus deformación del hormigón y la rutina calcula la ubicación del acero de refuerzo, calcula el diagrama de momento curvatura y su respectiva aproximación, y los grafica en la misma pantalla.

```
function s=acero2(c,d,fy,ec)
e=ec*(c-d)/c;
if e==0
    s=0;
else
    if abs(e)>=0.002
        s=abs(e)*fy/e;
    else
        s=2000000*e;
    end
end
```

Código B.5: Función “acero2”

```
function [f,A,x]=forcedef2(fd,u,D,t)
i=1;A=0;Ax=0;c=D/2*(1-cos(t));c1=zeros(i,1);t1=c1;H=c1;f2=c1;u2=c1;
while u>=fd(i,1)
    i=i+1;
```



```
end
f=(u-fd(i-1,1))*(fd(i,2)-fd(i-1,2))/(fd(i,1)-fd(i-1,1))+fd(i-1,2);
c1(i)=c;t1(i)=t;H(i)=D*sin(t);f2(i)=f;u2(i)=u;
for j=i-1:-1:1
    c1(j)=fd(j,1)*c/u;t1(j)=acos(1-
2*c1(j)/D);H(j)=D*sin(t1(j));f2(j)=fd(j,2);u2(j)=fd(j,1);A1=(u2(j+1)-
u2(j))/3*(H(j+1)*f2(j+1)+H(j)*f2(j)+(H(j+1)*f2(j+1)*H(j)*f2(j))^0.5);
    A=A+A1;Ax=Ax+(u2(j)+(u2(j+1)-
u2(j))*(f2(j)+2*f2(j+1))/(f2(j)+f2(j+1))/3)*A1;
end
x=Ax/A/u*c;A=A/u*c;
```

Código B.6: Función “forcedef2”

```
function [m,m2]=diagramacircmc(fc,fy,D,A,dist,fd,Pn,eu)
n=length(A);m=zeros(20,2);l=zeros(n,1);k=l;c=D/2;j=1;str=zeros(20,1);
for e=eu/10:eu/20:eu
    C=Pn*1000+201;T=0;cont=0;
    while abs(C+T-Pn*1000)>200
        if T+C>Pn*1000+200
            c=c-0.01;
        else
            c=c+0.01;
        end
        for i=1:n
            l(i)=A(i)*acero2(c,dist(i),fy,e);k(i)=l(i)*(D/2-dist(i));
        end
        t=acos(1-
2*c/D);[f,A1,x]=forcedef2(fd,e,D,t);C=A1;T=sum(l);cont=cont+1;
        if cont>=1000
            disp(j+1);disp('No hay convergencia');break
        end
    end
    j=j+1;m(j,1)=e/c;m(j,2)=C*(D/2-(c-x))+sum(k);str(j)=l(1)/A(1);
end
i=1;
while abs(str(i))<fy
    i=i+1;
end
if eu<0.004
    MN=m(20,2);
else
    j=floor(0.08/eu);MN=m(j,2)+(m(j+1,2)-m(j,2))*(0.004-j*eu/20)/(eu/20);
end
m2=[m(1,1),m(1,2);m(i,1)*MN/m(i,2),MN;m(20,1),m(20,2)];
```

Código B.7: Función “diagramacircmc”



```
clear; tic; wbkname =  
'momentocurvaturacirc.xls'; h=actxGetRunningServer('Excel.Application'); h.  
Workbooks.Item(wbkname).Close; coll=xlsread('momentocurvaturacirc.xls','se  
ccion','B1:B8');  
fd=xlsread('momentocurvaturacirc.xls','hormigon'); fc=coll(1); fy=coll(2); D  
=coll(3); rec=coll(4);  
fdnc=xlsread('momentocurvaturacirc.xls','hormigon2'); fd=[fd(:,1),fd(:,3)]  
; fdnc=[fdnc(:,1),fdnc(:,3)];  
n=coll(5); diam=coll(6); acero=zeros(n,3); A=ones(n,1)*(diam/10)^2/4*pi; Pn=c  
oll(7); eu=coll(8);  
for i=1:n  
    acero(i,1)=diam; acero(i,2)=D/2+(D/2-rec)*sin((i-  
1)*2*pi/n); acero(i,3)=D/2+(D/2-rec)*cos((i-1)*2*pi/n);  
end  
xlswrite('momentocurvaturacirc.xls',acero,'acero','A2'); dist=acero(:,3); [M,M2]=diagramacircmc(fc,fy,D,A,dist,fd,Pn,eu); M(:,1)=M(:,1)*100; M(:,2)=M(  
:,2)/10^5; M2(:,1)=M2(:,1)*100; M2(:,2)=M2(:,2)/10^5; hold on; grid  
on; plot(M(:,1),M(:,2),'r-'); plot(M2(:,1),M2(:,2),'c--  
'); xlswrite('momentocurvaturacirc.xls',M,'diagrama','A2');  
xlswrite('momentocurvaturacirc.xls',M2,'diagrama','C2'); winopen('momentoc  
urvaturacirc.xls'); toc;
```

Código B.8: Programa "momentocurvaturacirc"



APÉNDICE C

SCRIPTS DE MODELOS EN OPENSEES DEL EJEMPLO 4.1

Para la realización de las curvas pushover mostradas en el capítulo 4, se utilizó el software OpenSees. Este software funciona por medio de scripts en los cuales el usuario define todos los parámetros correspondientes del modelo, elige el comportamiento de los elementos y el tipo de análisis a realizar.

Para el análisis 1 y análisis 2 de todos los ejemplos se utilizó el material Steel02 [26] para el comportamiento a flexión de la columna que corresponde a un material elasto-plástico, cuyos parámetros se obtienen de las aproximaciones bilineales de los diagramas de momento – curvatura mostrados en las figuras C.1, C.2 y C.3.

A diferencia del análisis 1, en el análisis 2 se consideraron los efectos $P - \Delta$ en la estructura por medio de una transformación PDelta del elemento columna [26].

Para el análisis 3 de todos los ejemplos se realizó un análisis con fibras en el cual se discretiza la sección de la columna en función de los materiales utilizados: hormigón no confinado, hormigón confinado y acero de refuerzo.

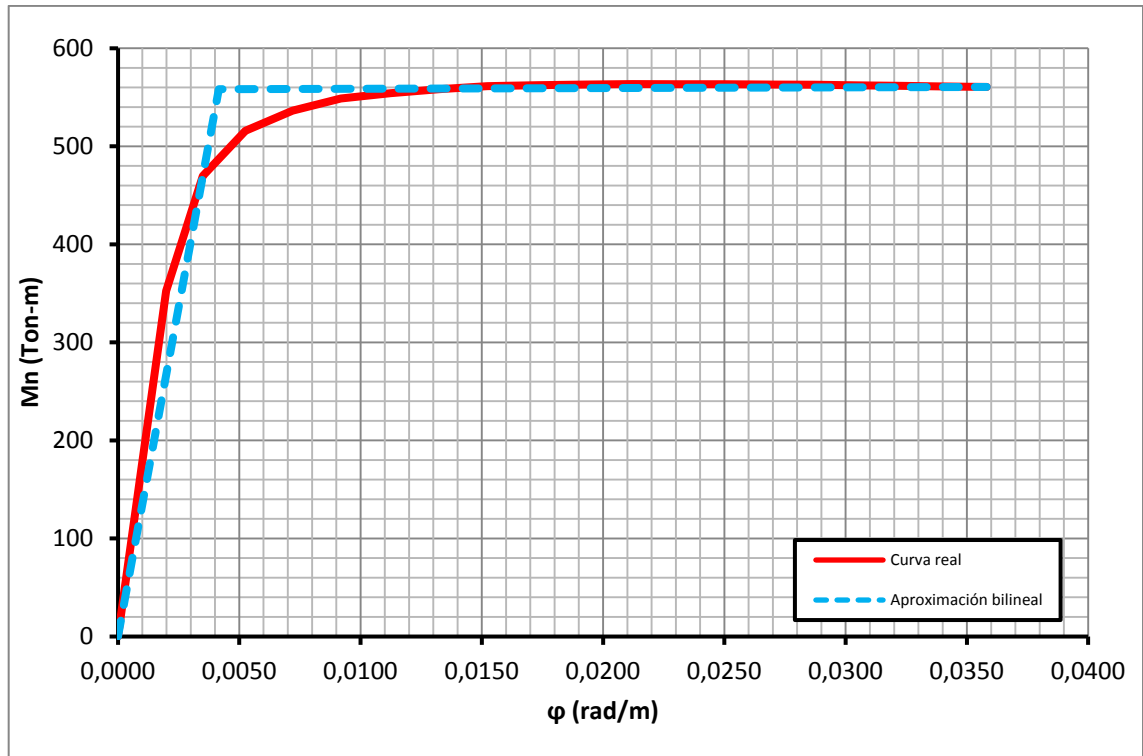


Figura 8.5: Diagrama de momento - curvatura del diseño del ejemplo 3.1

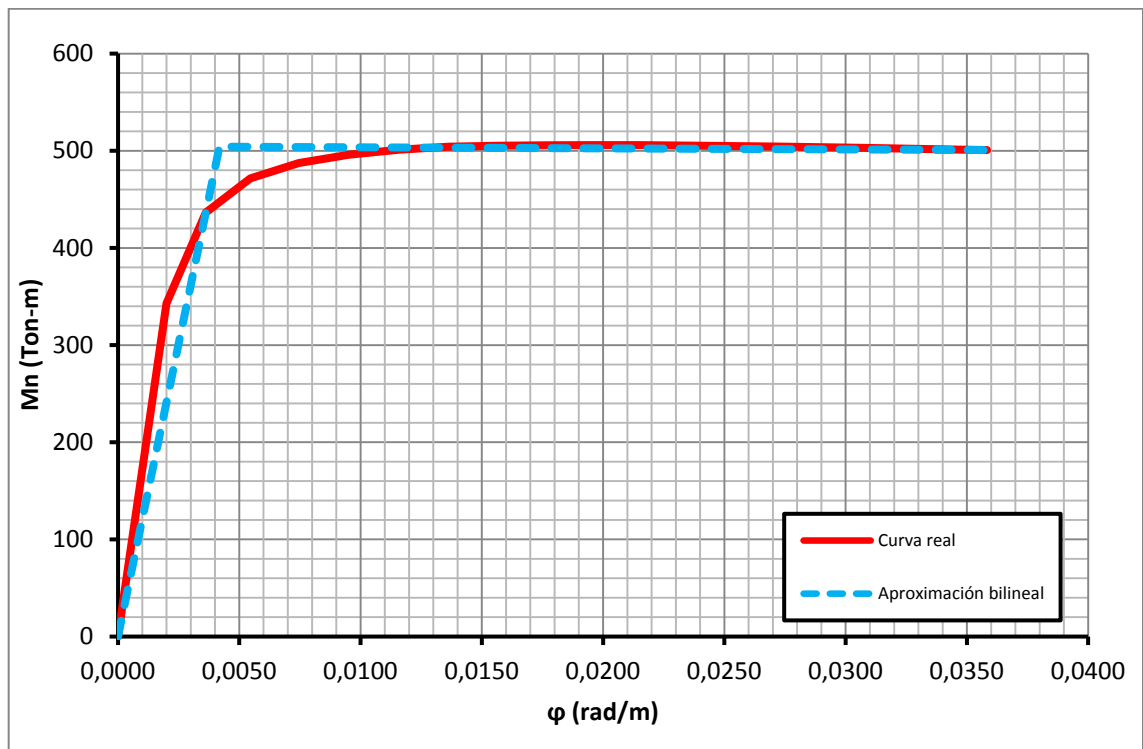


Figura 8.6: Diagrama de momento - curvatura del diseño del ejemplo 3.2

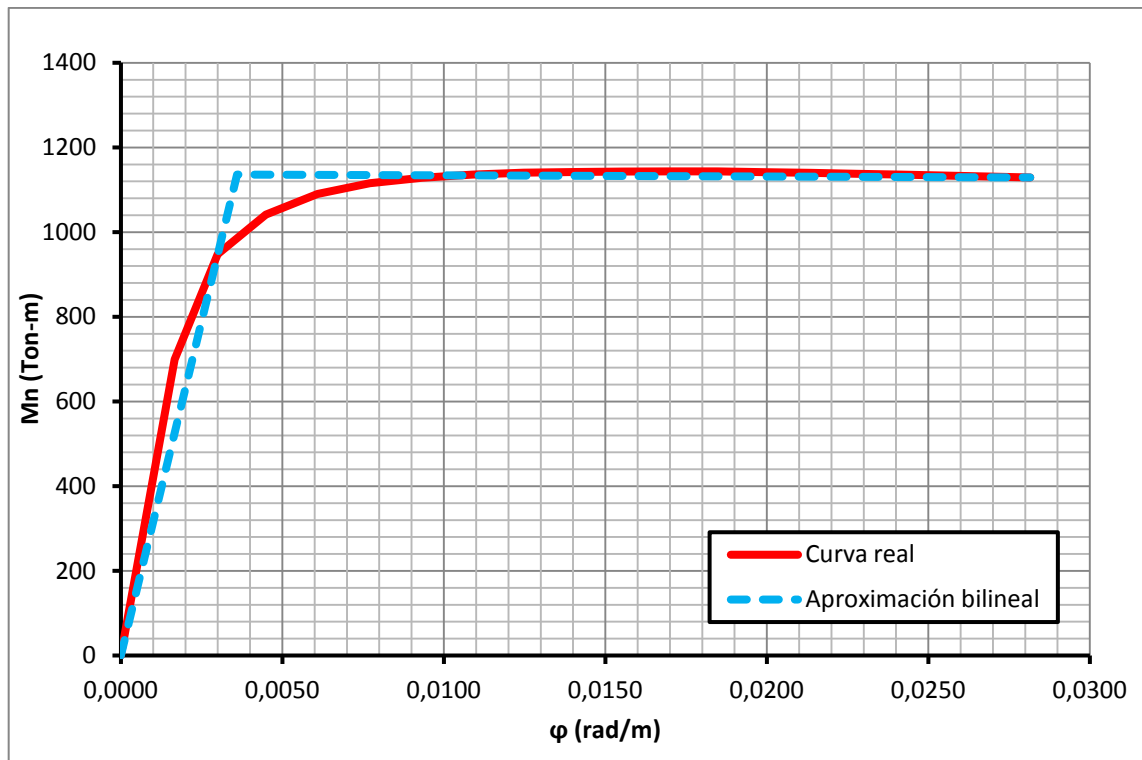


Figura 8.7: Diagrama de momento – curvatura del diseño del ejemplo 3.3

Se asigna el comportamiento de acuerdo a la curva esfuerzo – deformación de los materiales. Se utilizó el modelo de Mander [27] para el hormigón confinado y no confinado que corresponde a los materiales Concrete04 y Concrete02 del software OpenSees [26]. Las curvas esfuerzo – deformación en cada columna se obtuvieron en función de la geometría de la columna y el correspondiente refuerzo longitudinal y transversal obtenido en el diseño.

En el análisis con fibras se utilizó un script adicional denominado tesis.confined.tcl desarrollado para definir tanto los materiales como la discretización de la sección de un elemento en función de su forma que puede ser circular o rectangular.

En todos los análisis se consideró la base de la columna empotrada. El análisis pushover estático realizado consistió en asignar un desplazamiento en la parte superior de la columna por medio de un integrador basado en desplazamientos. Se consideró el



algoritmo de Newton para resolución y una prueba de convergencia basada en el incremento de energía con una tolerancia de 1×10^{-8} [26].

```
# Variables generales
set tag1 1
set tag2 1
set D 1.20
set My 558350
set fiy 0.0042
set alfa 0.00051
set Dmax 0.32
set H 8.
set w 458000.
set g 9.81
set m [expr $w/$g]
set A [expr $D*$D/4.*3.141593*1000.]
set I [expr 1./64.*pow($D,4)*3.141593]

# Contrucción del modelo
wipe
file mkdir resultados$tag1/analisis$tag2
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3

# Definición de nudos y restricciones
node 1 0 0
node 2 0 $H
fix 1 1 1 1
mass 2 $m 1e-9 0.

# Definición de comportamiento inelástico
set Flex 2
set Axial 3
set Col 1
set fc -350.
set Ec [expr 15000*sqrt(-$fc)*10000]
set EI [expr $Ec*$I]
set EA [expr $Ec*$A]
set Elc [expr $My/$fiy]
uniaxialMaterial Steel01 $Flex $My $Elc $alfa
uniaxialMaterial Elastic $Axial $EA
section Aggregator $Col $Axial P $Flex Mz

# Definición de elementos
```



```
set Transf 1
geomTransf Linear $Transf
set num 10
element nonlinearBeamColumn 1 1 2 $num $Col $Transf

# Definición de Output
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Despl.out -time -node 2 -dof 1 2 3 disp
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Reacc.out -time -node 1 -dof 1 2 3 reaction
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU1.out -time -ele 1 section 1 forceAndDeformation

recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU2.out -time -ele 1 section $num
forceAndDeformation
puts "Modelo realizado"

# Aplicación de carga gravitacional
pattern Plain 1 Linear {
  load 2 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set tol 1.0e-8
set Flag 0
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDisplIncr $tol 6 $Flag
algorithm Newton
set N1 10
set Grav [expr 1./$N1]
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $N1
loadConst -time 0.0
puts "Gravitacional"

# Aplicación de carga lateral
set nudo 2
set gl 1
set dD 0.005
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
  load 2 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis de carga lateral
```



```
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
set N2 6
set TestType EnergyIncr
test $TestType $tol $N2 $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set N3 [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $N3
puts "Pushover"
```

Código C.1: tesis.ejemplo1.analisis1.tcl

```
# Variables generales
set tag1 1
set tag2 2
set D 1.20
set My 558350
set fiy 0.0042
set alfa 0.00051
set Dmax 0.32
set H 8.
set w 458000.
set g 9.81
set m [expr $w/$g]
set A [expr $D*$D/4.*3.141593*1000.]
set I [expr 1./64.*pow($D,4)*3.141593]

# Construcción del modelo
wipe
file mkdir resultados$tag1/analisis$tag2
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3

# Definición de nudos y restricciones
node 1 0 0
node 2 0 $H
fix 1 1 1 1
mass 2 $m 1e-9 0.

# Definición de comportamiento inelástico
set Flex 2
set Axial 3
```



```
set Col 1
set fc -350.
set Ec [expr 15000*sqrt(-$fc)*10000]
set EI [expr $Ec*$I]
set EA [expr $Ec*$A]
set EIc [expr $My/$fiy]
uniaxialMaterial Steel01 $Flex $My $EIc $alfa
uniaxialMaterial Elastic $Axial $EA
section Aggregator $Col $Axial P $Flex Mz

# Definición de elementos
set Transf 1
geomTransf PDelta $Transf
set num 10
element nonlinearBeamColumn 1 1 2 $num $Col $Transf

# Definición de Output
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Despl.out -time -node 2 -dof 1 2 3 disp
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Reacc.out -time -node 1 -dof 1 2 3 reaction
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU1.out -time -ele 1 section 1 forceAndDeformation

recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU2.out -time -ele 1 section $num
forceAndDeformation
puts "Modelo realizado"

# Aplicación de carga gravitacional
pattern Plain 1 Linear {
  load 2 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set tol 1.0e-8
set Flag 0
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDisplIncr $tol 6 $Flag
algorithm Newton
set N1 10
set Grav [expr 1./$N1]
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $N1
loadConst -time 0.0
puts "Gravitacional"
```



```
# Aplicación de carga lateral
set nudo 2
set gl 1
set dD 0.005
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
    load 2 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis de carga lateral
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
set N2 6
set TestType EnergyIncr
test $TestType $tol $N2 $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set N3 [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $N3
puts "Pushover"
```

Código C.2: tesis.ejemplo1.analisis2.tcl

```
# Variables generales
set tag1 1
set tag2 3
set Dmax 0.32
set H 8.
set w 458000.
set g 9.81
set m [expr $w/$g]
set pi 3.141593

# Propiedades de columna
set fccol -350e4
set formacol circulo
set Dcol 1.2
set Dcol2 1.2
set dvar 0.025
set Nvar 30
set Nvar2 0
```



```
set tipocol espiral
set numtrcol 1
set dtrc 0.016
set esptrc 0.10
set recc 0.07
set reclibc 0.042
set transf 1
set col 1
set num 5
set col1 1
set col2 2

# Propiedades del acero de refuerzo
set fy 4200e4
set Es 2e10
set shr 0.01
set R0 18
set cr1 0.925
set cr2 0.15
set esu 0.1

# Contrucción del modelo
wipe
file mkdir resultados$tag1/analisis$tag2
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3

# Definición de nudos y restricciones
for {set inudo 0} {$inudo <= 10} {incr inudo} {
node [expr $inudo+1] 0 [expr $inudo/10.*$H]}
fix 1 1 1 1
mass 11 $m 1e-9 0.

# Área de columna, área de acero de refuerzo y cuantía de armado longitudinal
if {$formacol == "circulo"} {set Acol [expr pow($Dcol,2)*$pi/4]}
if {$formacol == "rectangulo"} {set Acol [expr $Dcol*$Dcol2]}
set Avarc [expr pow($dvar,2)*$pi/4]
if {$formacol == "circulo"} {set rho [expr $Avarc/$Acol*$Nvar]}
if {$formacol == "rectangulo"} {set rho [expr $Avarc/$Acol*2*($Nvar+$Nvar2-2)]}
uniaxialMaterial Steel02 3 $fy $Es $shr $R0 $cr1 $cr2

# Definición de modelos de comportamiento de materiales y material con fibras
set fc $fccol
set forma $formacol
set tipo $tipocol
set D1 $Dcol
```



```
set D2 $Dcol2
set numestr $numtrcol
set reclib $reclibc
set dtr $dtrc
set esptra $esptrc
set matconf $col1
set matnconf $col2
set matref 3
set Nlong $Nvar
set Nlong1 $Nvar2
set Avar $Avarc
set rec $recc
set fiber $col
set ndiv1 15
set ndiv2 18
set ndiv3 2
source tesis.confined.tcl
set nucleoc $nucleo
set radioc $radio

# Definición del elemento columna
geomTransf Linear $transf
for {set iele 1} {$iele <= 10} {incr iele} {
  element nonlinearBeamColumn $iele $iele [expr $iele + 1] $num $col $transf}

# Definición de Output
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Despl.out -time -node 11 -dof 1 2 3 disp
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Reacc.out -time -node 1 -dof 1 2 3 reaction
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FiberCol1.out -ele 1 section 1 fiber $nucleoc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FiberCol2.out -ele 1 section 1 fiber -$nucleoc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FiberCol3.out -ele 1 section 1 fiber $radioc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU.out -eleRange 1 10 section 1
forceAndDeformation
puts "Modelo realizado"

# Aplicación de carga gravitacional
pattern Plain 1 Linear {
  load 11 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set tol 1.0e-8
```




```
set Flag 0
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDisplIncr $tol 6 $Flag
algorithm Newton
set N1 10
set Grav [expr 1./$N1]
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $N1
loadConst -time 0.0
puts "Gravitacional"

# Aplicación de carga lateral
set nudo 11
set gl 1
set dD 0.005
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
    load 11 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis de carga lateral
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
set N2 20
set TestType EnergyIncr
test $TestType $tol $N2 $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set N3 [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $N3
puts "Fiber+Pushover"
```

Código C.3: tesis.ejemplo1.analisis3.tcl

```
set Adtr [expr $numestr*$pi/4*pow($dtr,2)]

# Propiedades del hormigón no confinado
set fc1u $fc
set fc2u [expr 0.05*$fc1u]
```



```
set ftu [expr 2*sqrt(-$fc1u/1.e4)*10000]
set e1u -0.002
set e2u -0.006
set et 0.002
set lambda 0.1

# Definición de parámetros de hormigón confinado (Mander et al, 1988)
if {$forma == "circulo"} {
set espstr1 [expr $espstr-$dtr]
set dnucleo [expr $D1-2*$reclib-$dtr]
set rhoctr [expr 4*$Adtr/$dnucleo/$espstr]
set rhoctr [expr $rho*pow($D1,2)/pow($dnucleo,2)]

if {$stipo == "estribo"} {set ketr [expr pow(1-$espstr1/2/$dnucleo,2)/(1-$rhoctr)]}
if {$stipo == "espiral"} {set ketr [expr (1-$espstr1/2/$dnucleo)/(1-$rhoctr)]}

set fcl [expr -0.5*$ketr*$rhoctr*$fy]
set kfc [expr -1.254+2.254*sqrt(1+7.94*$fcl/$fc)-2*$fcl/$fc]
set fc1c [expr $fc*$kfc]
set e1c [expr $e1u*(1+5*($kfc-1))]
set e2c [expr -0.004+1.4*$rhoctr*$fy*$esu/$fc1c]
set Ecc [expr 15100*sqrt(-$fc1c/1.e4)*10000]
set ftc [expr 2*sqrt(-$fc1c/1.e4)*10000]
set Ets [expr $ftc/$set]
uniaxialMaterial Concrete04 $matconf $fc1c $e1c $e2c $Ecc $ftc $set
uniaxialMaterial Concrete02 $matnconf $fc1u $e1u $fc2u $e2u $lambda $ftu $Ets
}

# Definición de parámetros de hormigón confinado (Kent & Park)
if {$forma == "rectangulo"} {
set b11 [expr $D2-2*$reclib]
set Vstr [expr $Adtr*2*($D2+$D1-4*$reclib-2*$dtr)]
set Vctr [expr $espstr*($D1-2*$reclib)*($D2-2*$reclib)]
set rhoctr [expr $Vstr/$Vctr]
set e50u [expr (3-0.002*$fc/1e4/0.07)/(-$fc/1e4/0.07-1000)]
set e50h [expr $rhoctr*0.75*sqrt($b11/$espstr)]
set Ztr [expr 0.5/($e50u+$e50h-0.002)]

set fc1c $fc
set e1c $e1u
set fc2c [expr 0.2*$fc]
set e2c [expr -0.8/$Ztr-0.002]
set ftc [expr 2*sqrt(-$fc1c/1.e4)*10000]
set Ets [expr $ftc/$set]
uniaxialMaterial Concrete01 $matconf $fc1c $e1c $fc2c $e2c
```



```
uniaxialMaterial Concrete02 $matnconf $fc1u $e1u $fc2u $e2u $lambda $ftu $Ets
}

if {$forma == "circulo"} {
set ang [expr 360.0-360.0/$Nlong]
set radio [expr $D1/2.0]
set nucleo [expr $radio-$rec]
section Fiber $fiber {
    patch circ $matnconf $ndiv2 $ndiv1 0.0 0.0 0.0 $nucleo 0.0 360.0
    patch circ $matnconf $ndiv2 $ndiv3 0.0 0.0 $nucleo $radio 0.0 360.0
    layer circ $matref $Nlong $Avar 0.0 0.0 $nucleo 0.0 $ang}
}

if {$forma == "rectangulo"} {
set radio [expr $D1/2.0]
set radio2 [expr $D2/2.0]
set nucleo [expr $radio-$rec]
set nucleo2 [expr $radio2-$rec]
section Fiber $fiber {
    patch quad $matnconf $ndiv2 $ndiv1 -$nucleo -$nucleo2 $nucleo -$nucleo2 $nucleo $nucleo2 -$nucleo $nucleo2
    patch quad $matnconf $ndiv2 $ndiv3 -$radio -$radio2 $radio -$radio2 $nucleo -$nucleo2 -$nucleo -$nucleo2
    patch quad $matnconf $ndiv1 $ndiv3 $radio -$radio2 $radio $radio2 $nucleo $nucleo2 $nucleo -$nucleo2
    patch quad $matnconf $ndiv2 $ndiv3 $radio $radio2 -$radio $radio2 -$nucleo $nucleo2 $nucleo $nucleo2
    patch quad $matnconf $ndiv1 $ndiv3 -$radio $radio2 -$radio -$radio2 -$nucleo -$nucleo2 -$nucleo $nucleo2
    layer straight $matref $Nlong $Avar -$nucleo $nucleo2 -$nucleo -$nucleo2
    for {set iac 2} {$iac < $Nlong1} {incr iac} {
    set posy [expr -$nucleo*(1-2*($iac-1)/($Nlong1-1))]
    layer straight $matref 2 $Avar $posy $nucleo2 $posy -$nucleo2}
    layer straight $matref $Nlong $Avar $nucleo $nucleo2 $nucleo -$nucleo2
}}
}}
```

Código C.4: tesis.confined.tcl

```
# Variables generales
set tag1 2
set tag2 1
set D 1.20
set My 500730
set fiy 0.0042
set alfa 0.00001
```



```
set Dmax 0.32
set H 8.
set w 458000.
set g 9.81
set m [expr $w/$g]
set A [expr $D*$D/4.*3.141593*1000.]
set I [expr 1./64.*pow($D,4)*3.141593]

# Contrucción del modelo
wipe
file mkdir resultados$tag1/analisis$tag2
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3

# Definición de nudos y restricciones
node 1 0 0
node 2 0 $H
fix 1 1 1 1
mass 2 $m 1e-9 0.

# Definición de comportamiento inelástico
set Flex 2
set Axial 3
set Col 1
set fc -350.
set Ec [expr 15000*sqrt(-$fc)*10000]
set EI [expr $Ec*$I]
set EA [expr $Ec*$A]
set Elc [expr $My/$fiy]
uniaxialMaterial Steel01 $Flex $My $Elc $alfa
uniaxialMaterial Elastic $Axial $EA
section Aggregator $Col $Axial P $Flex Mz

# Definición de elementos
set Transf 1
geomTransf Linear $Transf
set num 10
element nonlinearBeamColumn 1 1 2 $num $Col $Transf

# Definición de Output
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Despl.out -time -node 2 -dof 1 2 3 disp
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Reacc.out -time -node 1 -dof 1 2 3 reaction
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU1.out -time -ele 1 section 1 forceAndDeformation
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU2.out -time -ele 1 section $num
forceAndDeformation
```



```
puts "Modelo realizado"

# Aplicación de carga gravitacional
pattern Plain 1 Linear {
  load 2 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set tol 1.0e-8
set Flag 0
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDisplIncr $tol 6 $Flag
algorithm Newton
set N1 10
set Grav [expr 1./$N1]
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $N1
loadConst -time 0.0
puts "Gravitacional"

# Aplicación de carga lateral
set nudo 2
set gl 1
set dD 0.005
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
  load 2 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis de carga lateral
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
set N2 6
set TestType EnergyIncr
test $TestType $tol $N2 $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set N3 [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $N3
puts "Pushover"
```

Código C.5: tesis.ejemplo2.analisis1.tcl



```
# Variables generales
set tag1 2
set tag2 2
set D 1.20
set My 500730
set fiy 0.0042
set alfa 0.00001
set Dmax 0.32
set H 8.
set w 458000.
set g 9.81
set m [expr $w/$g]
set A [expr $D*$D/4.*3.141593*1000.]
set I [expr 1./64.*pow($D,4)*3.141593]

# Contrucción del modelo
wipe
file mkdir resultados$tag1/analisis$tag2
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3

# Definición de nudos y restricciones
node 1 0 0
node 2 0 $H
fix 1 1 1 1
mass 2 $m 1e-9 0.

# Definición de comportamiento inelástico
set Flex 2
set Axial 3
set Col 1
set fc -350.
set Ec [expr 15000*sqrt(-$fc)*10000]
set EI [expr $Ec*$I]
set EA [expr $Ec*$A]
set Elc [expr $My/$fiy]
uniaxialMaterial Steel01 $Flex $My $Elc $alfa
uniaxialMaterial Elastic $Axial $EA
section Aggregator $Col $Axial P $Flex Mz

# Definición de elementos
set Transf 1
geomTransf PDelta $Transf
set num 10
element nonlinearBeamColumn 1 1 2 $num $Col $Transf
```



```
# Definición de Output
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Despl.out -time -node 2 -dof 1 2 3 disp
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Reacc.out -time -node 1 -dof 1 2 3 reaction
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU1.out -time -ele 1 section 1 forceAndDeformation

recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU2.out -time -ele 1 section $num
forceAndDeformation
puts "Modelo realizado"

# Aplicación de carga gravitacional
pattern Plain 1 Linear {
  load 2 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set tol 1.0e-8
set Flag 0
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDisplIncr $tol 6 $Flag
algorithm Newton
set N1 10
set Grav [expr 1./$N1]
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $N1
loadConst -time 0.0
puts "Gravitacional"

# Aplicación de carga lateral
set nudo 2
set gl 1
set dD 0.005
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
  load 2 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis de carga lateral
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
set N2 6
set TestType EnergyIncr
```



```
test $TestType $tol $N2 $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set N3 [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $N3
puts "Pushover"
```

Código C.6: tesis.ejemplo2.analisis2.tcl

```
# Variables generales
set tag1 2
set tag2 3
set Dmax 0.32
set H 8.
set w 458000.
set g 9.81
set m [expr $w/$g]
set pi 3.141593

# Propiedades de columna
set fccol -350e4
set formacol circulo
set Dcol 1.2
set Dcol2 1.2
set dvar 0.025
set Nvar 24
set Nvar2 0
set tipocol espiral
set numtrcol 1
set dtrc 0.014
set esptrc 0.10
set recc 0.07
set reclibc 0.044
set transf 1
set col 1
set num 5
set col1 1
set col2 2

# Propiedades del acero de refuerzo
set fy 4200e4
set Es 2e10
set shr 0.01
```




```
set R0 18
set cr1 0.925
set cr2 0.15
set esu 0.1

# Contrucción del modelo
wipe
file mkdir resultados$tag1/analisis$tag2
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3

# Definición de nudos y restricciones
for {set inudo 0} {$inudo <= 10} {incr inudo} {
node [expr $inudo+1] 0 [expr $inudo/10.*$H]}
fix 1 1 1 1
mass 11 $m 1e-9 0.

# Área de columna, área de acero de refuerzo y cuantía de armado longitudinal
if {$formacol == "circulo"} {set Acol [expr pow($Dcol,2)*$pi/4]}
if {$formacol == "rectangulo"} {set Acol [expr $Dcol*$Dcol2]}
set Avarc [expr pow($dvar,2)*$pi/4]
if {$formacol == "circulo"} {set rho [expr $Avarc/$Acol*$Nvar]}
if {$formacol == "rectangulo"} {set rho [expr $Avarc/$Acol*2*($Nvar+$Nvar2-2)]}
uniaxialMaterial Steel02 3 $fy $Es $shr $R0 $cr1 $cr2

# Definición de modelos de comportamiento de materiales y material con fibras
set fc $fccol
set forma $formacol
set tipo $tipocol
set D1 $Dcol
set D2 $Dcol2
set numestr $numtrcol
set reclib $reclibc
set dtr $dtrc
set esptr $esptrc
set matconf $col1
set matnconf $col2
set matref 3
set Nlong $Nvar
set Nlong1 $Nvar2
set Avar $Avarc
set rec $recc
set fiber $col
set ndiv1 15
set ndiv2 18
set ndiv3 2
```



```
source tesis.confined.tcl
set nucleoc $nucleo
set radioc $radio

# Definición del elemento columna
geomTransf Linear $transf
for {set inudo 1} {$inudo <= 10} {incr inudo} {
element nonlinearBeamColumn $inudo $inudo [expr $inudo+1] $num $col $transf}

# Definición de Output
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Despl.out -time -node 11 -dof 1 2 3 disp
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Reacc.out -time -node 1 -dof 1 2 3 reaction
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FiberCol1.out -ele 1 section 1 fiber $nucleoc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FiberCol2.out -ele 1 section 1 fiber -$nucleoc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FiberCol3.out -ele 1 section 1 fiber $radioc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU.out -eleRange 1 10 section 1
forceAndDeformation
puts "Modelo realizado"

# Aplicación de carga gravitacional
pattern Plain 1 Linear {
load 11 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set tol 1.0e-8
set Flag 0
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDispIncr $tol 6 $Flag
algorithm Newton
set N1 10
set Grav [expr 1./$N1]
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $N1
loadConst -time 0.0
puts "Gravitacional"

# Aplicación de carga lateral
set nudo 11
```



```
set gl 1
set dD 0.005
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
    load 11 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis de carga lateral
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
set N2 20
set TestType EnergyIncr
test $TestType $tol $N2 $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set N3 [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $N3
puts "Fiber+Pushover"
```

Código C.7: tesis.ejemplo2.analisis3.tcl

```
# Variables generales
set tag1 3
set tag2 1
set D 1.40
set My 1136230
set fiy 0.0036
set alfa 0.00001
set Dmax 0.275
set H 8.
set w 462000.
set g 9.81
set m [expr $w/$g]
set A [expr $D*$D/4.*3.141593*1000.]
set I [expr 1./64.*pow($D,4)*3.141593]

# Contrucción del modelo
wipe
file mkdir resultados$tag1/analisis$tag2
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3

# Definición de nudos y restricciones
```



```
node 1 0 0
node 2 0 $H
fix 1 1 1 1
mass 2 $m 1e-9 0.

# Definición de comportamiento inelástico
set Flex 2
set Axial 3
set Col 1
set fc -350.
set Ec [expr 15000*sqrt(-$fc)*10000]
set EI [expr $Ec*$I]
set EA [expr $Ec*$A]
set EIC [expr $My/$fy]
uniaxialMaterial Steel01 $Flex $My $EIC $alfa
uniaxialMaterial Elastic $Axial $EA
section Aggregator $Col $Axial P $Flex Mz

# Definición de elementos
set Transf 1
geomTransf Linear $Transf
set num 10
element nonlinearBeamColumn 1 1 2 $num $Col $Transf

# Definición de Output
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Despl.out -time -node 2 -dof 1 2 3 disp
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Reacc.out -time -node 1 -dof 1 2 3 reaction
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU1.out -time -ele 1 section 1 forceAndDeformation

recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU2.out -time -ele 1 section $num
forceAndDeformation
puts "Modelo realizado"

# Aplicación de carga gravitacional
pattern Plain 1 Linear {
  load 2 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set tol 1.0e-8
set Flag 0
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDisplIncr $tol 6 $Flag
```



```
algorithm Newton
set N1 10
set Grav [expr 1./$N1]
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $N1
loadConst -time 0.0
puts "Gravitacional"

# Aplicación de carga lateral
set nudo 2
set gl 1
set dD 0.005
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
    load 2 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis de carga lateral
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
set N2 6
set TestType EnergyIncr
test $TestType $tol $N2 $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set N3 [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $N3
puts "Pushover"
```

Código C.8: tesis.ejemplo3.analisis1.tcl

```
# Variables generales
set tag1 3
set tag2 2
set D 1.40
set My 1136230
set fiy 0.0036
set alfa 0.00001
set Dmax 0.275
set H 8.
set w 462000.
```



```
set g 9.81
set m [expr $w/$g]
set A [expr $D*$D/4.*3.141593*1000.]
set I [expr 1./64.*pow($D,4)*3.141593]

# Contrucción del modelo
wipe
file mkdir resultados$tag1/analisis$tag2
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3

# Definición de nudos y restricciones
node 1 0 0
node 2 0 $H
fix 1 1 1 1
mass 2 $m 1e-9 0.

# Definición de comportamiento inelástico
set Flex 2
set Axial 3
set Col 1
set fc -350.
set Ec [expr 15000*sqrt(-$fc)*10000]
set EI [expr $Ec*$I]
set EA [expr $Ec*$A]
set EIC [expr $My/$fiy]
uniaxialMaterial Steel01 $Flex $My $EIC $alfa
uniaxialMaterial Elastic $Axial $EA
section Aggregator $Col $Axial P $Flex Mz

# Definición de elementos
set Transf 1
geomTransf PDelta $Transf
set num 10
element nonlinearBeamColumn 1 1 2 $num $Col $Transf

# Definición de Output
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Despl.out -time -node 2 -dof 1 2 3 disp
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Reacc.out -time -node 1 -dof 1 2 3 reaction
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU1.out -time -ele 1 section 1 forceAndDeformation

recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU2.out -time -ele 1 section $num
forceAndDeformation
puts "Modelo realizado"

# Aplicación de carga gravitacional
```



```
pattern Plain 1 Linear {
  load 2 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set tol 1.0e-8
set Flag 0
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDispIncr $tol 6 $Flag
algorithm Newton
set N1 10
set Grav [expr 1./$N1]
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $N1
loadConst -time 0.0
puts "Gravitacional"

# Aplicación de carga lateral
set nudo 2
set gl 1
set dD 0.005
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
  load 2 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis de carga lateral
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
set N2 6
set TestType EnergyIncr
test $TestType $tol $N2 $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set N3 [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $N3
puts "Pushover"
```

Código C.9: tesis.ejemplo3.analisis2.tcl



```
# Variables generales
set tag1 3
set tag2 3
set Dmax 0.28
set H 8.
set w 462000.
set g 9.81
set m [expr $w/$g]
set pi 3.141593

# Propiedades de columna
set fccol -350e4
set formacol circulo
set Dcol 1.4
set Dcol2 1.4
set dvar 0.032
set Nvar 45
set Nvar2 0
set tipocol espiral
set numtrcol 1
set dtrc 0.014
set esptrc 0.10
set recc 0.07
set reclibc 0.04
set transf 1
set col 1
set num 5
set col1 1
set col2 2

# Propiedades del acero de refuerzo
set fy 4200e4
set Es 2e10
set shr 0.01
set R0 18
set cr1 0.925
set cr2 0.15
set esu 0.1

# Contrucción del modelo
wipe
file mkdir resultados$tag1/analisis$tag2
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3

# Definición de nudos y restricciones
```




```
for {set inudo 0} {$inudo <= 10} {incr inudo} {
node [expr $inudo+1] 0 [expr $inudo/10.*$H]}
fix 1 1 1 1
mass 11 $m 1e-9 0.

# Área de columna, área de acero de refuerzo y cuantía de armado longitudinal
if {$formacol == "circulo"} {set Acol [expr pow($Dcol,2)*$pi/4]}
if {$formacol == "rectangulo"} {set Acol [expr $Dcol*$Dcol2]}
set Avarc [expr pow($dvar,2)*$pi/4]
if {$formacol == "circulo"} {set rho [expr $Avarc/$Acol*$Nvar]}
if {$formacol == "rectangulo"} {set rho [expr $Avarc/$Acol*2*($Nvar+$Nvar2-2)]}
uniaxialMaterial Steel02 3 $fy $Es $shr $R0 $scr1 $scr2

# Definición de modelos de comportamiento de materiales y material con fibras
set fc $fccol
set forma $formacol
set tipo $tipocol
set D1 $Dcol
set D2 $Dcol2
set numestr $numtrcol
set reclib $reclibc
set dtr $dtrc
set esptr $esptrc
set matconf $col1
set matnconf $col2
set matref 3
set Nlong $Nvar
set Nlong1 $Nvar2
set Avar $Avarc
set rec $recc
set fiber $col
set ndiv1 15
set ndiv2 18
set ndiv3 2
source tesis.confined.tcl
set nucleoc $nucleo
set radioc $radio

# Definición del elemento columna
geomTransf Linear $stranf
for {set inudo 1} {$inudo <= 10} {incr inudo} {
element nonlinearBeamColumn $inudo $inudo [expr $inudo+1] $num $col $stranf}

# Definición de Output
```



```
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Despl.out -time -node 11 -dof 1 2 3 disp
recorder Node -file resultados$tag1/analisis$tag2/Reacc.out -time -node 1 -dof 1 2 3 reaction
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FiberCol1.out -ele 1 section 1 fiber $nucleoc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FiberCol2.out -ele 1 section 1 fiber -$nucleoc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FiberCol3.out -ele 1 section 1 fiber $radioc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados$tag1/analisis$tag2/FIDU.out -eleRange 1 10 section 1
forceAndDeformation
puts "Modelo realizado"

# Aplicación de carga gravitacional
pattern Plain 1 Linear {
  load 11 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set tol 1.0e-8
set Flag 0
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDisplIncr $tol 6 $Flag
algorithm Newton
set N1 10
set Grav [expr 1./$N1]
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $N1
loadConst -time 0.0
puts "Gravitacional"

# Aplicación de carga lateral
set nudo 11
set gl 1
set dD 0.005
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
  load 11 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis de carga lateral
constraints Plain
numberer Plain
```



```
system BandGeneral
set N2 30
set TestType EnergyIncr
test $TestType $tol $N2 $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set N3 [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $N3
puts "Fiber+Pushover"
```

Código C.10: tesis.ejemplo3.analisis3.tcl

Algunos de los resultados obtenidos en todos los análisis realizados se muestran en el CAPÍTULO 4, el resto de resultados no se muestran en este documento pero se encuentran en el CD adjunto junto con la última actualización del software OpenSees a la fecha.



APÉNDICE D

SCRIPTS DEL MODELO DESARROLLADO EN OPENSEES

El modelo desarrollado en este trabajo se desarrolló el software OpenSees. Este software funciona por medio de scripts en los cuales el usuario define todos los parámetros correspondientes del modelo, elige el comportamiento de los elementos y el tipo de análisis a realizar [26].

La sección de los elementos de la columna y de los pilotes se definen por medio de un análisis con fibras en el cual se discretiza la sección en función de los materiales utilizados: hormigón no confinado, hormigón confinado y acero de refuerzo. Se asigna el comportamiento de acuerdo a la curva esfuerzo – deformación de los materiales. Se utilizó el modelo de Mander [27] en elementos circulares, y el modelo de Kent & Park [28] en elementos rectangulares, para el hormigón confinado y no confinado que corresponde a los materiales Concrete04 y Concrete02 del software OpenSees [26]. Las curvas esfuerzo – deformación en cada elementos se obtienen en función de la geometría de la columna y el correspondiente refuerzo longitudinal y transversal designado. El script denominado tesis.confined.tcl fue desarrollado para definir tanto los materiales como la discretización de la sección de un elemento en función de su forma que puede ser circular o rectangular.



El análisis pushover estático realizado consistió en asignar un desplazamiento en la parte superior de la columna por medio de un integrador basado en desplazamientos. Se consideró el algoritmo de Newton para resolución y una prueba de convergencia basada en el incremento de energía con una tolerancia de 1×10^{-8} [26].

```
set Adtr [expr $numestr*$pi/4*pow($dtr,2)]

# Propiedades del hormigón no confinado
set fc1u $fc
set fc2u [expr 0.05*$fc1u]
set ftu [expr 2*sqrt(-$fc1u/1.e4)*10000]
set e1u -0.002
set e2u -0.006
set et 0.002
set lambda 0.1

# Definición de parámetros de hormigón confinado (Mander et al, 1988)
if {$forma == "circulo"} {
set espstr1 [expr $espstr-$dtr]
set dnucleo [expr $D1-2*$reclib-$dtr]
set rhotr [expr 4*$Adtr/$dnucleo/$espstr]
set rhocc [expr $rho*pow($D1,2)/pow($dnucleo,2)]

if {$tipo == "estribo"} {set ketr [expr pow(1-$espstr1/2/$dnucleo,2)/(1-$rhocc)]}
if {$tipo == "espiral"} {set ketr [expr (1-$espstr1/2/$dnucleo)/(1-$rhocc)]}

set fcl [expr -0.5*$ketr*$rhotr*$fy]
set kfc [expr -1.254+2.254*sqrt(1+7.94*$fcl/$fc)-2*$fcl/$fc]
set fc1c [expr $fc*$kfc]
set e1c [expr $e1u*(1+5*($kfc-1))]
set e2c [expr -0.004+1.4*$rhotr*$fy*$esu/$fc1c]
set Ecc [expr 15100*sqrt(-$fc1c/1.e4)*10000]
set ftc [expr 2*sqrt(-$fc1c/1.e4)*10000]
set Ets [expr $ftc/$et]
uniaxialMaterial Concrete04 $matconf $fc1c $e1c $e2c $Ecc $ftc $et
uniaxialMaterial Concrete02 $matnconf $fc1u $e1u $fc2u $e2u $lambda $ftu $Ets
}

# Definición de parámetros de hormigón confinado (Kent & Park)
if {$forma == "rectangulo"} {
set b11 [expr $D2-2*$reclib]
set Vstr [expr $Adtr*2*($D2+$D1-4*$reclib-2*$dtr)]
}
```



```
set Vctr [expr $esp*$($D1-2*$reclib)*($D2-2*$reclib)]
set rhoctr [expr $Vstr/$Vctr]
set e50u [expr (3-0.002*$fc/1e4/0.07)/(-$fc/1e4/0.07-1000)]
set e50h [expr $rhoctr*0.75*sqrt($b11/$esp)]
set Ztr [expr 0.5/($e50u+$e50h-0.002)]

set fc1c $fc
set e1c $e1u
set fc2c [expr 0.2*$fc]
set e2c [expr -0.8/$Ztr-0.002]
set ftc [expr 2*sqrt(-$fc1c/1.e4)*10000]
set Ets [expr $ftc/$et]
uniaxialMaterial Concrete01 $matconf $fc1c $e1c $fc2c $e2c
uniaxialMaterial Concrete02 $matnconf $fc1u $e1u $fc2u $e2u $lambda $ftu $Ets}

if {$forma == "circulo"} {
set ang [expr 360.0-360.0/$Nlong]
set radio [expr $D1/2.0]
set nucleo [expr $radio-$rec]
section Fiber $fiber {
    patch circ $matconf $ndiv2 $ndiv1 0.0 0.0 0.0 $nucleo 0.0 360.0
    patch circ $matnconf $ndiv2 $ndiv3 0.0 0.0 $nucleo $radio 0.0 360.0
    layer circ $matref $Nlong $Avar 0.0 0.0 $nucleo 0.0 $ang}}
if {$forma == "rectangulo"} {
set radio [expr $D1/2.0]
set radio2 [expr $D2/2.0]
set nucleo [expr $radio-$rec]
set nucleo2 [expr $radio2-$rec]
section Fiber $fiber {
    patch quad $matconf $ndiv2 $ndiv1 -$nucleo -$nucleo2 $nucleo -$nucleo2 $nucleo $nucleo2 -$nucleo $nucleo2
    patch quad $matnconf $ndiv2 $ndiv3 -$radio -$radio2 $radio -$radio2 $nucleo -$nucleo2 -$nucleo -$nucleo2
    patch quad $matnconf $ndiv1 $ndiv3 $radio -$radio2 $radio $radio2 $nucleo $nucleo2 $nucleo -$nucleo2
    patch quad $matnconf $ndiv2 $ndiv3 $radio $radio2 -$radio $radio2 -$nucleo $nucleo2 $nucleo $nucleo2
    patch quad $matnconf $ndiv1 $ndiv3 -$radio $radio2 -$radio -$radio2 -$nucleo -$nucleo2 -$nucleo -$nucleo2
    layer straight $matref $Nlong $Avar -$nucleo $nucleo2 -$nucleo -$nucleo2
    for {set iac 2} {$iac < $Nlong1} {incr iac} {
set posy [expr -$nucleo*(1-2*($iac-1)/($Nlong1-1))]
layer straight $matref 2 $Avar $posy $nucleo2 $posy -$nucleo2}
layer straight $matref $Nlong $Avar $nucleo $nucleo2 $nucleo -$nucleo2}}
```

Código D.1: tesis.confined.tcl



```
#####  
# UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL  
#  
# TESIS DE GRADO:  
#  
# Desarrollo de un modelo estructural aplicado al método de Diseño Directo  
# Basado en Desplazamientos en el diseño sismo-resistente de pilas para  
# puentes en la ciudad de Guayaquil.  
#  
# Fernando Gómez Sánchez  
# Director: Ing. Xavier Casal  
#  
# Unidades: kg, m, s.  
#####  
  
# Modelo general: Pila en cantilever con pilotes.  
wipe  
file mkdir resultados.modelo  
set contador 0  
  
# Definición de listas de variables "independientes" generales.  
set H 8.  
set fccol -350e4  
set formacol circulo  
set Dcol 1.2  
set Dcol2 1.2  
set dvar 0.025  
set Nvar 30  
set Nvar2 0  
set tipocol espiral  
set numtrcol 1  
set dtrc 0.016  
set esptrc 0.10  
set su 1000.  
set fcpil -420e4  
set formapil rectangulo  
set B 0.40  
set dvarp 0.025  
set Nvarp 3  
set Nvar2p 3  
set tipopil estribo  
set numtrpil 1  
set dtrp 0.01
```



```
set esptrp 0.10
set Lpil 25.0
set Lpuente 26.
set Ncar 2
set Npil 4
set Npil2 2
set espac 2.5
set recc 0.07
set reclibc 0.04
set recp 0.05
set reclibp 0.03
set gamma 1650.
set wd 6200.; #carga muerta por metro lineal de carril
set wl 1250.; #carga viva por metro lineal de carril
set J 0.5
set e50 0.02
set Cd 0.0
set c 0.0

# Parámetros generales
set pi 3.141593
set g 9.81
set transf 1
set col 1
set numc 10
set col1 3
set col2 4
set pil 2
set nump 3
set pil1 6
set pil2 7

# Propiedades del acero de refuerzo
set fy 4200e4
set Es 2e10
set shr 0.01
set R0 18
set cr1 0.925
set cr2 0.15
set esu 0.1

# Propiedades para el análisis
set tol 1.0e-6
set Ngrav 5
set Grav [expr 1./$Ngrav]
```




```
set nudo 2
set gl 1
set Niter 20
set TestType NormDisplIncr
set Flag 0
puts "Datos iniciales"

# Análisis con valores definidos.
set contador [expr $contador+1]
file mkdir resultados.modelo/modelo$contador
source tesis.pushover.tcl
puts "Modelo $contador terminado"
```

Código D.2: tesis.modelo.tcl

```
wipe
model BasicBuilder -ndm 2 -ndf 3;

if {$formacol == "circulo"} {set Acol [expr pow($Dcol,2)*$pi/4]}
if {$formacol == "rectangulo"} {set Acol [expr $Dcol*$Dcol2]}

set w [expr $Lpuente*($wd+$wl)*$Ncar+2400*$Acol*$H/3]
set m [expr $w/$g]

# Construcción de materiales, nudos y elementos del modelo.
source tesis.columna.tcl
source tesis.resortespy.tcl
source tesis.pilotes.tcl
source tesis.zapata.tcl

# Output requerido
recorder Node -file resultados.modelo/modelo$contador/DispCol.out -time -nodeRange 1 2 -dof 1 2 3
disp
recorder Element -file resultados.modelo/modelo$contador/FiberCol1.out -ele 1 section 1 fiber $nucleoc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados.modelo/modelo$contador/FiberCol2.out -ele 1 section 1 fiber -$nucleoc 0
stressStrain
recorder Element -file resultados.modelo/modelo$contador/FiberCol3.out -ele 1 section 1 fiber $radioc 0
stressStrain

for {set i 1} {$i <= $numc} {incr i} {
    recorder Element -file resultados.modelo/modelo$contador/ColumnaFIDU$i.out -ele 1 section $i
    forceAndDeformation
}

recorder Node -file resultados.modelo/modelo$contador/PiloteDesplLat.out -nodeRange [expr 3+$NP2]
[expr 3+$N1+$NP2] -dof 1 disp
```



```
recorder Node -file resultados.modelo/modelo$contador/PiloteDesplRot.out -nodeRange [expr 3+$NP2]
[expr 3+$N1+$NP2] -dof 3 disp
recorder Node -file resultados.modelo/modelo$contador/PilotePyspring.out -nodeRange [expr 3] [expr
2+$N1] -dof 1 reaction
recorder Node -file resultados.modelo/modelo$contador/PiloteReacbase.out -node [expr 3+$N1+$NP2] -
dof 1 2 reaction
recorder Element -file resultados.modelo/modelo$contador/PiloteFIDU.out -eleRange [expr $Flpil+1] [expr
$Flpil+$N1] section 1 forceAndDeformation

# Visualización del modelo
recorder display "Modelo estructural" 10 10 700 700 -wipe
prp 0 0 1
vup 0 1 0
vpn 0 0 1
display 1 3 10

# Carga gravitacional aplicada
pattern Plain 1 Linear {
  load 2 0 -$w 0
}

# Análisis de carga gravitacional
set Tinicial [clock seconds]
constraints Transformation
numberer RCM
system SparseGeneral -piv
test $TestType $tol 10 $Flag
algorithm Newton
integrator LoadControl $Grav
analysis Static
analyze $Ngrav
loadConst -time 0.0

puts "Carga gravitacional analizada"

# Desplazamiento horizontal aplicado
set Dmax [expr 0.05*$H]
set dD [expr 0.001*$H]
set carga [expr $w/1000]
pattern Plain 2 Linear {
  load 2 $carga 0.0 0.0
}

# Análisis Pushover
constraints Transformation
```



```
numberer RCM
system SparseGeneral -piv
test $TestType $tol $Niter $Flag
algorithm Newton
integrator DisplacementControl $nudo $gl $dD
analysis Static
set Nhor [expr int($Dmax/$dD+1)]
analyze $Nhor
set Tfinal [clock seconds]
puts "Pushover realizado en [expr $Tfinal-$Tinicial] segundos"
```

Código D.3: tesis.pushover.tcl

```
# Nudos y masa de la columna
node 1 0. 0.
node 2 0. $H
mass 2 $m 1e-9 0.

# Área de acero de refuerzo y cuantía de armado longitudinal
set Avarc [expr pow($dvar,2)*$pi/4]
if {$formacol == "circulo"} {set rho [expr $Avarc/$Acol*$Nvar]}
if {$formacol == "rectangulo"} {set rho [expr $Avarc/$Acol*2*($Nvar+$Nvar2-2)]}
uniaxialMaterial Steel02 5 $fy $Es $shr $R0 $cr1 $cr2

# Definición de modelos de comportamiento de materiales y material con fibras
set fc $fccol
set forma $formacol
set tipo $tipocol
set D1 $Dcol
set D2 $Dcol2
set numestr $numtrcol
set reclib $reclibc
set dtr $dtrc
set esptra $esptrc
set matconf $col1
set matnconf $col2
set matref 5
set Nlong $Nvar
set Nlong1 $Nvar2
set Avar $Avarc
set rec $recc
set fiber $col
set ndiv1 15
set ndiv2 18
```



```
set ndiv3 2
source tesis.confined.tcl
set nucleoc $nucleo
set radioc $radio

# Definición del elemento columna
geomTransf Linear $transf
element nonlinearBeamColumn 1 1 2 $numc $col $transf
puts "Columna"
```

Código D.4: tesis.columna.tcl

```
# Discretización de los pilotes
set cont 1
set tam $B
set N1 [expr int($Lpil/$tam)]
set tam1 [expr $Lpil/$N1]
set NP [expr (2*$N1)*$Npil]
set NP2 [expr (2*$N1)*$Npil*$Npil2]
set NP3 [expr ($N1+1)*$Npil]

# Definición de nudos para resortes P-y
for {set k 0} {$k < $Npil2} {incr k} {
  for {set j 0} {$j < $Npil} {incr j} {
    for {set i 0} {$i < $N1} {incr i} {
      node [expr 3+$i+(2*$N1)*$j+$NP*$k] [expr ($Npil-1-$j*2)/2.*$espac] [expr -$tam1*$i]
      node [expr 3+$i+$N1+(2*$N1)*$j+$NP*$k] [expr ($Npil-1-$j*2)/2.*$espac] [expr -$tam1*$i]
      fix [expr 3+$i+(2*$N1)*$j+$NP*$k] 1 1 1
      fix [expr 3+$i+$N1+(2*$N1)*$j+$NP*$k] 0 1 0
    }
  }
}

# Definición de material Pysimple1 para resortes
set y50 [expr $e50*$B*2.50]
for {set i 8} {$i <=[expr $N1+7]} {incr i} {
  set z [expr $tam1*(i-8)]
  if {[expr 3+($gamma-1000)/$su*$z+$J/$B*$z] < 9} {set pu1 [expr 3+$gamma/$su*$z+$J/$B*$z]}
  else {set pu1 9}
  set pu [expr $pu1*$B*$su*$tam1];
  uniaxialMaterial PySimple1 $i 1 $pu $y50 $Cd $c
}

# Definición de resortes P-y
for {set k 0} {$k < $Npil2} {incr k} {
  for {set j 0} {$j < $Npil} {incr j} {
    for {set i 0} {$i < $N1} {incr i} {
```



```
set cont [expr $cont+1]
    element zeroLength $cont [expr 3+$i+(2*$N1)*$j+$NP*$k] [expr 3+$i+$N1+(2*$N1)*$j+$NP*$k] -
mat [expr $i+8] -dir 1
}}}
puts "P-y springs"
```

Código D.5: tesis.resortespy.tcl

```
# Área de acero de refuerzo, área de pilote y cuantía de armado longitudinal
set Avarp [expr pow($dvarp,2)*$pi/4]
if {$formapil == "circulo"} {set Apil [expr pow($B,2)*$pi/4]}
set rho [expr $Avarp/$Apil*$Nvarp]}
if {$formapil == "rectangulo"} {set Apil [expr $B*$B]}
set rho [expr $Avarp/$Apil*2*($Nvarp+$Nvar2p-2)]

# Definición de modelos de comportamiento de materiales y material con fibras
set fc $fcpil
set forma $formapil
set tipo $tipopil
set D1 $B
set D2 $B
set numestr $numtrpil
set reclib $reclibp
set dtr $dtrp
set esptr $esptrp
set matconf $pil1
set matnconf $pil2
set matref 5
set Nlong $Nvarp
set Nlong1 $Nvar2p
set Avar $Avarp
set rec $recp
set fiber $pil
set ndiv1 5
set ndiv2 5
set ndiv3 1
source tesis.confined.tcl

# Definición de los nudos
for {set k 0} {$k < $Npil2} {incr k} {
for {set j 0} {$j < $Npil} {incr j} {
for {set i 0} {$i <= $N1} {incr i} {
    node [expr 3+$i+($N1+1)*$j+$NP3*$k+$NP2] [expr ($Npil-1-$j*2)/2.*$espac] [expr -$tam1*$i]
}}}
}}
```



```
# Definición de restricciones en la punta
for {set k 0} {$k < $Npil2} {incr k} {
  for {set j 0} {$j < $Npil} {incr j} {
    fix [expr 3+$N1+($N1+1)*$j+$NP3*$k+$NP2] 1 1 0
  }
}

# Definición de los pilotes
set Fpil $cont
for {set k 0} {$k < $Npil2} {incr k} {
  for {set j 0} {$j < $Npil} {incr j} {
    for {set i 0} {$i < $N1} {incr i} {
      set cont [expr $cont+1]
      element nonlinearBeamColumn $cont [expr 3+$i+($N1+1)*$j+$NP3*$k+$NP2] [expr
4+$i+($N1+1)*$j+$NP3*$k+$NP2] $nump $pil $transf
    }
  }
}

# Asignación de grados de libertad iguales nudos de pilotes y resortes
for {set k 0} {$k < $Npil2} {incr k} {
  for {set j 0} {$j < $Npil} {incr j} {
    for {set i 0} {$i < $N1} {incr i} {
      equalDOF [expr 3+$i+($N1+1)*$j+$NP3*$k+$NP2] [expr 3+$i+$N1+(2*$N1)*$j+$NP*$k] 1 2 3
    }
  }
}

puts "Pilotes"
```

Código D.6: tesis.pilotes.tcl

```
# Zapata es un elemento muy rígido y se asume una coacción de cuerpo
# Asignación de grados de libertad iguales en cabeza de pilotes
for {set k 0} {$k < $Npil2} {incr k} {
  for {set j 0} {$j < $Npil} {incr j} {
    equalDOF 1 [expr 3+($N1+1)*$j+$NP3*$k+$NP2] 1 2 3
  }
}

puts "Zapata"
```

Código D.7: tesis.zapata.tcl

Algunos de los resultados obtenidos en todos los análisis realizados se muestran en el CAPÍTULO 5, el resto de resultados no se muestran en este documento debido a su gran extensión pero se encuentran en el CD adjunto junto con la última actualización del software OpenSees a la fecha.



Adicionalmente se realizó en MATLAB un programa de procesamiento de los archivos de output obtenidos en el modelo (código D.8).

```
function opensees1(contador,div,numc,grav)
% opensees1(contador,div,numc,grav)
% Realiza la organización de tesis.modelo.tcl
% contador: número del modelo realizado
% div:      número de divisiones en la columna
% numc:    número de puntos de integración en la columna
% grav:    número de pasos en análisis gravitacional
tic;
addpath(['C:\fernando\Opensees\resultados.modelo\modelo',num2str(contador)
]);
for i=1:numc-1
    A(:,i)=load(['ColumnaFIDU',num2str(i),'.out']);
end
[n,m,o]=size(A);
DU1=zeros((numc-1)*div,n-grav);DU2=DU1;FI1=DU1;FI2=DU1;
for i=grav+1:n
    for j=1:div
        for k=1:numc-1
            DU1(1-k+(div+1-j)*(numc-1),i-grav)=A(i,4*(j-1)+2,k);
            FI1(1-k+(div+1-j)*(numc-1),i-grav)=A(i,4*(j-1)+4,k);
        end
    end
end
C=load('DespCol.out');
for i=grav+1:n
    for j=1:div+1
        Despl1(j,i-grav)=C(i,3*(div+1-j)+2);
    end
end
E=load('PiloteDesplLat.out');DesplPil=E(grav+1:n,:);
F=load('PilotePyspring.out');G=load('PiloteReacbase.out');
ReaccPy=[F(grav+1:n,:);G(grav+1:n,1)];
I=load('PiloteFIDU.out');[n,m]=size(I);
Pil1=I(grav+1:n,2:4:m);
Pil2=I(grav+1:n,4:4:m);
K1=load('FiberColl.out');K2=load('FiberCol2.out');K3=load('FiberCol3.out'
);
Fibral=[K1(grav+1:n,2);K2(grav+1:n,2);K3(grav+1:n,2)];
xlswrite(['modelo',num2str(contador),'.xls'],DU1,'curv1','B2');
xlswrite(['modelo',num2str(contador),'.xls'],FI1,'mom1','B2');
xlswrite(['modelo',num2str(contador),'.xls'],Despl1,'Despl1','B2');
xlswrite(['modelo',num2str(contador),'.xls'],DesplPil,'DesplPil','B2');
xlswrite(['modelo',num2str(contador),'.xls'],ReaccPy,'ReaccPy','B2');
xlswrite(['modelo',num2str(contador),'.xls'],Pil1,'curvpil','B2');
xlswrite(['modelo',num2str(contador),'.xls'],Pil2,'mompil','B2');
xlswrite(['modelo',num2str(contador),'.xls'],Fibral,'Fibral','B2');toc;
```

Código D.8: Función "OpenSees1"



APÉNDICE E

COMPARACIÓN ENTRE PILAS CON CIMENTACIÓN SUPERFICIAL Y CIMENTACIÓN PROFUNDA

Se realizó la comparación entre pilas de cimentación superficial y pilas de cimentación profunda. Para lo cual se utilizó el modelo desarrollado en el capítulo 5. Adicionalmente se elaboró un script tesis.empotrado.tcl para obtener los resultados de la misma pila pero con el extremo inferior empotrado, el script no se muestra en este apéndice.

La comparación fue realizada para 3 modelos en los cuales se varió el diámetro de la columna y el refuerzo correspondiente, y el tamaño de los pilotes. A continuación se muestran las curvas de respuesta obtenidas. En todas las curvas la línea continua representa a la pila con pilotes y la línea punteada representa a la pila empotrada.

Como se puede observar la diferencia es pequeña pero no es despreciable, de tal manera que si se realiza un prediseño considerando la pila empotrada, entonces no se requerirá de muchas iteraciones para obtener el diseño definitivo. Cabe recalcar que las curvas son realizadas para el mismo desplazamiento total en el extremo superior de la columna.

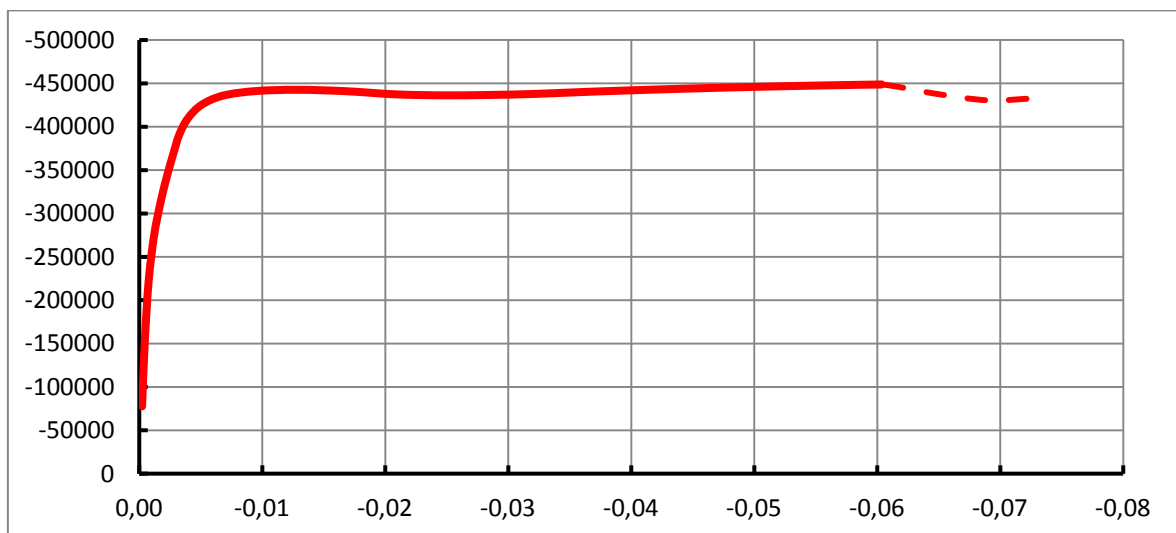
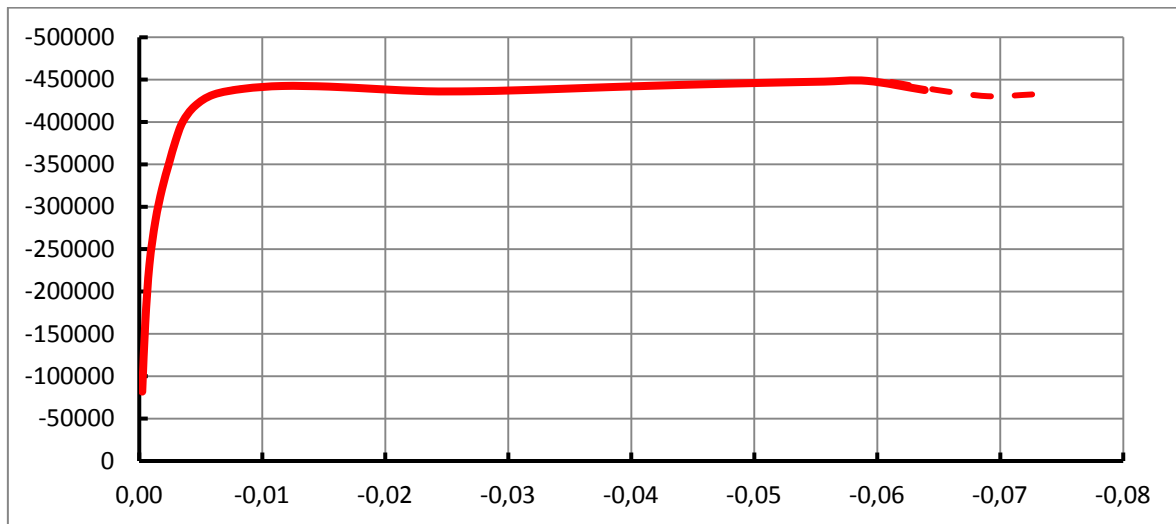
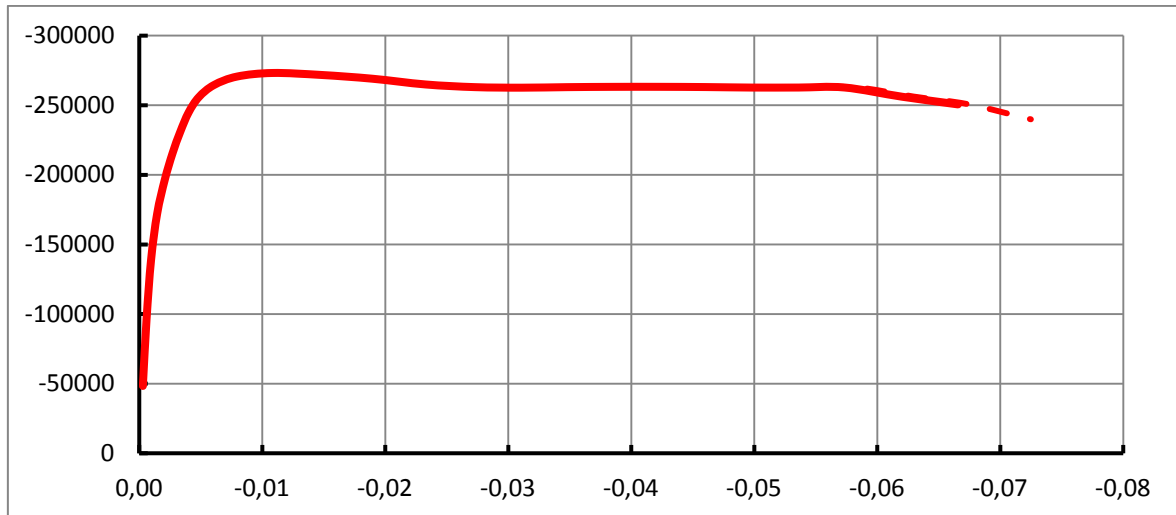


Figura 8.8: Diagrama de momento (kg-m) – curvatura (1/m) de columna

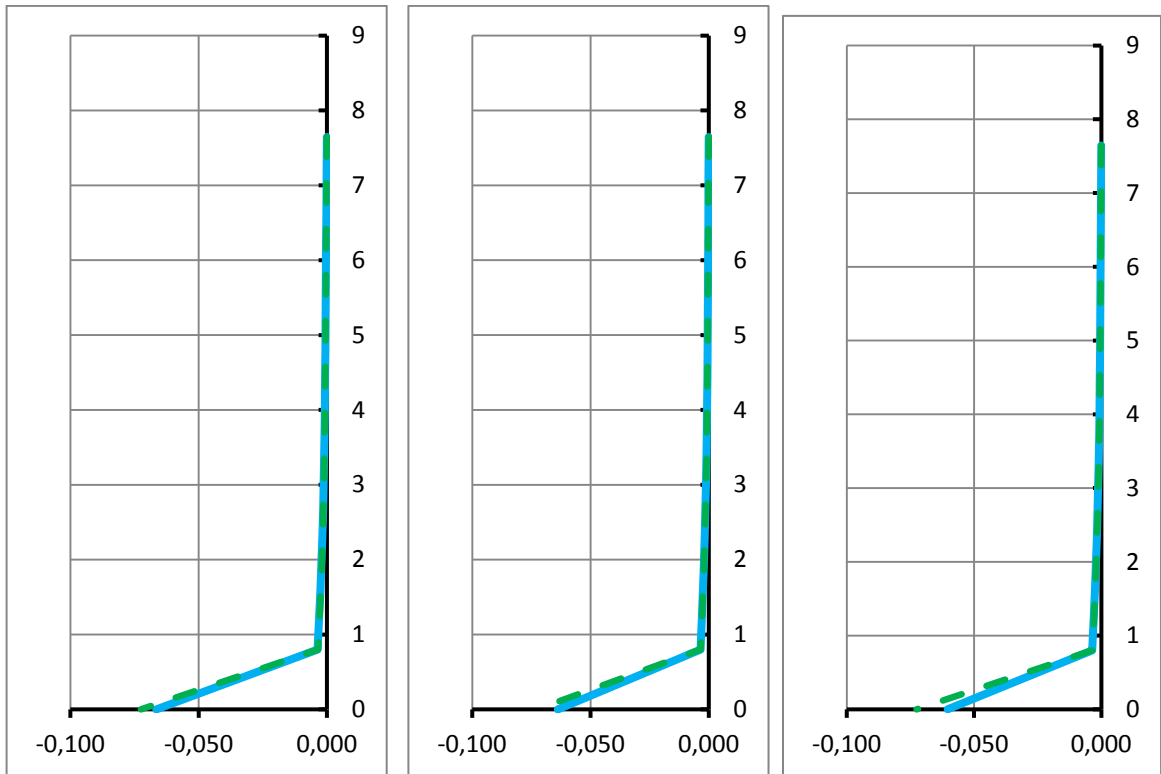


Figura 8.9: Distribución de curvatura (1/m) en columna

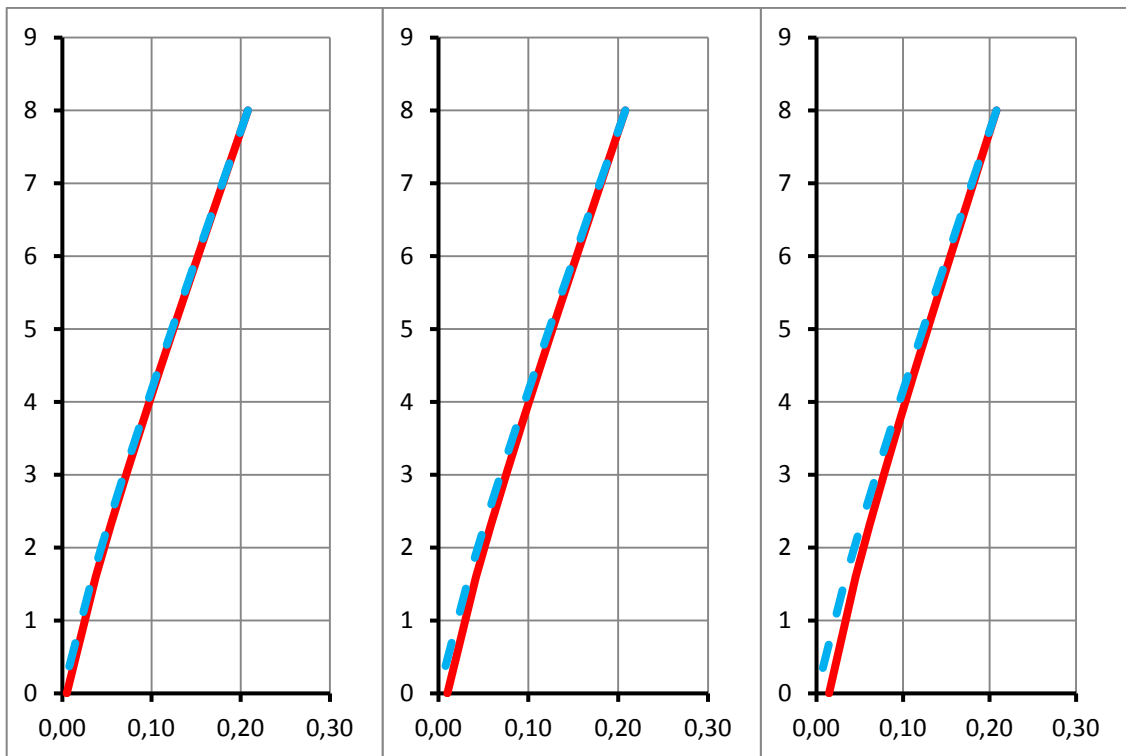


Figura 8.10: Perfil de desplazamientos (m) en columna

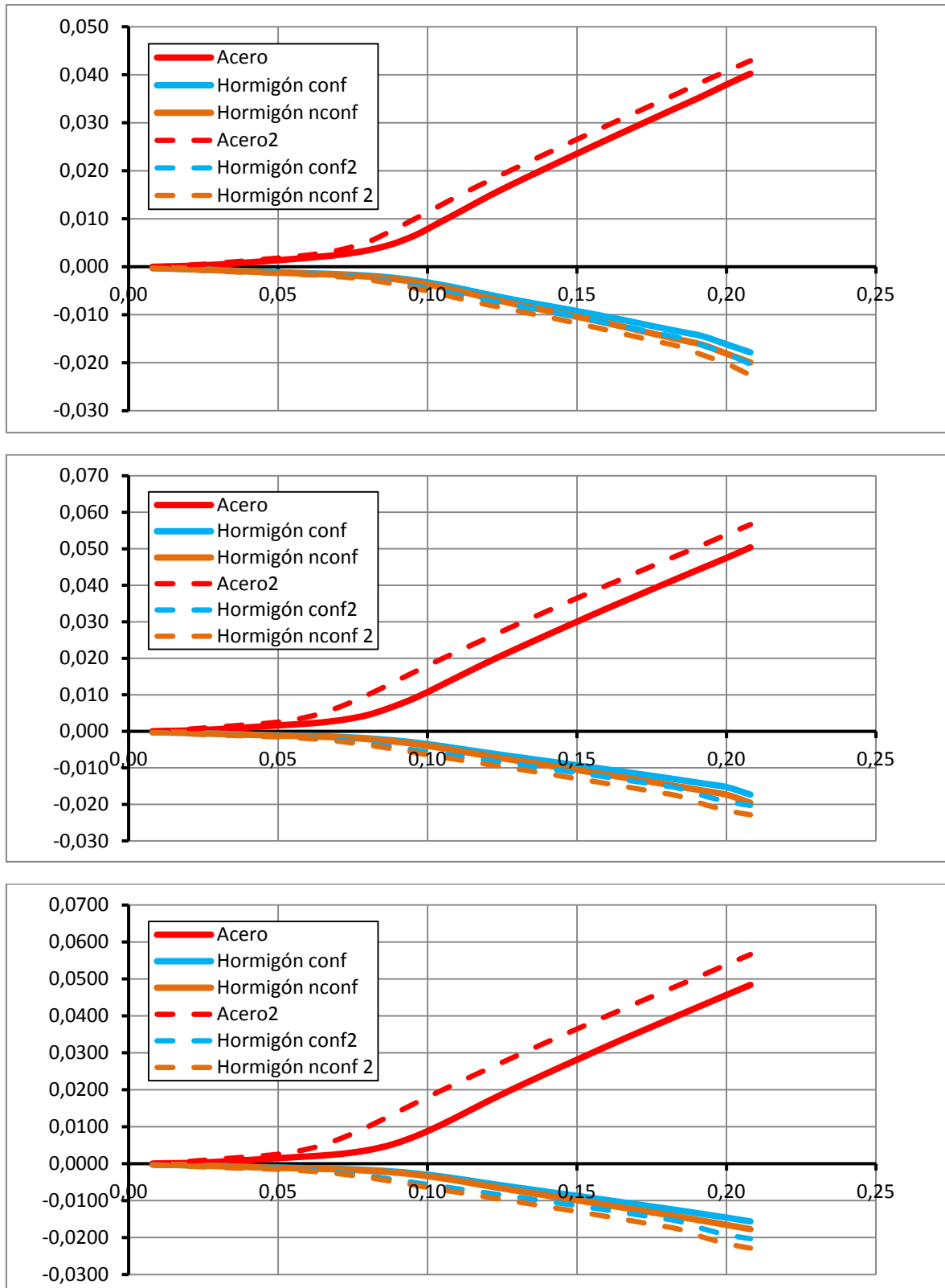


Figura 8.11: Diagrama de deformaciones unitarias en fibras extremas de acero, de hormigón confinado y hormigón no confinado en columna versus desplazamiento total en el extremo superior de la columna (m)